استخراج یک مدل عددی مبنا جهت محاسبه میرایی ترموالاستیک یک تیر میکرو الکترومکانیکی

محمدعلی کوچک‌زاده[۱]، مجید نصرالهی فکجور[۲*]

۱- استاد، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، خ آزادی، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی هوافضا، mak@sharif.edu

۲- دانشجوی دکتری، دانشگاه صنعتی شریف، mnf@ae.sharif.edu

چکیده

در این پژوهش، رفتار دینامیکی یک میکرو رزوناتور دو سر گیردار با در نظر گرفتن اثرات ترموالاستیک، به‌روش عددی بررسی شده است. به این صورت که ابتدا با استفاده از نرم‌افزار کامسول، شبیه‌سازی ترموالاستیک آن انجام شد. سپس با استفاده از آنالیز مودال، رفتار دینامیکی آن بررسی شد. کیفیت شبکه‌بندی و اندازه آن‌ها برای مدل‌های مختلف ارزیابی شد. زمان حل مدل ترموالاستیک نیز از معیارهای انتخاب مدل مبنا بود که مورد توجه قرار گرفت. به عنوان مثال، با توجه به تقارن هندسه، شرایط مرزی و بارگذاری مسئله، از نصف مدل استفاده شد. با استخراج مدل عددی مبنا که هم سرعت حل آن مناسب باشد و هم بتواند دقت خوبی از نتایج را ارائه دهد، فرکانس‌های طبیعی، شکل‌مودهای متناظر با هر فرکانس، میرایی ترموالاستیک و همچنین ضریب کیفیت در هر مود از ارتعاشات تیر دو سر گیردار محاسبه شدند. نتایج به‌دست آمده از شبیه‌سازی عددی برای میرایی ترموالاستیک و ضریب کیفیت میکرو رزوناتور، مطابقت خوبی (حداکثر نزدیک به ۵ درصد اختلاف) را در مقایسه با نتایج حاصل از روش‌های تحلیلی موجود نشان می‌دهد. نتایج همچنین گویای این مسئله هستند که عدم استفاده درست از تعداد و نوع شبکه‌بندی سازه، منجر به اختلاف زیاد در نتایج و همچنین افزایش هزینه و زمان می‌شود.

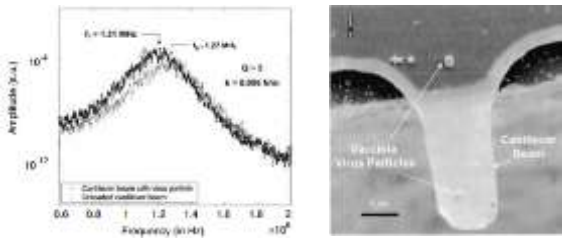
واژه‌های کلیدی: *میکرو رزوناتور- میرایی ترموالاستیک- روش اجزاء محدود- مدل مبنا*

۱- مقدمه

مفهوم رزوناتورهای میکرو الکترومکانیکی (MEMS)، که به واسطه الکتریسیته ارتعاش می‌کنند، به‌دلیل فواید و کاربرد فراوان، در سال ۱۹۶۷ معرفی شد [۱]. این رزوناتورها به‌دلیل اهمیت فراوانی که در دهه‌های اخیر پیدا کرده‌اند، سهم زیادی از این بازار را در اختیار گرفته‌اند. این کاربردها شامل حسگرها[۱] (از تغییرات فرکانس یک رزوناتور برای اندازه‌گیری یک کمیت استفاده می‌شود [۲])، تنظیم وقت[۲] (یک رزوناتور در یک سیستم الکترونیکی استفاده می‌شود تا سیگنال متناظر با زمان را تولید کند [۳]) و یا کاربرد فیلترینگ[۳] است به‌طوری که برای دستگاه‌های فرستنده/ گیرنده[۴] بی‌سیم در مقیاس امواج رادیویی استفاده می‌شوند [۴]. از کاربردهای دیگر میکرو رزوناتورها، می‌توان به اندازه‌گیری جرم میکرو/ نانو ذره‌ها در حوزه‌های پزشکی (شکل۱)، سلامت، مهندسی شیمی و ... اشاره کرد. زمانی که یک ذره خارجی باعث تغییر جرم مؤثر آن‌ها شود، فرکانس نوسان آن‌ها تغییر می‌کند و در نتیجه نقش حسگر را ایفاء می‌کنند. از این روش برای دنبال‌کردن سرعت رشد یک سلول سرطانی، فعالیت‌های آنزیمی و اندازه‌گیری جرم ذرات میکرو و نانو استفاده می‌شود.

هرچه فرکانس این سازه‌ها و همچنین ضریب کیفیت آن‌ها بالاتر باشد، حساسیت آن‌ها در اندازه‌گیری و ایفای نقش سنسور، بیشتر است. ضریب کیفیت، نسبت انرژی ذخیره شده به انرژی اتلافی یک سیستم ارتعاشی در هر سیکل نوسان است [۵]. این ضریب با میرایی آن سیستم ارتباط معکوس دارد (رابطه (۱)).

$$Q \cong \frac{1}{2\xi} \qquad (۱)$$



(ب) (الف)

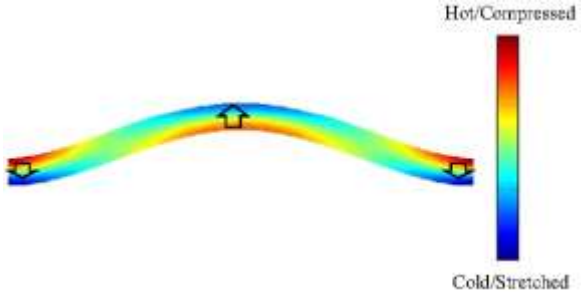
شکل۱- تصویر یک میکرو رزوناتور حوزه پزشکی الف) نوعی ویروس ب) کاهش فرکانس رزوناتور در اثر نشستن ذره به‌روی آن [۶]

میرایی در سیستم‌های MEMS، به‌شدت به روی کارایی، طراحی و کنترل آن‌ها اثر می‌گذارد. میرایی با توجه به شرایط کاری و معیار طراحی MEMS، به‌روی رفتار این سیستم‌ها اثر می‌گذارد. به‌عنوان مثال، در میکرو شتاب‌سنج‌ها، میرایی بالا مد نظر است تا بتوانند در محدوده وسیعی از شتاب کار کنند. همچنین میرایی بالا در آن‌ها باعث می‌شود تا نسبت به اغتشاشات بیرونی، از خود پاسخ با دامنه زیاد نشان ندهند. از طرفی، رزوناتورهایی که به‌عنوان سنسور ایفای نقش می‌کنند، باید ضریب کیفیت بالا و میرایی کمی برای دستیابی به حساسیت بالا داشته باشند [۷]. بنابراین فهم انواع ساز و کارهایی که موجب میرایی در این سیستم‌ها می‌شود، برای طراحی هرچه بهتر آن‌ها ضروری است.

مکانیزم‌های اتلاف انرژی در MEMS، می‌تواند عامل بیرونی و خارجی داشته باشد. عوامل خارجی به محیط و عوامل داخلی به جنس ماده بستگی دارند. از جمله عوامل داخلی که موجب اتلاف انرژی در MEMS می‌شود، میرایی ترموالاستیک است. وقتی یک سازه الاستیک حرکت می‌کند و از تعادل خارج می‌شود، انرژی جنبشی و ذخیره‌شده اضافه‌ای دارد. در یک سازه الاستیک خطی با توزیع دمای مشخص، این عدم تعادل می‌تواند برای

[1] Sensors
[2] Timing
[3] Filtering
[4] Transceiver

همیشه وجود داشته باشد. در یک سازه ترموالاستیک، کوپلینگ بین توزیع کرنش و توزیع حرارت باعث اتلاف انرژی می‌شود. این اتلاف انرژی به سیستم اجازه می‌دهد که به تعادل بازگردد. در واقع به‌دلیل وجود اختلاف دماهای محلی در سازه (شکل۲)، یک جریان حرارتی غیرقابل بازگشت[1] در نقاطی از آن ایجاد می‌شود. به‌دلیل کوپلینگ توزیع حرارت و توزیع کرنش، این روند باعث اتلاف انرژی می‌شود. به این روند میرایی ترموالاستیک می‌گویند.



شکل۲- گرادیان دمایی حاصل از ارتعاشات یک میکرو رزوناتور

مدل‌های تحلیلی و عددی بسیاری برای محاسبه میرایی ترموالاستیک توسط محققان ارائه شده است. در سال ۱۹۳۷ و ۱۹۳۸ میلادی، زنر[2] [۸, ۹] برای اولین بار تئوری میرایی ترموالاستیک در تیرهای مرتعش را مطرح کرد. او دو مدل ساده ولی نسبتاً دقیق برای میرایی ترموالاستیک تیرهای با سطح مقطع مستطیلی و دایره‌ای ارائه کرد. او همچنین افزایش دما در راستای ضخامت را سینوسی فرض کرد [۱۰]. این دو مدل عبارتند از:

$$Q^{-1}{}_{Zener_C} = \Delta E \frac{\omega\tau_C}{1+(\omega\tau_C)^2} \quad (۲)$$

$$Q^{-1}{}_{Zener_R} = \Delta E \frac{\omega\tau_R}{1+(\omega\tau_R)^2} \quad (۳)$$

که در آن $\Delta E = \frac{E\,\alpha^2\hat{T}_a}{c_v}$ است و c_v ظرفیت گرمایی ویژه، E مدول یانگ، α ضریب انبساط حرارتی، $\hat{T}_a$ دمای محیط و τ_R و τ_C، زمان‌های آسایش تیر هستند که به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\tau_R = 0.295\frac{{r_0}^2 c_v}{\pi^2\kappa_0} \quad (۴)$$

$$\tau_C = \frac{h^2 c_v}{\pi^2\kappa_0} \quad (۵)$$

C و R به‌ترتیب نشانگر سطح مقطع دایروی[3] و مستطیلی[4]، h و r_0 نیز به‌ترتیب ضخامت مقطع مستطیلی و شعاع مقطع دایروی هستند و κ_0 ضریب انتقال حرارت هدایتی است. در سال ۲۰۰۰ میلادی، مدل زنر توسط لیفشیتز و روکس [۱۱] توسعه پیدا کرد. در مدل LR، معادله انتقال حرارت در راستای ضخامت به‌صورت دقیق حل شد و از انتقال حرارت در دو راستای دیگر رزوناتور صرف‌نظر شد. البته این مدل فقط برای سطح مقطع مستطیلی صادق است. پس از مدل LR، ژو[5] و راجرسون[6] [۱۲] یک مدل دو بعدی ارائه کردند که در آن افزایش حرارت در راستای ضخامت به‌صورت معادله درجه سوم فرض شد و همچنین انتقال حرارت در راستای محور تیر نیز در نظر گرفته شد. سون[7] و همکاران [۱۳]، میرایی ترموالاستیک را با استفاده از تئوری ترموالاستیسیته کوپل تعمیم‌یافته بررسی کردند. همچنین اثر کوپلینگ را به‌روی فرکانس نوسان و دامنه میکرو رزوناتور مطالعه کردند. آن‌ها از مدل تیر اویلر برنولی و تئوری ترموالاستیسیته تعمیم‌یافته با یک زمان آسایش استفاده کردند.

در این پژوهش، در ابتدا یک مدل عددی مبنا در نرم‌افزار کامسول[8]، جهت مدل‌سازی میکرو رزوناتورها استخراج می‌شود. سپس با استفاده از این مدل، میرایی ترموالاستیک و ضریب کیفیت آن‌ها محاسبه می‌شود. نتایج حاصل‌شده، با نتایج حاصل از تئوری تحلیلی زنر و نتایج موجود در سایر پژوهش‌ها مقایسه می‌شوند و در پایان نتیجه‌گیری و جمع‌بندی از این پژوهش ارائه می‌شود.

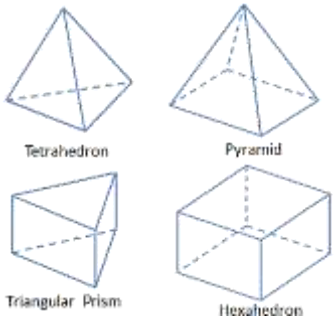
۲- شبیه‌سازی عددی

نرم‌افزار کامسول، این امکان را به کاربر می‌دهد تا بتواند مدل را با ترکیب محیط‌ها و فیزیک مختلف، شبیه‌سازی کند. برای مثال، از ترکیب ماژول‌های ترموالاستیسیته و آنالیز مودال، می‌توان رفتار ارتعاشی یک میکرو رزوناتور را که همراه با میرایی ترموالاستیک است، شبیه‌سازی کرد.

۲-۱- شبیه‌سازی اولیه و یافتن مدل عددی مبنا

هدف از انجام شبیه‌سازی اولیه در نرم‌افزار کامسول، محاسبه میرایی ترموالاستیک و ضریب کیفیت میکرو رزوناتو و در نهایت مقایسه نتایج حاصله با نتایج موجود در سایر پژوهش‌ها است. با توجه به ذات اجزاءمحدودی این نرم‌افزار، مطالعه استقلال نتایج از شبکه‌بندی سازه، گریز ناپذیر است.

مدل میکرو رزوناتور، یک مدل ترکیبی از ارتعاشات و انتقال حرارت است که بهتر است به‌صورت سه‌بعدی بررسی شود. چون گرادیان‌های دمایی که عامل ایجاد میرایی ترموالاستیک هستند، در هر سه راستا وجود دارند. بنابراین علاوه بر بررسی استقلال نتایج جابه‌جایی میکرو رزوناتور و فرکانس‌های طبیعی آن از تعداد المان‌ها، بررسی استقلال نتایج در حوزه انتقال حرارت نیز نیاز است. شکل۳ انواع المان‌های سه‌بعدی قابل استفاده در یک مدل را نشان می‌دهد.



شکل۳- انواع المان‌های سه‌بعدی

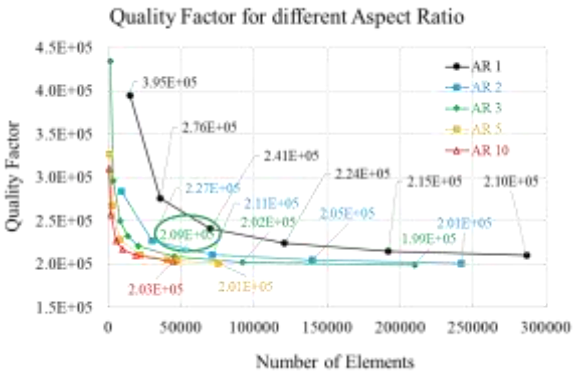
به‌طور کلی در یک مسئله سه‌بعدی، المان‌بندی مناسب باید شرایط زیر را داشته باشد:

[1] Irreversible heat flow
[2] Zener
[3] Circular
[4] Rectangular
[5] Guo
[6] Rogerson
[7] Sun
[8] COMSOL

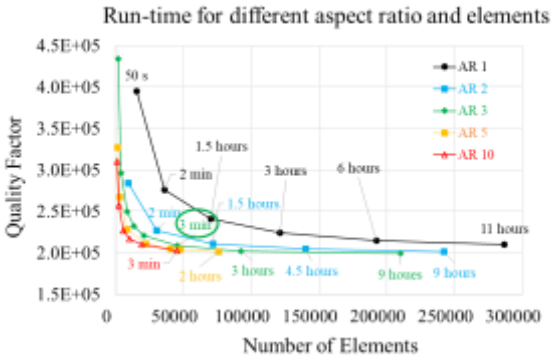
- اگر دقت نتایج، مهم‌ترین مسئله است، بهتر است که از المان شش‌وجهی[1] استفاده شود.
- المانی که کجی[2] نداشته باشد.
- تغییر اندازه المان‌ها ملایم[3] باشد.
- نسبت بزرگترین طول به کوچکترین طول المان[4]، برابر با یک باشد.

با فرض انتخاب المان‌های هم‌اندازه و شش‌وجهی، سه شرط اول فوق ارضاء می‌شوند. اگر نسبت ابعاد المان برابر با یک باشد، حجم محاسبات بالا می‌رود. از طرفی اگر این عدد خیلی بزرگتر از یک باشد، دقت مناسبی در نتایج (به خصوص در توزیع درجه حرارت) حاصل نمی‌شود. فرکانس طبیعی بسیار سریع‌تر از توزیع درجه حرارت، همگرا می‌شود. به همین دلیل، همگرایی پارامتر ضریب کیفیت مورد بررسی قرار گرفت تا حالتی بهینه برای نسبت ابعاد المان به دست آید.

شکل۴ همگرایی ضریب کیفیت یک میکرو رزوناتور را برای نسبت‌های ابعادی و تعداد المان‌های مختلف نشان می‌دهد. نسبت ابعادی یک، مبنای نتایج حاصله است. همانطور که مشاهده می‌شود، می‌توان از نسبت ابعادی یک و تعداد المان‌های بسیار زیادی استفاده کرد. اما زمان و هزینه حل بسیار زیاد می‌شود. شکل۵ زمان حل را برای تحلیل یک میکرو رزوناتور با تعداد المان‌ها و نسبت ابعادی مختلف برای المان‌ها نشان می‌دهد.

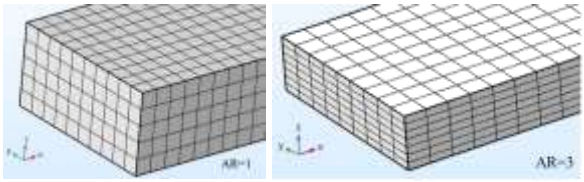


شکل۴- همگرایی ضریب کیفیت برای یک میکرو رزوناتور با نسبت ابعادی مختلف المان‌ها



شکل۵- مقایسه زمان حل در همگرایی ضریب کیفیت یک میکرو رزوناتور با نسبت ابعادی مختلف المان‌ها

مطابق با نتایج موجود در شکل۴ و شکل۵، نسبت ابعادی ۳ (نسبت بزرگترین طول یک المان به کوچکترین طول آن) می‌تواند در عین داشتن زمان حل کم، دقت مناسبی از نتایج نیز بدهد. شکل۶، نمونه‌هایی از مدل عددی میکرو رزوناتور را نشان می‌دهد که المان‌های به‌کار رفته در آن‌ها، نسبت ابعادی یک و سه را دارند.



شکل۶- مثالی از المان‌های مکعبی با نسبت ابعادی در دو میکرو رزوناتور مختلف

استفاده از تقارن، راه حل دیگری برای کاهش حجم محاسبات یک میکرو رزوناتور است. باید دقت شود که علاوه بر رعایت شرایط مرزی مکانیکی متقارن، شرایط تقارن برای حل حرارتی نیز رعایت شود.

۳- نتایج و بحث

در این قسمت، برای صحه‌گذاری بر نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی، از نتایج مثال حل‌شده به‌روش تحلیلی موجود در مرجع [۱۴] و نتایج مدل تحلیلی زنر [۹] استفاده شد. جدول۱، مقادیر ضریب کیفیت محاسبه‌شده به‌کمک این روش‌ها و پژوهش حاضر را برای سه مود ارتعاشی اول یک میکرو رزوناتور نشان می‌دهد.

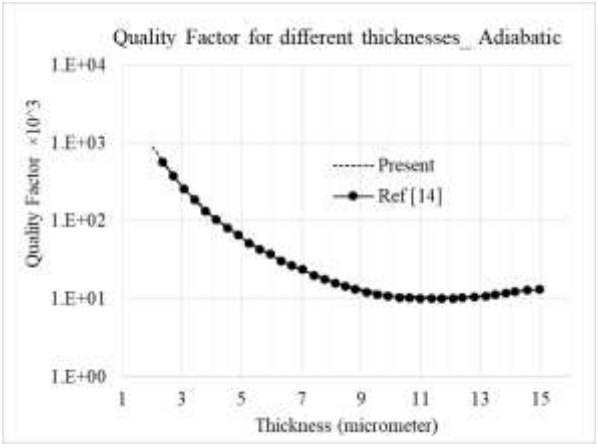
جدول ۱- مقایسه ضریب کیفیت برای سه مود ارتعاشی اول میکرو رزوناتور محاسبه‌شده به‌روش‌های مختلف

مرجع [۹]	مرجع [۱۴]		کار حاضر		
تحلیلی	ایزوترمال	ادیاباتیک	ایزوترمال	ادیاباتیک	شماره مود
5.1×10^6	4.97×10^6	8.27×10^5	5.0×10^6	8.2×10^5	1
1.9×10^6	1.8×10^6	3.0×10^5	1.8×10^6	3.0×10^5	2
0.95×10^6	0.92×10^6	1.53×10^5	0.9×10^6	1.5×10^5	3

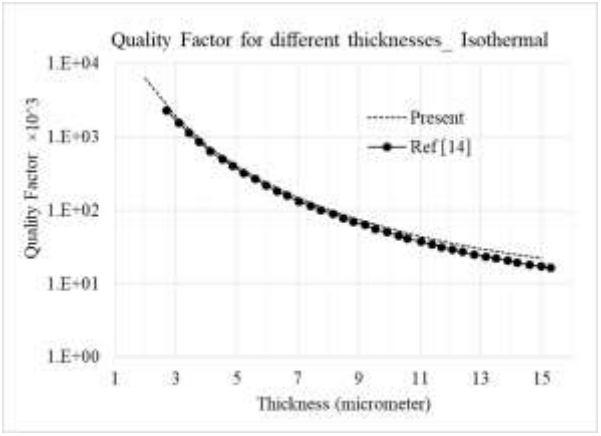
جدول۱، مطابقت خوبی (حداکثر نزدیک به ۵ درصد اختلاف) را میان نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی و نتایج تحلیلی موجود در مراجع [۱۴] و [۹] نشان می‌دهد. این جدول همچنین تایید می‌کند که مدل تحلیلی زِنر، شرط حرارتی ایزوترمال را برای سطوح میکرو رزوناتور اعمال کرده است. برای صحه‌گذاری به‌روی مدل ارائه‌شده، ضریب کیفیت یک میکرو رزوناتور دو سر گیردار به طول و عرض به‌ترتیب ۳۰۰ و ۲۰ میکرومتر و ضخامت‌های مختلف محاسبه شد.

شکل۷ و شکل۸، اثر ضخامت میکرو رزوناتور را بر ضریب کیفیت آن، به‌ترتیب با شرط مرزی ادیاباتیک و ایزوترمال نشان می‌دهند. نتایج حاصل از پژوهش حاضر، با نتایج تحلیلی موجود در مرجع [۱۴] مقایسه شده‌اند. همانطور که از شکل‌ها پیداست، مطابقت خوبی میان نتایج وجود دارد.

[1] Hexahedron
[2] Skewness
[3] Smooth
[4] Aspect Ratio



شکل۷- اثر ضخامت بر ضریب کیفیت میکرو رزوناتور با شرط مرزی ادیاباتیک به روش عددی و تحلیلی



شکل۸- اثر ضخامت بر ضریب کیفیت میکرو رزوناتور با شرط مرزی ایزوترمال به روش عددی و تحلیلی

۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، رفتار دینامیکی یک میکرو رزوناتور دو سر گیردار با در نظر گرفتن اثرات ترموالاستیک به روش عددی بررسی شد. خلاصه فعالیت‌ها و نتایج حاصل از این پژوهش به شرح زیر است:

- ✓ پدیده میرایی ترموالاستیک، با استفاده از نرم‌افزار کامسول، شبیه‌سازی شد.
- ✓ استقلال نتایج از شبکه‌بندی سازه بررسی شد. این بررسی مربوط به تعداد المان‌ها، نوع آن‌ها و ضریب منظری آن‌ها بود.
- ✓ شبکه‌بندی به گونه‌ای انتخاب شد که دقت نتایج حفظ شود و در عین حال، زمان حل به حداقل برسد.
- ✓ مدل‌های تحلیلی مختلف جهت محاسبه میرایی ترموالاستیک، معرفی شدند و نتایج حاصل از شبیه‌سازی در دو شرایط مرزی ایزوترمال و ادیاباتیک، با آن‌ها مقایسه شدند.
- ✓ نتایج نشان می‌دهد که حداکثر نزدیک به ۵ درصد اختلاف میان ضریب کیفیت محاسبه‌شده از شبیه‌سازی در این پژوهش و ضریب کیفیت حاصل از مدل‌های تحلیلی وجود دارد.
- ✓ با توجه به ذات پدیده میرایی ترموالاستیک، بررسی استقلال نتایج و همچنین انتخاب نوع المان، تأثیر زیادی به روی محاسبه ضریب کیفیت و میرایی ترموالاستیک دارد. در نتیجه انتخاب شبکه‌بندی بسیار مهم است.

۵- تشکر و قدردانی

این پژوهش با کمک مالی شماره ۹۷۱۲۰۲ ستاد توسعه زیست‌فناوری انجام شده است. همچنین نویسندگان این پژوهش بر خود لازم می‌دانند از حمایت مالی صندوق حمایت از پژوهشگران و فناوران کشور به شماره طرح ۹۷۰۰۸۸۹۱، قدردانی کنند.

۶- مراجع

[1] H. C. Nathanson, W. E. Newell, R. A. Wickstrom, and J. R. Davis, "The resonant gate transistor," *IEEE Transactions on Electron Devices*, vol. 14, no. 3, pp. 117-133, 1967.

[2] P. Hauptmann, "Resonant sensors and applications," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 26, no. 1-3, pp. 371-377, 1991.

[3] E. A. Vittoz, M. G. Degrauwe, and S. Bitz, "High-performance crystal oscillator circuits: theory and application," *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 23, no. 3, pp. 774-783, 1988.

[4] B. Razavi, "Architectures and circuits for RF CMOS receivers," in *Proceedings of the IEEE custom integrated circuits conference*, 1998, pp. 393-400: IEEE.

[5] L. Meirovitch, *Fundamentals of vibrations*. Waveland Press, 2010.

[6] K. Eom, H. S. Park, D. S. Yoon, and T. Kwon, "Nanomechanical resonators and their applications in biological/chemical detection: nanomechanics principles," *Physics Reports*, vol. 503, no. 4-5, pp. 115-163, 2011.

[7] M. I. Younis, *MEMS linear and nonlinear statics and dynamics*. Springer Science & Business Media, 2011.

[8] C. Zener, "Internal friction in solids. I. theory of internal friction in reeds," *Physical Review*, vol. 52, no. 3, p. 230, 1937.

[9] C. Zener, "General theory of thermoelastic internal friction," *Physical Review*, vol. 53, pp. 90-99, 1938.

[10] S. Chen, X. Niu, and F. Guo, "Thermoelastic damping in micromechanical resonators operating as mass sensors," *European Journal of Mechanics-A/Solids*, vol. 71, pp. 165-178, 2018.

[11] R. Lifshitz and M. L. Roukes, "Thermoelastic damping in micro-and nanomechanical systems," *Physical Review B*, vol. 61, no. 8, p. 5600, 2000.

[12] F. Guo and G. Rogerson, "Thermoelastic coupling effect on a micro-machined beam resonator," *Mechanics Research Communications*, vol. 30, no. 6, pp. 513-518, 2003.

[13] Y. Sun, D. Fang, and A. K. Soh, "Thermoelastic damping in micro-beam resonators," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 43, no. 10, pp. 3213-3229, 2006.

[14] K. Tunvir, C. Q. Ru, and A. Mioduchowski, "Large-Deflection Effect on Thermoelastic Dissipation of Microbeam Resonators," *Journal of Thermal Stresses*, vol. 35, no. 12, pp. 1076-1094, 2012.