

طراحی کنترل کننده حلقه باز برای یک هواپیمای سبک با استفاده از اسپیلاین های مکعبی

روزبه مرادی^{۱*}، سید فرهاد گلزان^۲

۱- استادیار، گروه هوافضا، دانشکده انرژی های تجدیدپذیر، دانشگاه صنعتی ارومیه، ابتدای جاده بند، ایمیل:

rouzbeh_moradi@uut.ac.ir

۲- رئیس هیات مدیره، صنایع هوایی آریا سبک بال، فرودگاه ارومیه، ایمیل: Golzan.sf@gmail.com

*نویسنده مخاطب

چکیده

هواپیماهای سبک وزن عموماً دارای جرم کمتر از ۵۶۰۰ کیلوگرم هستند. از این هواپیماها معمولاً برای آموزش پرواز، تاکسی هوایی و مصارف شخصی استفاده می شود. هواپیمای پایپر PA-28-161 Warrior III یک هواپیمای سبک وزن چهارنفره است که اولین گواهی خود را در سال ۱۹۹۴ دریافت نمود. در این مقاله، از اسپیلاین های مکعبی برای تولید فرامین کنترلی حلقه باز برای هواپیما استفاده شده است. فرامین کنترلی در یک پروسه عددی بدست آمده و بر روی سیستم غیرخطی پیاده سازی شده اند. هدف کنترل کننده از بین بردن متغیرهای اختلالی سیستم است. به منظور ارزیابی عملکرد کنترل کننده، شبیه سازی مونت کارلو با ۱۰۰ بار شبیه سازی و تحت شرایط اولیه مختلف انجام شده است. نتایج شبیه سازی نشان می دهند که سیستم کنترل توانایی از بین بردن متغیرهای اختلالی را تحت شرایط اولیه مختلف دارد.

تصویر هواپیمای PA-28-161 Warrior III در شکل ۱ نشان داده شده است:



شکل ۱- هواپیمای PA-28-161 Warrior III [۵]

جهت ارزیابی عملکرد کنترلر از شبیه سازی مونت کارلو استفاده شده است. در این تحلیل ۱۰۰ شبیه سازی با شرایط اولیه مختلف تصادفی در نظر گرفته شده اند. نتایج تحلیل مونت کارلو نشان می دهند که کنترلر توانسته در تمام شبیه سازی ها قیود مساله (صفر کردن متغیرهای اختلالی در لحظه نهایی) را ارضا کند.

۲- مدل سازی دینامیک هواپیما

هواپیما یک سیستم شش درجه آزادی است که می تواند در سه جهت مستقل حرکت انتقالی و در سه جهت مستقل حرکت دورانی انجام دهد. برای مدل سازی کامل دینامیک هواپیما، علاوه بر معادلات حرکت، باید نیروها و گشتاورهای آئرو دینامیکی، نیروهای ناشی از موتور و نیروهای ناشی از جاذبه نیز مدل شوند.

معادلات سینتیک انتقالی و دورانی در دستگاه مختصات بدنی و نسبت به چهار چوب اینرسی در روابط (۱) تا (۶) ارائه شده اند [۶]:

$$m(\dot{U} + QW - RV) = F_1 \quad (1)$$

$$m(\dot{V} + RU - PW) = F_2 \quad (2)$$

$$m(\dot{W} + PV - QU) = F_3 \quad (3)$$

$$\dot{P}I_{xx} + QR(I_{zz} - I_{yy}) - (\dot{R} + PQ)I_{xz} = M_1 \quad (4)$$

$$\dot{Q}I_{yy} - PR(I_{zz} - I_{xx}) + (P^2 - R^2)I_{xz} = M_2 \quad (5)$$

$$\dot{R}I_{zz} + PQ(I_{yy} - I_{xx}) + (QR - \dot{P})I_{xz} = M_3 \quad (6)$$

واژه های کلیدی: هواپیمای سبک وزن، اسپیلاین های مکعبی، کنترلر حلقه باز

۱- مقدمه

هواپیماهای سبک وزن دارای جرم کمتر از ۵۶۰۰ کیلوگرم بوده و عموماً برای آموزش پرواز، تاکسی هوایی و مصارف شخصی استفاده می شوند [۱]. با توجه به گستردگی استفاده از این نوع هواپیما، طراحی سیستم کنترلی که بتواند مانورهای مورد نظر را انجام دهد می تواند دارای اهمیت باشد.

مراجع [۲]-[۴] مساله کنترل هواپیمای سبک را بررسی کرده اند. مرجع [۲] مساله کنترل هواپیمای سبک وزنی را که یکی از دو موتور خود را از دست داده بررسی نموده است. مانورهای هدینگ و صعود در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته اند. مرجع [۳] یک سیستم کنترل اتوماتیک برای محور طولی هواپیمای سبک پیشنهاد داده است. مقاله [۴] ردیابی وضعیت را با استفاده از روش های دینامیک معکوس غیرخطی^۲ برای یک هواپیمای سبک وزن انجام داده است.

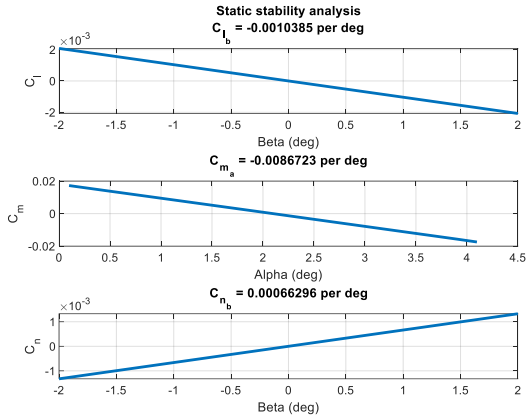
در این مقاله از ابزار اسپیلاین های مکعبی^۳ برای طراحی کنترلر حلقه باز برای هواپیمای PA-28-161 Warrior III استفاده شده است. هدف از طراحی این کنترل کننده، از بین بردن متغیرهای اختلالی سیستم است. مزایای این روش می توان به موارد زیر اشاره نمود: عدم نیاز به خطی سازی دینامیک غیرخطی و لحاظ نمودن محدوده های بالا و پائین فرامین کنترلی در طراحی سیستم کنترل.

³ -Cubic Splines

¹ -Attitude tracking

² -Nonlinear dynamic inversion

حصول پایداری استاتیکی طولی^۱ مقدار مشتق ضریب گشتاور پیچینگ نسبت به زاویه حمله باید منفی باشد. برای حصول پایداری استاتیکی عرضی^۲ مشتق ضرایب گشتاور رولینگ (C_l) و یاوینگ (C_n) نسبت به زاویه سرش جانبی به ترتیب باید منفی و مثبت باشند [۶]. نمودارهای $C_n - \beta$ و $C_m - \alpha$ ، $C_l - \beta$ در شکل ۲ نشان داده شده‌اند:



شکل ۲- نمودارهای $C_n - \beta$ و $C_l - \beta$ ، $C_m - \alpha$

مقدار شیب این منحنی‌ها در بالای هر شکل نشان داده شده است. با توجه به این نمودارها می‌توان گفت در این شرایط، هواپیما دارای پایداری استاتیکی در هر سه کانال طولی، عرضی و سمتی می‌باشد.

۵- طراحی کنترل کننده

همان‌طور که در مقدمه نیز اشاره گردید، در این مقاله از ابزار اسپیلاین‌های مکعبی برای طراحی کنترلر حلقه باز برای هواپیمای PA-28-161 Warrior III استفاده شده است. این روش دارای دو مزیت است: عدم نیاز به خطی‌سازی دینامیک غیرخطی و لحاظ نمودن محدوده‌های بالا و پائین فرامین کنترلی در طراحی سیستم کنترل. فلوجارت^۴ تولید فرامین کنترلی حلقه باز (وابسته به زمان) در شکل ۳ نشان داده شده است:

در این روابط کمیت‌ها بصورت زیر تعریف می‌شوند:

جرم	m
ممان‌های اینرسی اصلی	I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}
ممان اینرسی ضربی	I_{xz}
سرعت‌های انتقالی	U, V, W
سرعت‌های دورانی	P, Q, R
برآیند نیروهای وارد شده به مرکز جرم	F_1, F_2, F_3
برآیند گشتاورها حول مرکز جرم	M_1, M_2, M_3

برآیند نیروها از سه نیروی آئرو دینامیکی، پیشرانشی و جاذبی تشکیل شده است. با توجه به فرض کوچک بودن گشتاور ناشی از تراست موتور، عبارات گشتاور صرفاً از گشتاورهای آئرو دینامیکی تشکیل می‌شوند.

با در نظر گرفتن شش معادله سینماتیکی (به پیوست مراجعه شود)، مجموعاً ۱۲ معادله و ۱۲ متغیر وجود خواهند داشت. این ۱۲ متغیر عبارتند از:

$$X_e, Y_e, Z_e, U, V, W, P, Q, R, \Phi, \Theta, \Psi$$

با توجه به تعریف دستگاه مختصات اینرسی چسبیده به زمین [۶]:

$$H = -Z_e$$

H ارتفاع هواپیما از سطح زمین می‌باشد.

۳- تریم هواپیما

تریم به وضعیتی گفته می‌شود که در آن برآیند نیروها و گشتاورهای وارد شده به هواپیما به گونه‌ای هستند که هواپیما قادر است بدون ورودی کنترلی وضعیت خود را حفظ کند [۷].

در این مقاله برای تریم هواپیما، انحراف سطوح کنترلی، زاویه حمله و شرایط پروازی (ارتفاع و عدد ماخ) به گونه‌ای بدست آمده‌اند تا برآیند نیروها و گشتاورهای وارد شده به هواپیما برابر صفر باشند (رابطه (۷)):

$$\sum_{i=1}^3 F_i = \sum_{i=1}^3 M_i = 0 \quad (7)$$

در چنین شرایطی، هواپیما شتاب انتقالی و دورانی نداشته و در صورت انجام حرکت ارتفاع-سرعت ثابت در همین شرایط به پرواز خود ادامه می‌دهد. برای هواپیمای در نظر گرفته شده، شرط تریم هواپیما بصورت نشان داده شده در جدول ۱ بدست می‌آید:

جدول ۱- شرط تریم

$\delta_{e_{trim}} (deg)$	-1.1693
$\alpha_{trim} (deg)$	2.0982
M_{trim}	0.237
$h_{trim} (m)$	4446.5

با پرواز در چنین شرایطی، معادله برداری (۷) برقرار بوده و هواپیما پرواز سرعت-ارتفاع ثابت انجام خواهد داد.

۴- بررسی پایداری استاتیکی

پایداری استاتیکی تمایل ذاتی هواپیما برای بازگشت به شرایط تعادل اولیه است. برای تحلیل پایداری استاتیکی طولی، منحنی ضریب گشتاور پیچینگ (C_m) کل هواپیما بر حسب زاویه حمله مورد بررسی قرار می‌گیرد. به منظور

⁴ -Flowchart

⁵ -Time-based

¹ -Longitudinal

² -Lateral

³ -Directional

۶- شبیه سازی

مشخصات هندسی و جرمی هواپیما در پیوست ارائه شده اند. ماموریت کنترلر صفر کردن بردار متغیرهای اختلالی (y) در زمان $t = t_f$ می باشد:

$$y_{t=t_f} = \mathbf{0} \quad (9)$$

با برآورده شدن این قید و طبق رابطه (۸):

$$\mathbf{Y}_{t=t_f} = \mathbf{Y}_{ss} \quad (10)$$

با توجه به رابطه (۱۰)، خروجی سیستم به مقدار حالت دائم خواهد رسید. شرایط اولیه اختلالی بصورت تصادفی و در بازه های زیر انتخاب شده اند:

$$u_{t=0} = [-10 \ 10] m/s$$

$$v_{t=0} = [-10 \ 10] m/s$$

$$w_{t=0} = [-10 \ 10] m/s$$

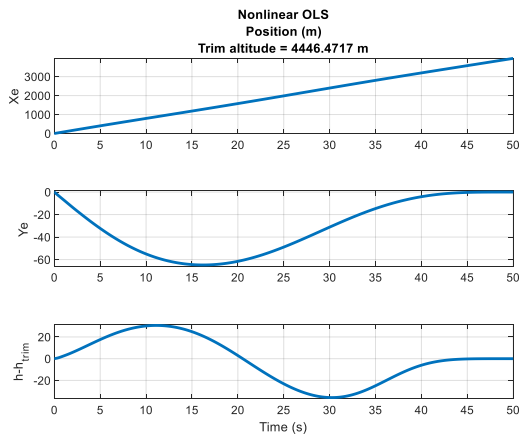
$$p_{t=0} = [-5 \ 5] deg/s$$

$$q_{t=0} = [-5 \ 5] deg/s$$

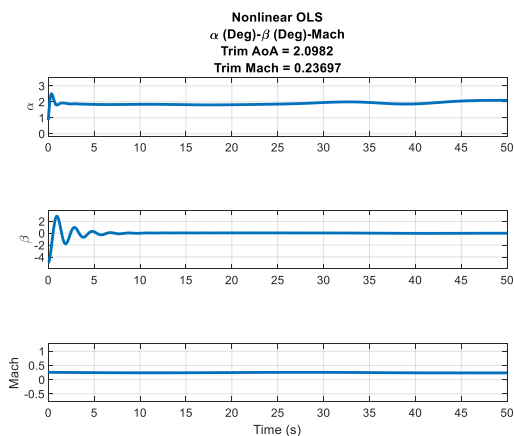
$$r_{t=0} = [-5 \ 5] deg/s$$

مقدار t_f برابر ۵۰ ثانیه در نظر گرفته شده است.

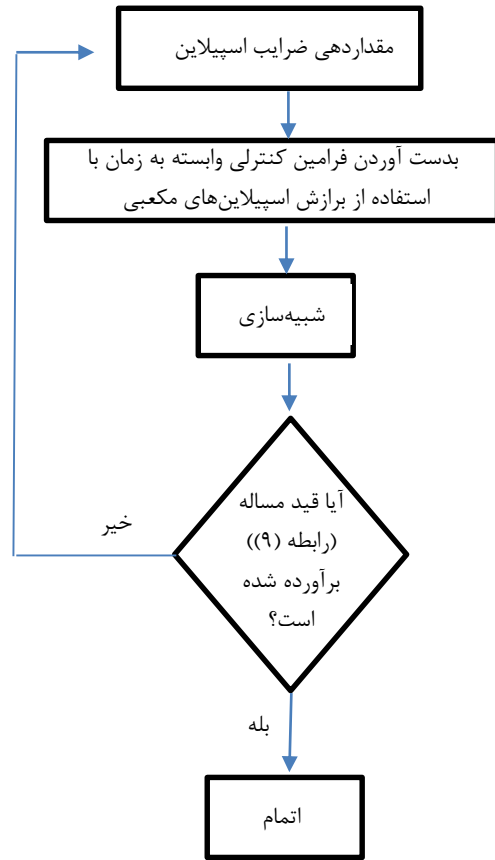
نتایج شبیه سازی در شکل های ۵ تا ۱۰ نشان داده شده اند. لازم به ذکر است که مولفه های بردار \mathbf{Y} در این شکل ها نشان داده شده اند.



شکل ۵- موقعیت هواپیما در چهارچوب اینرسی



شکل ۶- زوایای حمله، سرش جانبی و عدد ماخ بر حسب زمان

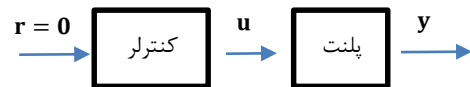


شکل ۳- فلوجارت تولید فرامین کنترلی حلقه باز

با توجه به فلوجارت نشان داده شده در شکل ۳، تعیین ضرایب اسپیلاین تا زمانی که قید مساله برآورده شوند ادامه خواهد داشت.

با توجه به اینکه فرامین کنترلی بر حسب زمان بدست می آیند، کنترلر طراحی شده حلقه باز خواهد بود.

دیاگرام بلوکی کنترلی حلقه باز در شکل ۴ نشان داده شده است:



شکل ۴- دیاگرام بلوکی کنترلی حلقه باز

همانطور که در شکل ۴ نشان داده است، بردار ورودی مرجع صفر بوده و هدف سیستم کنترل، رساندن بردار خروجی به صفر می باشد.

بردار خروجی (متغیرهای اختلالی) بصورت زیر تعریف می شود:

$$\mathbf{y} = [y_e, h, u, v, w, p, q, r, \phi, \theta, \psi]$$

بردار \mathbf{y} از رابطه زیر بدست می آید:

$$\mathbf{y} = \mathbf{Y} - \mathbf{Y}_{ss} \quad (8)$$

در این رابطه

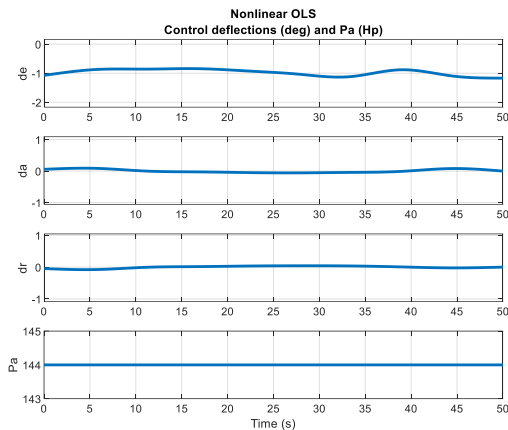
$$\mathbf{Y} = [Y_e, Z_e, U, V, W, P, Q, R, \Phi, \Theta, \Psi]$$

و \mathbf{Y}_{ss} مقدار حالت دائم (آتریم) \mathbf{Y} است.

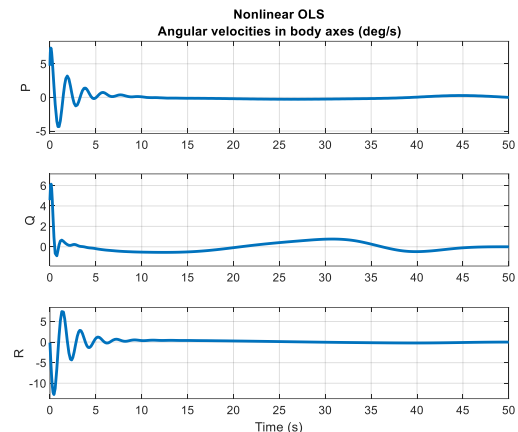
^۲ t_f - زمان نهایی می باشد.

^۱ - Perturbed variables

^۲ - Steady-state



شکل ۱۰- فرامین کنترلی بر حسب زمان



شکل ۷- سرعت‌های زاویه‌ای بر حسب زمان

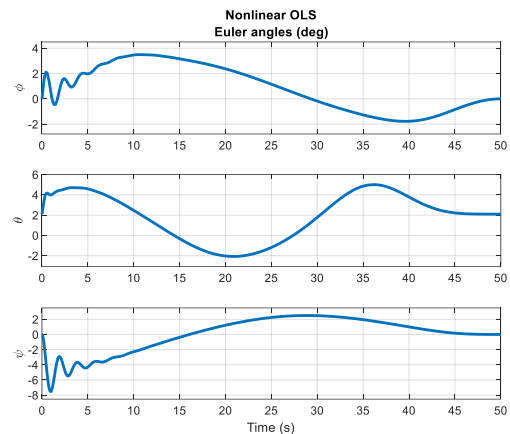
شبیه‌سازی مونت کارلو برای ارزیابی میزان موفقیت کنترل‌کننده در ارضا قید (۱۰) یا معادلاً از بین بردن متغیرهای اختلالی انجام شده است. برای ۱۰۰ بار شبیه‌سازی با شرایط اولیه تصادفی در بازه مطرح شده، میزان موفقیت کنترلر برابر ۱۰۰ درصد می‌باشد. عبارتی، کنترلر پیشنهاد شده توانسته است در تمام شبیه‌سازی‌ها قید مساله را برآورده کند.

۸- نتیجه‌گیری

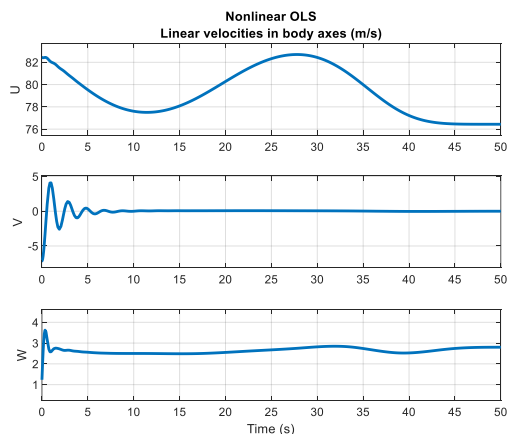
هوایمای PA-28-161 Warrior III دارای جرم حدود ۱ تن بوده و در رسته هوایمهای سبک وزن قرار دارد. هوایمهای سبک وزن معمولاً برای آموزش پرواز، تاکسی هوایی و مصارف شخصی استفاده می‌شوند. در این مقاله، مساله طراحی کنترلر حلقه باز برای این هوایم مورد بررسی قرار گرفت. برای این منظور ابتدا شرایط تریم هوایم حاصل گردید. سپس پایداری استاتیکی بررسی شد. در نهایت با استفاده از اسپیلاین‌های مکعبی، فرامین کنترلی حلقه باز (وابسته به زمان) بدست آمدند. هدف از طراحی کنترل‌کننده از بین بردن متغیرهای اختلالی و در نتیجه رساندن بردار خروجی سیستم به شرایط حالت دائم می‌باشد. نتایج شبیه‌سازی و تحلیل مونت کارلو نشان دادند که کنترلر حلقه باز قادر است خواسته مد نظر را برآورده کند.

۹- مراجع

- [1] https://en.wikipedia.org/wiki/Light_aircraft.
- [2] D. McLean and C. Descombes, "An automatic trim recovery control system for engine-out take-off and initial climb of twin-engined light aircraft," *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, vol. 16, Issue 5, 1994.
- [3] C. Vidan, S. I Badea, "Longitudinal automatic control system for a light weight aircraft," in *2016 International Conference of Aerospace Sciences*, Bucharest, Romania.
- [4] B. Jayaraman, D. Kumar Giri, A. Kanti Ghosh, "Attitude tracking control of a light aircraft using classical and incremental nonlinear dynamic inversion approaches," in *2021 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, Athens, Greece
- [5] <https://www.globalair.com/aircraft-for-sale/specification>
- [6] T. R Yechout, "Introduction to Aircraft Flight Mechanics: Performance, Static Stability, Dynamic Stability, Classical Feedback Control, and State-Space



شکل ۸- زوایای اویلر بر حسب زمان



شکل ۹- سرعت‌های خطی بر حسب زمان

با توجه به شکل‌های ۵ تا ۹، ملاحظه می‌گردد که متغیرهای اختلالی به صفر رسیده‌اند (با توجه به رسیدن \mathbf{Y} به \mathbf{Y}_{SS}). لازم به ذکر است که مقدار حالت دائم زوایای حمله و زاویه پیچ هوایم برابر ۲,۰۹ درجه است. فرامین کنترلی در شکل ۱۰ نشان داده شده‌اند:

معادله سینماتیکی انتقالی هواپیما:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_e \\ \dot{Y}_e \\ \dot{Z}_e \end{bmatrix} = \mathbf{TM}^{eb} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}$$

در این رابطه \mathbf{TM}^{eb} ماتریس انتقال از دستگاه بدنی به اینرسی می‌باشد.

معادلات سینماتیکی دورانی هواپیما:

$$P = -\dot{\Psi} \sin \Theta + \dot{\Phi}$$

$$Q = \dot{\Psi} \sin \Phi \cos \Theta + \dot{\Theta} \cos \Phi$$

$$R = \dot{\Psi} \cos \Phi \cos \Theta - \dot{\Theta} \sin \Phi$$

زوایای Φ ، Θ و Ψ به ترتیب زوایای رول، پیچ و یاو هستند.

Foundations," *AIAA (American Institute of Aeronautics & Astronautics); 2nd Revised edition (May 1, 2014)*

[7] <https://www.skybrary.aero/articles/trim-systems>

[8] J. Anderson, "Aircraft Performance & Design," *McGraw-Hill Education; 1st edition (December 5, 1998)*

[9] Advanced aircraft analysis (AAA)

[10] PA-28-161 Warrior III Pilot operating handbook

10- پیوست

مشخصات جرمی PA-26-181-Warrior III [۹]

$$m = 1100 \text{ kg}$$

$$I_{xx} = 1144, I_{yy} = 1784, I_{zz} = 2656, I_{xz} = -108 \text{ kg.m}^2$$

$$x_{cg} = 2.4, y_{cg} = 0, z_{cg} = -0.42 \text{ m}$$

مشخصات هندسی PA-26-181-Warrior III

مشخصات هندسی این هواپیما در مرجع [۱۰] موجود می‌باشند.

معادلات سینماتیکی هواپیما [۶]