طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی مبتنی بر شبکه عصبی برای سیستم غیرخطی ژیروسکوپ آشوبناک

علی فروتن[۱*]، علیرضا صفا[۲]

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی برق، دانشکده مهندسی، دانشگاه گلستان،گرگان، ایران، a.foroutan400@stu.gu.ac.ir

۲- استادیار گروه مهندسی برق، دانشکده مهندسی، دانشگاه گلستان،گرگان، ایران، a.safa@gu.ac.ir

چکیده

سیستم ژیروسکوپ، یک سیستم غیرخطی جذاب است که در صنایع مختلف نظامی، هوا و فضا، ناوبری و بسیاری دیگر از صنایع کاربرد دارد. با توجه به اهمیت و کاربردهای سیستم غیرخطی ژیروسکوپ، طراحی سیستم کنترل برای بهره‌برداری از سیستم ژیرسکوپ، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. اکثر سیستم‌ها در دنیای واقعی، دارای دینامیک غیرخطی می‌باشند و جلوگیری از اثرات مخرب نویز و اغتشاش‌های خارجی غیرقابل‌پیش‌بینی اجتناب‌ناپذیر است. نامعینی‌های غیرخطی در دینامیک ژیروسکوپ، نویز و اغتشاش‌های خارجی غیرقابل‌پیش‌بینی، چالش بزرگ در طراحی کنترل‌کننده به شمار می‌روند. از کنترل‌کننده مد لغزشی به دلیل مقاوم بودن در مقابل نامعینی‌های دینامیک سیستم و اغتشاش‌های وارد بر سیستم، به طور گسترده در کنترل سیستم‌های غیرخطی استفاده می‌گردد. در این مقاله رفتار دینامیکی سیستم غیرخطی ژیروسکوپ مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته و از کنترل‌کننده مد لغزشی مبتنی بر شبکه عصبی برای کنترل سیستم ژیروسکوپ استفاده می‌شود. پایداری سیستم غیرخطی ژیرسکوپ با استفاده از تئوری لیاپانوف اثبات می‌گردد. برای بررسی رفتار سیستم کنترلی پیشنهادی و مقایسه با سایر کنترل‌کننده‌ها، مدل غیرخطی ژیروسکوپ در سیمولینک متلب، شبیه‌سازی می‌شود و کارآمدی روش کنترلی پیشنهادی در کنترل بهینه سیستم غیرخطی ژیروسکوپ مورد بررسی قرار می‌گیرد.

واژه های کلیدی: سیستم ژیروسکوپ – کنترل مد لغزشی – شبکه عصبی

۱- مقدمه

سیستم ژیروسکوپ، یک سیستم غیرخطی جذاب و کارآمد است که در دهه‌های اخیر با توجه به کاربردهای این سیستم، مطالعه بر روی دینامیک پیچیده ژیروسکوپ به موضوعی جذاب برای مهندسان کنترل و هوا و فضا تبدیل شده است. از سیستم ژیروسکوپ برای اندازه‌گیری زاویه و سرعت زاویه‌ای اجسام متحرک در طیف گسترده‌ای از صنایع نظیر هوا و فضا، نظامی، ناوبری، خودروسازی، پزشکی مورد استفاده قرار می‌گیرد به همین دلیل سیستم ژیروسکوپ از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. دینامیک بسیاری از سیستم‌های صنعتی دارای غیرخطی‌های فراوانی است که موجب چالش در طراحی کنترل‌کننده می‌شود. سیستم ژیروسکوپ یک حسگر کلیدی در سامانه‌های مدرن به‌حساب می‌آید. سیستم ژیروسکوپ، دستگاهی است که بر روی یک چهارچوب[۱] قرار گرفته و با چرخش چهارچوب می‌تواند سرعت زاویه‌ای را حس نماید. ژیروسکوپ‌ها می‌توانند به‌تنهایی یا در سامانه‌های پیچیده‌ای نظیر قطب‌نمای گردش سنج[۲]، واحد اندازه‌گیری اینرسی[۳]، سیستم ناوبری اینرسی[۴] سامانه مرجع سمت و تراز[۵] استفاده شوند. واحد اندازه‌گیری اینرسی شامل ژیروسکوپ و شتاب‌سنج پیشرفته می‌شود که قادر به اندازه‌گیری سرعت و شتاب خودرو است. یکی از کاربردهای اصلی حسگرهای شتاب‌سنج و حسگرهای سنجش سرعت زاویه‌ای در فضا می‌باشد این در حالی است که اخیراً از سیستم ژیروسکوپ در مریخ‌نورد استفاده می‌شود [۱]. ژیروسکوپ ها با توجه به فناوری ساختاری به ژیرسکوپ‌های مکانیکی[۶]، سامانه‌های میکرو الکترومکانیکی[۷]، فیبر نوری[۸] دسته‌بندی می‌شوند. از قرن نوزدهم، ژیرسکوپ‌های مکانیکی، به عنوان حسگرهای جابه‌جایی و سرعت توسعه یافتند. ژیروسکوپ میکرو الکترومکانیکی، حسگرهای حرکتی هستند که سرعت حرکت زاویه‌ای یک جسم را حول محور خاص اندازه‌گیری می‌کند. از این دسته از ژیرسکوپ‌ها در لوازم الکتریکی خودرو، صنایع دفاعی، پزشکی مورد استفاده قرار می‌گیرند [۲]. از مزایای سیستم ژیروسکوپ می‌توان به مصرف انژی پایین، پیاده‌سازی ساده و هزینه کم اشاره نمود. در دهه اخیر کنترل سیستم‌های آشفته به مسئله مهمی تبدیل شده است. در سالیان اخیر چن[۹] به تجزیه و تحلیل رفتار دینامیکی یک سیستم ژیروسکوپ متقارن با میرایی خطی و غیرخطی پرداخته است که تحت برآشفتگی هارمونیک[۱۰] قرار داشت [۳]. حرکت آشوبناک در سیستم ژیروسکوپ برای اولین بار در سال ۱۹۸۱ ارائه شد. در سال ۱۹۹۶ چن و همکاران دینامیک غیرخطی یک ژیروسکوپ متقارن و سنگین نصب شده بر روی یک پایه مرتعش را مورد بررسی قرار دادند و در مورد حرکت‌های آشفته سیستم ژیروسکوپ با میرایی خطی بحث کردند [۴]. در سال ۲۰۰۱ حرکت سیستم ژیروسکوپ متقارن که تحت برآشفتگی هارمونیک قرار می‌گیرد مورد بررسی قرار گرفت [۵]. در سال ۲۰۰۲ چن حرکت غیرخطی یک سیستم ژیروسکوپ متقارن را با میرایی غیرخطی بررسی کرد. حرارت، تغییر پارامترهای سیستم با زمان، نویز مکانیکی، نویز مداری حسگر می‌توانند عملکرد و پایداری سیستم ژیروسکوپ را دچار اختلال نمایند. در سال ۲۰۱۵ ژانگ[۱۱] و همکاران سعی در کاهش نویز در

[1] Frame

[2] Gyrocompass
[3] Inertial Measurement Unit
[4] Inertial Navigation System
[5] Attitude Heading Reference System
[6] Mechanical Gyroscope
[7] Micro Electro Mechanical Systems
[8] Fibre Optic Gyroscope
[9] Chen
[10] Harmonic
[11] Zhang

سیستم‌های ژیروسکوپ میکرو الکترومکانیکی داشتند [۶]. در سال ۲۰۱۶ توسط سان[12] و همکاران یک ساختار نوین از فرکانس خروجی رزونانس ژیرسکوپ ارائه شد [۷]. در سال ۲۰۱۹ ایسکاکوف[13] و همکاران تأثیر میرایی خطی و غیرخطی بر روی ارتعاشات غیرخطی رتور عمودی ژیرسکوپ را مورد بررسی قرار دادند [۸]. افزایش ناگهانی انرژی تشدید می‌تواند موجب آسیب رسیدن به سیستم مکانیکی شود که در سال ۲۰۱۷ با تعیین حالت‌های تشدید در دینامیک غیرخطی سیستم، پیش‌بینی تبادل انرژی با دامنه ارتعاشات ممکن می‌شود [۹]. در سالیان اخیر روش‌های کنترلی متنوعی برای افزایش عملکرد سیستم ژیروسکوپ و مقاوم بودن در مقابل نویز و اغتشاش‌های وارد بر سیستم پیشنهاد شده‌اند [۱۰]. در سال ۲۰۰۸ یک طرح کنترلی فازی مد لغزشی برای کنترل سیستم غیرخطی ژیروسکوپ با نامعینی‌ها و اغتشاش‌های خارجی وارد بر سیستم ارائه گردید [۱۱]. در سال ۲۰۱۸ یک طرح کنترلی تطبیقی با روش خطی‌سازی بازخورد خروجی[14] برای کنترل سیستم دو درجه آزادی ژیروسکوپ طراحی شد [۱۲]. در سال ۲۰۱۱ یک طرح کنترلی تطبیقی ترمینال فازی مد لغزشی برای دسته‌ای از سیستم‌های غیرخطی چند ورودی چند خروجی ارائه گردید [۱۳]. در سال ۲۰۱۸ وانگ[15] و همکاران به بررسی همگام‌سازی مد لغزشی مرتبه کسری پرداختند [۱۴]. کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری به دلیل انعطاف پذیری بالا، توجه زیادی را در مهندسی به خود جلب کرده‌اند. در سال ۲۰۱۸ ارتباط امن با استفاده از کنترل‌کننده مد لغزشی تطبیقی بهینه توسط نادری و همکاران مورد مطالعه قرار گرفت [۱۵]. در سال ۲۰۱۷ یک کنترل‌کننده مد لغزشی تطبیقی نوین برای همگام‌سازی سیستم‌های آشفته در حضور اغتشاش و نویز مورد بررسی قرار گرفت [۱۶]. در سال ۲۰۱۹ یک کنترل‌کننده مد لغزشی تطبیقی کسری برای همگام‌سازی سیستم‌های آشفته ارائه شد [۱۷]. در سال ۲۰۱۸ یک استراتژی تثبیت‌کننده مد لغزشی تطبیقی فازی مقاوم برای سیستم‌های آشفته مرتبه کسری ارائه شد [۱۸]. در سال ۲۰۱۹ یک کنترل‌کننده مد لغزشی پسگام فازی مرتبه کسری برای ژیرسکوپ میکرو الکترومکانیکی سه محوره طراحی شد [۱۹]. در دهه اخیر مطالعات زیادی توسط محققان در مورد کنترل هوشمند سیستم‌های غیرخطی با استفاده از شبکه‌های عصبی انجام شده است. شبکه‌های عصبی مصنوعی یک سیستم پردازش اطلاعات غیرخطی تطبیقی می‌باشند. یک شبکه عصبی مصنوعی شامل مجموعه‌ای از واحدهای پردازشی می‌باشند که به آنها نورون می‌گویند. نورون‌ها با یکدیگر در ارتباط هستند و هر نورون یک تابع تبدیل می‌باشد. از سال ۱۹۸۰ تحقیقات بر روی شبکه‌های عصبی مصنوعی پیشرفت چشمگیری داشته است. عملکرد شبکه عصبی به تعداد نورون‌ها باشد وابسته می‌باشد. اگر تعداد نورون‌ها کم باشد منجر به عملکرد تخمین ضعیف می‌شود و در صورتی که تعداد نورون‌ها زیاد انتخاب شوند شبکه عصبی با مشکل بیش برازش[16] مواجه می‌شود. معماری یک شبکه عصبی مصنوعی با تمام اتصال‌های شبکه و تابع تبدیل‌های نورون‌ها تعیین می‌شوند. فرآیند یادگیری در شبکه عصبی مصنوعی با آموزش و تنظیم مکرر وزن‌ها حاصل می‌گردد. الگوریتم بهینه‌سازی با استفاده از روش گرادیان نزولی پیاده‌سازی می‌شود. معماری شبکه عصبی با تعداد لایه‌ها، تعداد نورون‌های هر لایه، ارتباط‌های میان نورون‌ها توصیف می‌گردد [۲۰].

با توجه به پیشرفت‌های اخیر در زمینه هوش مصنوعی و شبکه عصبی، از شبکه عصبی در کنترل تطبیقی سامانه‌های دارای دینامیک غیرخطی استفاده می‌گردد. شبکه‌های عصبی ابزار دقیق برای تخمین دینامیک غیرخطی با پارامترهای نامعین و توابع غیرخطی پیچیده هستند. در دهه‌های اخیر پیشرفت‌های بسیاری در زمینه شناسایی و کنترل سیستم‌های غیرخطی در حضور نامعینی‌ها به‌دست‌آمده است. اخیراً از شبکه‌های عصبی برای تخمین برخط اغتشاش‌های نامعین و طراحی رویتگر تطبیقی استفاده می‌شود. هدف اصلی از کنترل، دستیابی به عملکرد مناسب سیستم کنترل در حضور نامعینی‌ها، نویز، اغتشاش‌های خارجی وارد بر سیستم می‌باشد. در دهه‌های گذشته دستاورد و پیشرفت‌های زیادی در زمینه طراحی کنترل‌کننده به‌دست‌آمده است که کنترل مقاوم، کنترل تطبیقی، کنترل مد لغزشی و کنترل مبتنی بر شبکه عصبی برخی از این پیشرفت‌ها می‌باشند. نامعینی‌های غیرخطی در دینامیک ژیروسکوپ و اغتشاش‌های خارجی غیرقابل‌پیش‌بینی، چالش بزرگ در طراحی کنترل‌کننده می‌باشند. کنترل‌کننده مد لغزشی دارای ویژگی‌های جذابی نظیر مقاوم بودن در برابر تغییرات پارامترهای سیستم و عدم حساسیت به اغتشاش‌ها می‌باشد. هدف از این مقاله، نوآوری در طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی و ادغام با شبکه عصبی برای تخمین دینامیک ژیروسکوپ برای دستیابی به عملکرد کنترلی بهینه در کنترل سیستم ژیروسکوپ با دینامیک پیچیده و در حضور نامعینی‌ها و تغییرات پارامترهای دینامیکی سیستم باگذشت زمان می‌باشد. از تئوری لیاپانوف[17] برای اثبات تضمین پایداری سیستم ژیروسکوپ استفاده می‌شود. طرح کنترلی پیشنهادی منجر به پایداری سیستم غیرخطی ژیروسکوپ می‌شود و با جلوگیری از اثرات مخرب اغتشاش‌های غیرقابل‌پیش‌بینی خارجی وارد بر سیستم منجر به بهبود عملکرد سیستم کنترلی خواهد شد. در بخش دوم این مقاله، دینامیک غیرخطی سیستم ژیروسکوپ توصیف می‌گردد و در بخش سوم کنترل‌کننده مد لغزشی مبتنی بر شبکه عصبی طراحی می‌شود و با استفاده از تابع لیاپانوف، پایداری سیستم ژیروسکوپ تضمین می‌گردد. در بخش چهارم مدل ژیروسکوپ در سیمولینک متلب شبیه‌سازی می‌شود و نتایج بررسی می‌شوند. در بخش پنجم نتیجه‌گیری شرح داده می‌شود و در بخش ششم مراجع مورد استفاده در این مقاله پیوست می‌گردند.

۲- دینامیک غیرخطی ژیروسکوپ

معادلات حرکت یک سیستم غیرخطی ژیروسکوپ متقارن[18] تعبیه شده بر روی یک پایه مرتعش، با استفاده از زوایای اویلر خمش (θ)، غلتش (ϕ) و گردش (ψ) توصیف می‌شود. با استفاده از روش اویلر-لاگرانژ خواهیم داشت [۴]:

12 Sun
13 Iskakov
14 Output Feedback Linearization
15 Wang
16 Overfitting Problem
17 Lyapunov Theory
18 Symmetric

$$L = \frac{1}{2} I_1 (\theta^2 + \dot{\phi}^2 \sin^2(\theta)) + \frac{1}{2} I_3 \big(\dot{\phi}\cos(\theta) + \dot{\psi}\big)^2 - M_g (l + \bar{l}\sin(\omega t)\cos(\theta)) \qquad (۱)$$

که I_1 و I_3 به ترتیب ممان‌های اینرسی قطبی[۱۹] و استوایی[۲۰] ژیروسکوپ متقارن، M_g نیروی گرانش زمین[۲۱]، $\bar{l}$ دامنه اغتشاش خارجی، ω فرکانس اغتشاش خارجی می‌باشند. با مشتق‌گیری از رابطه (۱) خواهیم داشت:

$$P_\phi = \frac{\partial L}{\partial \phi} = I_1 \dot{\phi}\, sin^2(\theta) + I_3\big(\dot{\phi}\, cos(\theta) + \dot{\psi}\big) cos(\theta) \qquad (۲)$$

$$P_\phi = \beta_\phi \qquad (۳)$$

$$P_\psi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} = I_3\big(\dot{\phi}\cos(\theta) + \dot{\psi}\big) \qquad (۴)$$

$$P_\psi = I_3 \omega_z = \beta\psi \qquad (۵)$$

که ω_z سرعت چرخش سیستم ژیروسکوپ است. با استفاده از روش روث[۲۲] معادلات حرکت سیستم غیرخطی ژیروسکوپ تنها به زاویه θ بستگی خواهد داشت و به صورت زیر توصیف می‌گرد [۲۱]:

$$h(\theta) = \left[\frac{\big(\beta_{phi} - \beta_\psi \cos(\theta)\big)^2}{2I_1 \sin^2(\theta)}\right] + \frac{\beta_{phi}^2}{2I_3} + M_g\big(l + \bar{l}\sin(\omega t)\big)\cos(\theta) \qquad (۶)$$

$$R = L - \beta_\phi \dot{\phi} - \beta_\psi \dot{\psi} = \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}^2 - h(\theta) \qquad (۷)$$

$$R = \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}^2 - h(\theta) \qquad (۸)$$

اگر $\theta = 0$ باشد آنگاه $\beta_\phi = \beta_\psi$ خواهد بود. نیروی فراکنش به صورت رابطه زیر توصیف می‌گردد:

$$F = -D_1\dot{\theta} - D_2\dot{\theta}^3 \qquad (۹)$$

که D_1 و D_2 مقادیر ثابت مثبت هستند. معادله حاکم بر حرکت سیستم غیرخطی ژیروسکوپ از رابطه زیر حاصل می‌گردد:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial R}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial R}{\partial \theta} = F \qquad (۱۰)$$

معادله حاکم بر حرکت یک سیستم ژیروسکوپ متقارن با زاویه θ به‌صورت زیر بیان می‌شود :

$$\ddot{\theta} + (\frac{\beta_\phi}{I_1})^2 \frac{(1-\cos(\theta))^2}{\sin^3(\theta)} - \frac{M_g \bar{l}}{I_1}\sin(\theta) + \frac{D_1}{I_1}\ \dot{\theta} + \frac{D_2}{I_1}\dot{\theta}^3 = \frac{M_g \bar{l}}{I_1} sin\,(\omega t)\sin(\theta) \qquad (۱۱)$$

بگذارید [۲۱]:

$$\alpha := \frac{\beta_\phi}{I_1} = \frac{I_3\omega_z}{I_1}, \quad c_1 := \frac{D_1}{I_1} \qquad c_2 = \frac{D_2}{I_2}$$

$$\beta := \frac{M_g\bar{l}}{I_1}, \qquad f := \frac{M_g\bar{l}}{I_1}$$

پس داریم:

$$\ddot{\theta} + \alpha^2 \frac{(1-\cos(\theta))^2}{\sin^3(\theta)} - \beta\sin(\theta) + c_1\dot{\theta} + c_2\dot{\theta}^3 = f sin\,(\omega t)\sin(\theta) \qquad (۱۲)$$

در رابطه (۹) $c_1\dot{\theta}$ و $c_2\ddot{\theta}$ به ترتیب میرایی[۲۳] خطی و غیرخطی می‌باشند. در رابطه (۱۲) $f sin\,\omega t$ پارامتر برآشفتگی[۲۴] می‌باشد. برای دستیابی به معادلات فضای حالت سیستم ژیروسکوپ، متغیرهای حالت سیستم را به صورت $x_1 := \theta$ و $x_2 := \dot{\theta}$ در نظر می‌گیریم و بردار حالت‌های سیستم ژیروسکوپ $x := [x_1, x_2]^T$ تعریف می‌شود.

$$g(x) = -\alpha^2 \frac{(1-\cos(x))^2}{\sin^3(x)} \qquad (۱۳)$$

$$L(x) = \beta\sin(x) + f sin(\omega t)\sin(x) \qquad (۱۴)$$

معادلات فضای حالت نرمالیزه شده سیستم ژیروسکوپ به‌صورت زیر بیان می‌گردد.

$$\begin{cases} \dot{x_1} = x_2 \\ \dot{x_2} = g(x) - c_1 x_2 - c_2 x_2^3 + L(x_1) \end{cases} \qquad (۱۵)$$

رابطه (۱۵) فضای حالت سیستم پیشرو[۲۵] می‌باشد. با جای‌گذاری حالت‌های سیستم پیرو در روابط (۱۳) و (۱۴) خواهیم داشت:

$$g(y_1) = -\alpha^2 \frac{(1-\cos y_1)^2}{\sin^3 y_1} \qquad (۱۶)$$

$$L(y_1) = \beta\sin(y_1) + f sin(\omega t) sin(y_1) \qquad (۱۷)$$

$$\mu(t) = \rho(t) + u(t) \qquad (۱۸)$$

برای توصیف سیستم غیرخطی ژیروسکوپ در دنیای واقعی فرض می‌شود که پاسخ ژیروسکوپ شامل اغتشاش‌های خارجی $\rho(t) \in R$ باشد. اغتشاش‌های خارجی به صورت زیر محدود می‌شود:

$$|\rho(t)| \le \sigma(t) \in R^+ \qquad (۱۹)$$

رابطه (۲۰) فضای حالت سیستم ژیروسکوپ آشفته کنترل شده پیرو را نشان می‌دهد که y_1 و y_2 متغیرهای فضای حالت سیستم می‌باشند.

$$\begin{cases} \dot{y_1} = y_2 \\ \dot{y_2} = g(y_1) - c_1 y_2 - c_2 y_2^3 + L(y_1) + \mu(t) \end{cases} \qquad (۲۰)$$

سیگنال کنترلی $u(t) = [u_1(t), u_2(t)]^T$ برای همگام سازی به سیستم پیرو افزوده شده است که توسط کنترل‌کننده مد لغزشی مبتنی بر شبکه عصبی برای کنترل سیستم ژیروسکوپ تعیین می‌گردند. خطای متغیرهای حالت همگام سازی بین سیستم‌های (۱۵) و (۲۰) از رابطه زیر حاصل می‌گردد:

$$e_k(t) = y_k(t) - x_k(t), \ \ k = 1{,}2 \qquad (۲۱)$$

دینامیک خطای سیستم به‌صورت زیر توصیف می‌شود:

$$\begin{cases} \dot{e_1} = e_2 \\ \dot{e_2} = -c_1 e_2 + \alpha^2 g(x_1, y_1) + \gamma + \epsilon(t) \end{cases} \qquad (۲۲)$$

پارامتر γ به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\gamma = -c_1 y_2 - c_2 x_2^3 + (\beta + f sin(\omega t))(\sin(y_1) - sin(x_1)) \qquad (۲۳)$$

پارامتر $g(x_1, y_1)$ به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$g(x_1, y_1) = \frac{(1-\cos x_1)^2}{\sin^3 x_1} - \frac{(1-\cos y_1)^2}{\sin^3 y_1} \qquad (۲۴)$$

[19] Polar
[20] Equatorial
[21] Gravity force
[22] Routh
[23] Damping
[24] Parametric excitation
[25] Master

هدف این مقاله طراحی سیگنال کنترلی مناسب ورودی برای پایدارسازی مجانبی سیستم حلقه-بسته است؛ به عبارتی دیگر، خطاهای تعقیب $e_k\ (t)$ می‌بایست به صفر میل کند آنگاه متغیرهای حالت سیستم پیرو (۲۰) به متغیرهای حالت سیستم پیشرو (۱۵) همگرا می‌شود و خواهیم داشت:

$$\lim_{t\to\infty}(y_k(t)-x_k(t)) \to 0\,, \qquad k=1,2 \qquad (۲۵)$$

۳- طراحی کنترل‌کننده

سیستم غیرخطی پیوسته با زمان به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \qquad (۲۵)$$

در رابطه (۲۵) $x \in R^n$ و $f(x) \in R^n$ و $g(x) \in R^{n\times m}$ می‌باشد. سیستم غیرخطی ژیروسکوپ که یک سیستم مرتبه دوم می‌باشد به صورت زیر تعریف می‌شود:

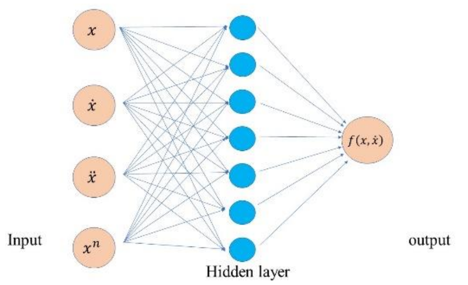
$$\ddot{x} = f(x,\dot{x}) + g(x,\dot{x})u \qquad (۲۶)$$

در این طرح کنترلی از قابلیت یادگیری شبکه عصبی برای تخمین[26] توابع $f(x,\dot{x})$ و $g(x,\dot{x})$ استفاده می‌شود. با به‌کارگیری دو شبکه عصبی مصنوعی، توابع $f(x,\dot{x})$، $g(x,\dot{x})$ سیستم ژیروسکوپ را تخمین زده می‌شود. در شبکه عصبی مذکور وزن‌های شبکه عصبی به قسمی تعیین می‌شوند که سیستم ژیروسکوپ پایدار باشد.

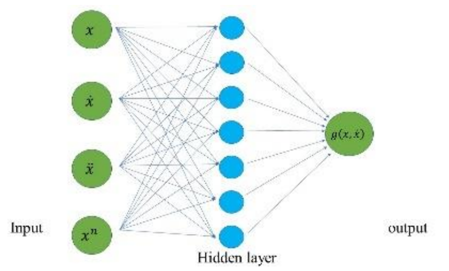
برای تخمین تابع $f(x,\dot{x})$ از یک شبکه عصبی پیشخور[27] استفاده می‌شود که خواهیم داشت:

$$\hat{f} = \theta_f^T \zeta_f \qquad (۲۷)$$

$\hat{f}$ تخمین تابع $f(x,\dot{x})$ می‌باشد.



شکل۱- بلوک دیاگرام تخمین تابع $f(x,\dot{x})$ با استفاده از شبکه عصبی



شکل۲- بلوک دیاگرام تخمین تابع $g(x,\dot{x})$ با استفاده از شبکه عصبی

[26] Approximation
[27] Feed Forward

$\hat{f}$ از بردار مجهولات θ_f^T و معلومات ζ_f تشکیل می‌شود. با فرض معلوم بودن وزن لایه اول W_1 خواهیم داشت:

$$\zeta_f = f_1(W_1^T\, X_{NN}) \qquad (۲۸)$$

که X_{NN} ورودی‌های شبکه عصبی می‌باشند.W_1 وزن لایه اول شبکه عصبی می‌باشد.

$$\frac{\partial O_2[K]}{\partial W_1[K]} = \frac{\partial O_2[K]}{\partial net_2[K]}\frac{\partial net_2[K]}{\partial O_1[K]}\frac{\partial O_1[K]}{\partial net_2[K]}\frac{\partial O_1[K]}{\partial net_1[K]}\frac{\partial net_1[K]}{\partial W_1[K]} \qquad (۲۹)$$

در رابطه (۲۹) O_2 خروجی لایه دوم شبکه عصبی و W_1 وزن لایه اول می‌باشد. با استفاده از سری تیلور، برای تخمین تابع $f(x,\dot{x})$ از رابطه زیر حاصل می‌گردد:

$$\hat{f} = W_1^T \frac{\partial O_2}{\partial W_1} \qquad (۳۰)$$

با استدلال مشابه برای تخمین تابع $g(x,\dot{x})$ خواهیم داشت:

$$\hat{g} = \theta_d^T \zeta_g \qquad (۳۱)$$

$\hat{g}$ تخمین تابع $g(x,\dot{x})$ می‌باشد. $\hat{g}$ از بردار مجهولات θ_g^T و معلومات ζ_g تشکیل می‌شود.

$$\zeta_g = f_1(W_1^T\, X_{NN}) \qquad (۳۲)$$

با استفاده از سری تیلور، برای تخمین تابع $g(x,\dot{x})$ از رابطه زیر حاصل می‌گردد:

$$\hat{g} = W_1^T \frac{\partial O_2}{\partial W_1} \qquad (۳۳)$$

برای سیستم ارائه شده در رابطه (۲۰) سطح لغزشی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$s := \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} e \qquad (۳۴)$$

با توجه به سیستم ژیروسکوپ غیرخطی مرتبه دوم خواهیم داشت:

$$s = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{2-1} e = \dot{e} + \lambda e \qquad (۳۵)$$

با مشتق‌گیری از رابطه (۳۵) داریم:

$$\dot{s} = -\rho\, sign(s) \to s\dot{s} = -\rho\, s\, sign(s) \qquad (۳۶)$$

که تابع $sign(s)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$sign(s) = \begin{cases} +1 & if\ s > 0 \\ -1 & if\ s \le 0 \end{cases} \qquad (۳۷)$$

سیگنال کنترلی کنترل‌کننده مد لغزشی مبتنی بر شبکه عصبی دارای دو فاز رسش و لغزش می‌باشد. ساختار سیگنال کنترلی کنترل‌کننده مذکور به‌صورت زیر می‌باشد:

$$u := u_{eq} + u_{reach} \qquad (۳۸)$$

جایی که:

$$u_{eq} := \frac{1}{\hat{g}}[-\hat{f} + y_d^n - k_{n-1}e^{(n-1)} -k_{n-2}e^{(n-2)} + \cdots + k_1\dot{e}], \qquad (۳۹)$$

$$u_{reach} := -\frac{\rho}{\hat{g}} sign(s). \qquad (۴۰)$$

با مشتق‌گیری از سطح لغزش خواهیم داشت:

$$\dot{s} = f + g(u) - y_d^n + k_{n-1}e^{n-1} + k_{n-2}e^{n-2} + \cdots + k_1\dot{e} \qquad (۴۱)$$

با جمع و تفریق عبارت $\hat{g}(u)$ خواهیم داشت:

$$\dot{s} = f + g(u) + \hat{g}(u) - \hat{g}(u) - y_d^n + k_{n-1}e^{n-1} + k_{n-2}e^{n-2} + \cdots + k_1\dot{e} \qquad (۴۲)$$

با جای‌گذاری قانون کنترلی و ساده‌سازی نتیجه می‌شود:

$$\dot{s} = f - \hat{f} + (g - \hat{g})u - \rho\, sign(s) \qquad (۴۳)$$

$\tilde{\theta}_f$ خطای تخمین تابع $f(x,\dot{x})$ و $\tilde{\theta}_g$ خطای تخمین تابع $g(x,\dot{x})$ می‌باشد فرض می‌کنیم یک شبکه عصبی ایده‌آل با خروجی شبکه‌عصبی بهینه و خطای تخمین کمینه $\tilde{\theta}_f$ و $\tilde{\theta}_g$ وجود دارد آنگاه روابط زیر برقرار خواهد بود:

$$f - f^* < \epsilon \qquad (۴۴)$$

$$g - g^* < \epsilon \qquad (۴۵)$$

$$f^* = \theta_f^{*T}\, \zeta_f \qquad (۴۶)$$

$$g^* = \theta_g^{*T}\, \zeta_g \qquad (۴۷)$$

که در روابط بالا f^* و g^* خروجی شبکه عصبی بهینه می‌باشند. مقدار ϵ ثابت بسیار کوچک می‌باشد. با جمع و تفریق عبارت f^* و g^*u خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\dot{s} &= f - f^* + f - \hat{f} + g^*u - g^*u \\ &+ (g - \hat{g})u - \rho\, sign(s)\end{aligned} \qquad (۴۸)$$

با ساده‌سازی عبارت فوق نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned}\dot{s} &= (f - f^*) + (f - \hat{f}) + (g - g^*)u \\ &+ (g^* - \hat{g})u - \rho\, sign(s)\end{aligned} \qquad (۴۹)$$

داریم:

$$\begin{aligned}\dot{s} &= 2\epsilon + (\theta_f^* - \theta_f)^T \zeta_f + (\theta_g^* - \theta_g)^T\, \zeta_g u \\ &- \rho\, sign(s)\end{aligned} \qquad (۵۰)$$

تفاضل مقادیر θ_f و θ_f^* با $\tilde{\theta}_f$ و تفاضل مقادیر θ_g و θ_g^* با $\tilde{\theta}_g$ نمایش داده می‌شود. مشتق سطح لغزش با رابطه زیر توصیف می‌شود:

$$\dot{s} = 2\epsilon + \tilde{\theta}_f^T \zeta_f + \tilde{\theta}_g^T \zeta_g u - \rho\, sign(s) \qquad (۵۱)$$

برای اثبات پایداری، تابع لیاپانوف را به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$v = \frac{1}{2}s^2 + \frac{1}{2\,\gamma}\tilde{\theta}_f^T \tilde{\theta}_f + \frac{1}{2\,\gamma}\tilde{\theta}_g^T \tilde{\theta}_g \qquad (۵۲)$$

تابع لیاپانوف در رابطه (۵۲) مثبت معین می‌باشد. از رابطه (۵۲) نسبت به زمان مشتق می‌گیریم:

$$\dot{v} = s\dot{s} - \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}_f^T \dot{\hat{\theta}}_f - \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}_g^T \dot{\hat{\theta}}_g \qquad (۵۳)$$

با جای‌گذاری رابطه (۵۱) در رابطه (۵۳) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\dot{v} &= s\left(2\epsilon + \tilde{\theta}_f^T \zeta_f + \tilde{\theta}_g^T \zeta_g u - \rho\, sign(s)\right) \\ &- \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}_f^T \dot{\hat{\theta}}_f - \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}_g^T \dot{\hat{\theta}}_g\end{aligned} \qquad (۵۴)$$

با ساده‌سازی رابطه (۵۴) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\dot{v} &= 2\epsilon s - s\,\rho\, sign(s) + \tilde{\theta}_f^T\left(s\zeta_f - \frac{1}{\gamma}\dot{\hat{\theta}}_f\right) \\ &+ \tilde{\theta}_g^T\left(su - \frac{1}{\gamma}\dot{\hat{\theta}}_g\right)\end{aligned} \qquad (۵۵)$$

با درنظرگرفتن $s{\times}sign(s){=}|s|$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\dot{v} &\le 2\epsilon|s| - \rho\,|s| + \tilde{\theta}_f^T\left(s\zeta_f - \frac{1}{\gamma}\dot{\hat{\theta}}_f\right) \\ &+ \tilde{\theta}_g^T\left(su\zeta_g - \frac{1}{\gamma}\dot{\hat{\theta}}_g\right)\end{aligned} \qquad (۵۶)$$

خواهیم داشت:

$$\dot{v} \le 2\epsilon|s| - \rho\,|s| \qquad (۵۷)$$

طبق قانون تطبیق قوانین به‌روزرسانی وزن‌های شبکه عصبی به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$s\zeta_f - \frac{1}{\gamma}\dot{\hat{\theta}}_f = 0 \rightarrow \dot{\hat{\theta}}_f = \gamma\, s\, \zeta_f \qquad (۵۸)$$

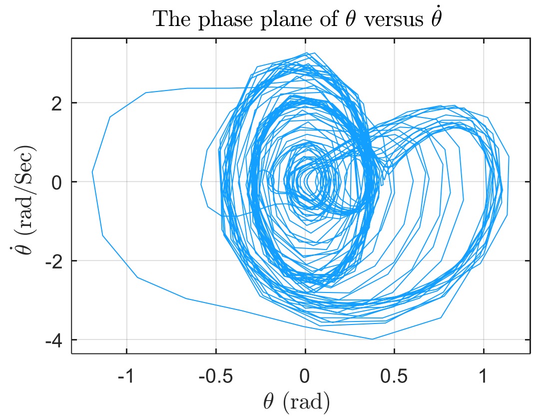
$$su\zeta_g - \frac{1}{\gamma}\dot{\hat{\theta}}_g = 0 \rightarrow \dot{\hat{\theta}}_g = \gamma\, su\, \zeta_g \qquad (۵۹)$$

درصورتی‌که $\rho > 2\epsilon$ باشد. با توجه به شرایط مذکور وزن‌های شبکه عصبی مصنوعی به قسمتی تنظیم می‌شوند که مشتق تابع لیاپانوف منفی و پایداری سیستم غیرخطی ژیروسکوپ تضمین می‌گردد.

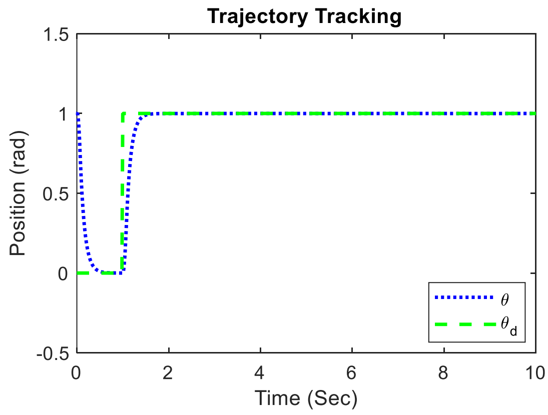
۴- نتایج

برای بررسی رفتار دینامیکی سیستم ژیروسکوپ و اثبات عملکرد مناسب کنترل‌کننده مد لغزشی مبتنی بر شبکه عصبی در کنترل سیستم غیرخطی ژیروسکوپ، مدل سیستم را در سیمولینک متلب شبیه‌سازی کرده و با کنترل‌کننده پیشنهادی، سیستم ژیروسکوپ کنترل می‌شود. در شکل ۳ رفتار آشوبناک سیستم ژیروسکوپ با اعمال ورودی پله با دامنه یک ولت به سیستم غیرخطی ژیروسکوپ، به‌ازای مقادیر $c_1 = $، $\beta = 1$ 0.5، $\alpha^2 = 100$، $f = 35.5$، $c_2 = 0.05$ و $\omega = 2$ با شرایط اولیه $(x_1,x_2) = (1,-1)$ ترسیم می‌شود.

در شکل ۴ با اعمال ورودی پله واحد به مدل سیستم غیرخطی ژیروسکوپ، خروجی فرایند، سیگنال مرجع مطلوب را با زمان صعود[28] کم، سرعت و دقت بالا ردیابی می‌کند. در شکل ۵ خطای ردیابی در سیستم ژیروسکوپ کنترل شده با کنترل‌کننده مد لغزشی مبتنی بر شبکه عصبی ترسیم شده است که خطای حالت ماندگار سیستم به صفر میل می‌کند و از دقت همگرایی بالایی برخوردار می‌باشد.

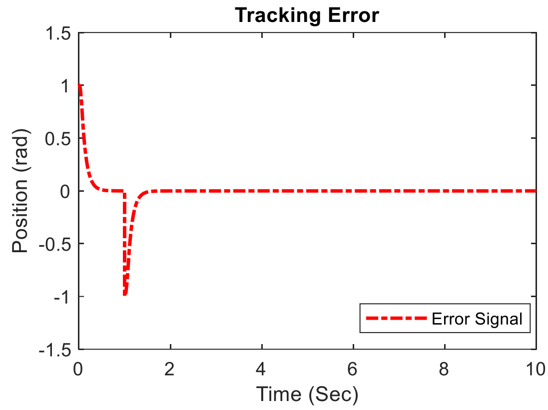


شکل ۳- نمودار صفحه فاز در ژیروسکوپ آشوبناک

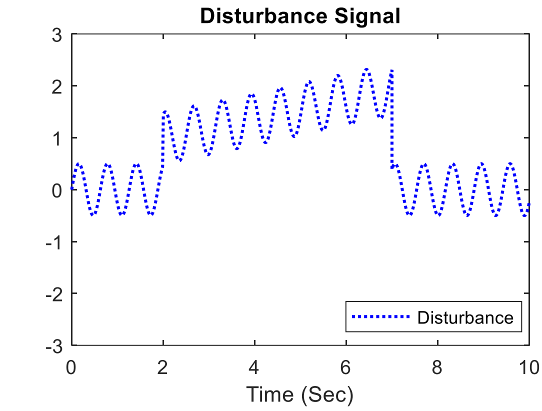


شکل ۴- نمودار ردیابی مسیر سیگنال مرجع ورودی با پله واحد

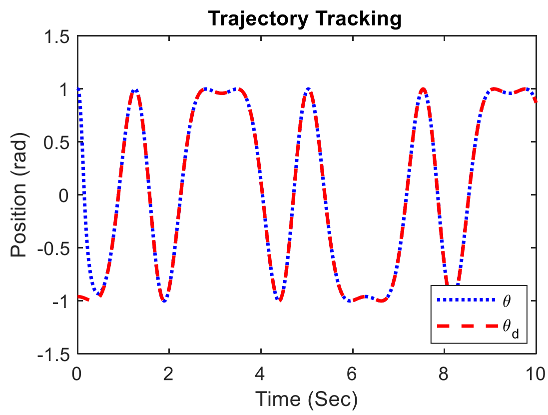
[28] Rise Time



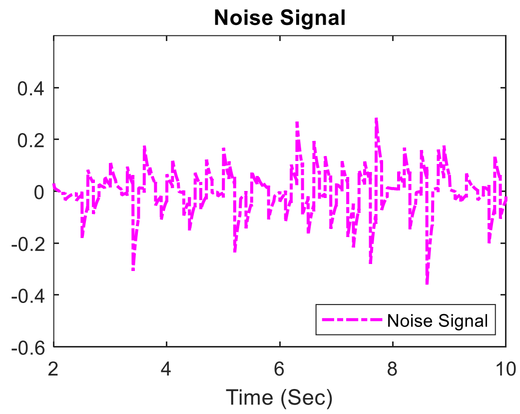
شکل ۵- نمودار خطای ردیابی در سیستم ژیروسکوپ



شکل ۷- سیگنال اغتشاش وارد بر سیستم بر حسب زمان



شکل ۶- نمودارهای ردیابی مسیر با سیگنال مرجع غیرخطی



شکل ۸- سیگنال نویز بر حسب زمان

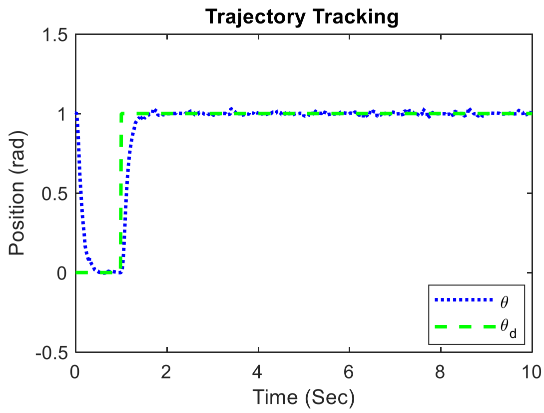
در شکل ۶ نمودار ردیابی مسیر در سیستم غیرخطی ژیروسکوپ با کنترل‌کننده پیشنهادی را به‌ازای سیگنال مرجع غیرخطی $\left(sin\left(5cos(t)\right)\right)$ ترسیم شده است.

در گام بعد برای بررسی مقاوم بودن طرح کنترلی پیشنهادی و بررسی تأثیر نویز و اغتشاش بر روی سیستم کنترلی، سیگنال‌های نویز و اغتشاشات وارد بر سیستم غیرخطی ژیروسکوپ را به مدل سیستم اعمال می‌کنیم. در شکل ۷ و ۸ سیگنال اغتشاش و نویز اعمال شده به مدل سیستم ترسیم می‌شود. با اعمال سیگنال‌های مخرب نویز و اغتشاشات به مدل سیستم ژیروسکوپ، در شکل ۹ نمودار ردیابی مسیر با سیگنال مرجع ورودی پله واحد برای بررسی مقاوم بودن کنترل‌کننده مد لغزشی مبتنی بر شبکه عصبی ترسیم شده است.

در شکل ۱۰ کنترل‌کننده مد لغزشی مبتنی بر شبکه عصبی با کنترل‌کننده‌های PI، PD، PID و PID مبتنی بر شبکه عصبی مقایسه می‌شود. کنترل‌کننده‌ای که از سرعت و دقت بیشتری برخوردار باشد و دارای خطای ردیابی مسیر کمتری باشد برای کنترل سیستم غیرخطی ژیروسکوپ مناسب‌تر خواهد بود.

در شکل ۱۱ و ۱۲ مشخصات تحلیلی خطا، زمان صعود، زمان نشست، میزان حداکثر فراجهش در کنترل‌کننده‌های مختلف در ردیابی مسیر سیگنال ورودی مرجع در سیستم ژیروسکوپ ترسیم شده است.

کنترل‌کننده مد لغزشی مبتنی بر شبکه عصبی دارای عملکرد مناسب‌تری در کنترل سیستم غیرخطی ژیروسکوپ نسبت به سایر کنترل‌کننده‌های

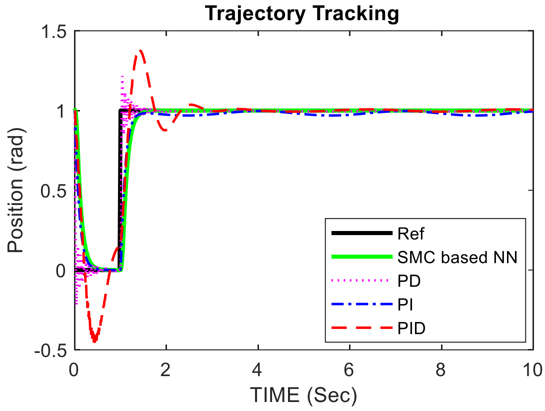


شکل ۹- نمودار تأثیرات نویز و اغتشاش بر ردیابی مسیر سیگنال مرجع

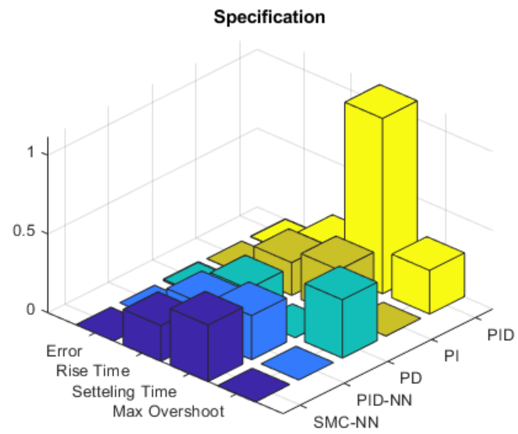
مذکور داشته است. پاسخ ردیابی مسیر در کنترل‌کننده مد لغزشی مبتنی بر شبکه عصبی دارای دو مزیت می‌باشد. مزیت اول مقدار کمینه خطای حالت ماندگار سیستم و مزیت دوم پاسخ بدون نوسان می‌باشد.

۵- نتیجه‌گیری

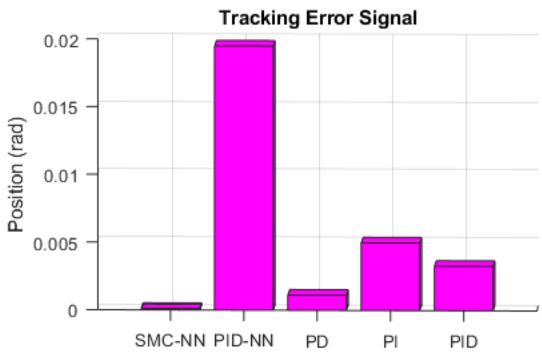
اکثر سیستم‌ها در دنیای واقعی، دارای دینامیک غیرخطی می‌باشند و جلوگیری از اثرات مخرب نویز و اغتشاش‌های خارجی غیرقابل‌پیش‌بینی اجتناب‌ناپذیر می‌باشد. نامعینی‌های غیرخطی در دینامیک ژیروسکوپ و



شکل ۱۰- نمودار ردیابی مسیر در کنترل‌کننده‌های مختلف



شکل ۱۱- معیارهای کارایی با کنترل‌کننده‌های مختلف



شکل ۱۲- نمودار مقایسه‌ای خطا در ردیابی سیستم ژیروسکوپ

اغتشاش‌های خارجی غیرقابل‌پیش‌بینی، چالش بزرگ در طراحی کنترل‌کننده می‌باشند. شبکه‌های عصبی ابزار دقیق برای تخمین دینامیک غیرخطی با پارامترهای نامعین و توابع غیرخطی پیچیده می‌باشند. هدف اصلی از کنترل ژیروسکوپ، دستیابی به عملکرد مناسب سیستم در حضور نامعینی‌ها، نویز، اغتشاشات خارجی وارد بر سیستم می‌باشد. در این مقاله با استفاده از کنترل‌کننده مد لغزشی مبتنی بر شبکه عصبی، یک کنترل‌کننده بهینه برای کنترل سیستم غیرخطی ژیروسکوپ طراحی می‌شود. طرح کنترلی پیشنهادی نه تنها منجر به پایداری سیستم غیرخطی ژیروسکوپ گردید بلکه بدون استفاده از دینامیک سیستم عملکرد مطلوبی در حضور اغتشاشات خارجی و نویز ارائه نمود.

۶- مراجع

[1] M. N. Armenise, C. Ciminelli, F. Dell'Olio, and V. M. N. Passaro, *Advances in gyroscope technologies*. Springer Science & Business Media, 2010.

[2] V. M. N. Passaro, A. Cuccovillo, L. Vaiani, M. De Carlo, and C. E. Campanella, "Gyroscope technology and applications: A review in the industrial perspective," *Sensors*, vol. 17, no. 10, p. 2284, 2017.

[3] Y. Lei, W. Xu, and H. Zheng, "Synchronization of two chaotic nonlinear gyros using active control," *Physics Letters A*, vol. 343, no. 1, pp. 153-158, 2005.

[4] Z. M. Ge, H. K. Chen, and H. H. Chen, "The Regular And Chaotic Motions Of A Symmetric Heavy Gyroscope With Harmonic Excitation," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 198, no. 2, pp. 131-147, 1996.

[5] X. Tong and N. Mrad, "Chaotic motion of a symmetric gyro subjected to a harmonic base excitation," *J. Appl. Mech.*, vol. 68, no. 4, pp. 681-684, 2001.

[6] L. Xue, C. Jiang, L. Wang, J. Liu, and W. Yuan, "Noise reduction of MEMS gyroscope based on direct modeling for an angular rate signal," *Micromachines*, vol. 6, no. 2, pp. 266-280, 2015.

[7] J. Sun, S. Fan, H. Shi, W. Xing, C. Zhao, and C. Li, "Design and optimization of a resonant output frequency gyroscope for robust sensitivity and bandwidth performance," *Microsystem Technologies*, vol. 22, no. 10, pp. 2565-2586, 2016.

[8] Z. Iskakov and K. Bissembayev, "The nonlinear vibrations of a vertical hard gyroscopic rotor with nonlinear characteristics," *Mechanical Sciences*, vol. 10, no. 2, pp. 529-544, 2019.

[9] C. H. Miwadinou, A. V. Monwanou, L. A. Hinvi, A. A. Koukpemedji, C. Ainamon, and J. B. C. Orou, "Melnikov Chaos in a Modified Rayleigh–Duffing Oscillator with $\phi 6$ Potential," *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 26, no. 05, p. 1650085, 2016.

[10] J. J. Yan, M.-L. Hung, and T. L. Liao, "Adaptive sliding mode control for synchronization of chaotic gyros with fully unknown parameters," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 298, pp. 298-306, 2006.

[11] M. Roopaei, M. Z. Jahromi, R. John, and T.-C. Lin, "Unknown nonlinear chaotic gyros synchronization using adaptive fuzzy sliding mode control with unknown dead-zone input," *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 15, no. 9, pp. 2536-2545, 2010.

[12] J. Montoya–Cháirez, V. Santibáñez, and J. Moreno–Valenzuela, "Adaptive control schemes applied to a control moment gyroscope of 2 degrees of freedom," *Mechatronics*, vol. 57, pp. 73-85, 2019.

[13] V. Nekoukar and A. Erfanian, "Adaptive fuzzy terminal sliding mode control for a class of MIMO uncertain nonlinear systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 179, no. 1, pp. 34-49, 2011.

[14] C. Wang, "Fractional-Order Sliding Mode Synchronization for Fractional-Order Chaotic Systems," *Advances in Mathematical Physics*, vol. 2018, p. 3545083, 2018.

[15] B. Naderi, H. Kheiri, and A. Heydari, "Anti-Synchronization of Complex Chaotic T-System Via Optimal Adaptive Sliding-Mode and Its Application In Secure Communication," *International Journal of Industrial Mathematics*, vol. 10, no. 2, pp. 181-192, 2018.

[16] H. Delavari, "A novel fractional adaptive active sliding mode controller for synchronization of non-identical chaotic systems with disturbance and uncertainty," *International Journal of Dynamics and Control*, vol. 5, no. 1, pp. 102-114, 2017.

[17] K. Rabah and S. Ladaci, "A Fractional Adaptive Sliding Mode Control Configuration for Synchronizing Disturbed Fractional-Order Chaotic Systems," *Circuits, Systems, and Signal Processing*, vol. 39, no. 3, pp. 1244-1264, 2020.

[18] B. Bourouba and S. Ladaci, "Robust Fuzzy Adaptive Sliding Mode Stabilization for Fractional-Order Chaos," *Algorithms*, vol. 11, no. 7.

[19] S. B. Fazeli Asl and S. S. Moosapour, "Fractional order fuzzy dynamic backstepping sliding mode controller design for triaxial MEMS gyroscope based on high-gain and disturbance observers," *IETE Journal of Research*, vol. 67, no. 6, pp. 799-816, 2021.

[20] S. Ding, H. Li, C. Su, J. Yu, and F. Jin, "Evolutionary artificial neural networks: a review," *Artificial Intelligence Review*, vol. 39, no. 3, pp. 251-260, 2013.

[21] H. K. Chen, "Chaos And Chaos Synchronization Of A Symmetric Gyro With Linear-Plus-Cubic Damping," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 255, no. 4, pp. 719-740, 2002.