

ترکیب کنترل مدل پیش‌بین و نظریه بازی دیفرانسیلی برای ایجاد یک هدایت بهینه در فاز نهایی

هادی نوبهاری^{۱*}، محمدصادق اکبری^۲

۱- دانشیار، مهندسی هوافضا، دانشکده هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، nobahari@sharif.edu

۲- دانشجوی دکتری هوافضا-دینامیک پرواز و کنترل، دانشکده هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، mohammadsadegh.akbari@sharif.edu

*نویسنده مخاطب

چکیده

در این پژوهش، یک الگوریتم هدایت فاز نهایی برای برخورد یک رهگیر به یک هدف ثابت یا متحرک استخراج شده است. این الگوریتم با استفاده از ترکیب روش کنترل مدل پیش‌بین و نظریه بازی دیفرانسیلی بدست آمده است. از ویژگی‌های این روش، محاسبه فرمان هدایت بهینه به صورت یک رابطه صریح است. ویژگی دیگر این روش، مقاوم بودن آن نسبت به اغتشاش به علت استفاده از نظریه بازی دیفرانسیلی می‌باشد. این الگوریتم هدایت بدون آگاهی از سرعت و شتاب هدف و در نظرگیری شتاب هدف به عنوان اغتشاش، فرمان هدایت را تولید می‌کند. نوآوری اول این پژوهش، استفاده از کنترل پیش‌بین در هدایت فاز نهایی و نوآوری دیگر استفاده از روش ترکیبی کنترل مدل پیش‌بین و نظریه بازی دیفرانسیلی در هدایت فاز نهایی می‌باشد. در نهایت، عملکرد الگوریتم‌های پیشنهادی در محیط سیمولینک ارزیابی شده و نتایج آن با نتایج حاصل از عملکرد الگوریتم هدایت تناسبی مقایسه شده است. نتایج بدست‌آمده نشان از کارایی این الگوریتم هدایت در سناریوهای مختلف را دارد.

واژه‌های کلیدی: رهگیر - کنترل مدل پیش‌بین - نظریه بازی دیفرانسیلی - هدایت فاز نهایی

۱- مقدمه

در نبردهایی که از زمان جنگ جهانی اول تا کنون انجام شده، استفاده از رهگیرهای هدایت‌شونده نقشی اساسی در پیشبرد اهداف ماموریت‌ها داشته است. همچنین، مقابله با اهداف زمینی متحرک و یا مقابله با اهداف هوایی مانوری از چالش‌های الگوریتم‌های هدایت طراحی شده می‌باشد. چرا که آگاهی از سرعت و شتاب هدف، به راحتی ممکن نیست و اگر الگوریتمی بتواند بدون آگاهی از سرعت و شتاب هدف، رهگیر را به سمت هدف هدایت کند چالش مهمی را برطرف کرده است. بدین منظور در استخراج الگوریتم هدایت از ترکیب روش کنترل مدل پیش‌بین و نظریه بازی دیفرانسیلی استفاده شده است تا با استفاده از پیش‌بینی رفتار سیستم، فرمان شتاب بهینه‌ای با وجود اغتشاش مانور هدف و بدون آگاهی از آن تولید شود.

پژوهش‌های زیادی در حوزه‌ی طراحی قوانین هدایت فاز نهایی برای اصابت یک رهگیر به هدف انجام شده است که در این مقاله به مهم‌ترین کارهایی که این موضوع را به روش کنترل پیش‌بین انجام داده‌اند اشاره می‌شود.

در مرجع [۱]، یک قانون هدایت ترکیبی بر اساس کنترل پیش‌بین عمومی (Generalized Predictive Control) که مبتنی بر تابع تبدیل سیستم بوده و یک تخمین‌گر مانور هدف مبتنی بر روش مود لغزشی مرتبه دوم پیوسته، برای درگیری بین یک رهگیر و یک هدف در صفحه، ارائه شده

است. قانون هدایت ارائه شده شامل دو بخش است که بخش اول از کنترل پیش‌بین تعمیم یافته و بخش دوم از تخمین‌گر مانور هدف بدست آمده است. در این روش، محدودیت میدان دید جستجوگر در نظر گرفته شده است. در ادامه‌ی پژوهش قبلی، در مرجع [۲]، برای مسئله‌ی اصابت رهگیر به یک هدف مانوری و با در نظرگیری قید زاویه برخورد، دو قانون هدایت مقاوم طراحی و نتایج هر دو بررسی شده است. اولی یک قانون هدایت گسسته با استفاده از ترکیب روش کنترل پیش‌بین عمومی و کنترل مود لغزشی و دومی یک قانون هدایت پیوسته با ترکیب کنترل پیش‌بین تعمیم یافته و کنترل مود لغزشی تطبیقی است. در این مرجع، اغتشاش ناشی از تغییرات سرعت رهگیر نیز در نظر گرفته شده است.

در مرجع [۳]، یک قانون هدایت سه‌بعدی برای مسئله غیرخطی رهگیری یک هدف مانوری با در نظرگیری محدودیت زاویه برخورد ارائه شده است. این قانون هدایت، ترکیبی از یک کنترلر مدل پیش‌بین خطی و یک مشاهده‌گر اغتشاش چندمتغیره‌ی مود لغزشی (Adaptive Multivariable Sliding Mode Disturbance Observer) است که وظیفه‌ی کنترلر، دنبال کردن زاویه خط‌دید بهینه و وظیفه‌ی مشاهده‌گر تخمین آنلاین مانور هدف می‌باشد. تابع هزینه از دو خطای زاویه برخورد در فضای سه‌بعدی (فراز و سمت) تشکیل شده است.

در مرجع [۴]، یک روش جدید برای طراحی قانون هدایت رهگیر برای اصابت به یک هدف پرنده متحرک، بر پایه کنترل مدل پیش‌بین مقاوم ارائه شده است. در این مرجع، از نامعادلات ماتریسی خطی (Linear Matrix Inequalities) برای بهینه‌سازی تابع هزینه و به دست آوردن فرمان هدایت استفاده شده و با استفاده از شبیه‌سازی، نتایج این قانون هدایت با قانون هدایت غیرمقاوم مرجع [۵]، مقایسه شده است. در این پژوهش، از معادلات خطی شده گسسته برای استخراج فرمان هدایت استفاده شده است و برای اثبات کارایی آن، در شبیه‌سازی، فرمان هدایت به سیستم غیرخطی اعمال شده است.

در ادامه، ابتدا در بخش ۲، به بیان مسئله و فرض‌های در نظر گرفته شده اشاره می‌شود. سپس در بخش ۳ به مدل‌سازی جرم نقطه‌ای و رهگیر و هدف، دینامیک نسبی، خطی‌سازی به صورت لحظه‌ای و گسسته‌سازی سیستم پرداخته می‌شود. در این بخش دینامیک نسبی درگیری معرفی و از آن در بخش‌های بعدی برای استخراج قوانین هدایت استفاده می‌شود. در بخش ۴، الگوریتم‌های هدایت فاز نهایی با استفاده از روش‌های (Model Predictive Control (MPC)، Predictive (PFC)، Functional Control و Model Predictive Differential (MPDG) Game استخراج می‌شود. در نهایت در بخش ۵، نتایج الگوریتم‌های

$$[g]^L = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (۲)$$

بردار موقعیت پرنده در دستگاه محلی (S_{BE}) نیز از طریق انتگرال گیری از سرعت پرنده (v_B^E) محاسبه می شود:

$$\left[\frac{dS_{BE}}{dt} \right]^L = [v_B^E]^L \quad (۳)$$

همانطور که ملاحظه می شود، برای استفاده از روابط ذکر شده، تنها به ورودی شرایط اولیه و محاسبه $[T]^{VL}$ نیاز است که اطلاعات این ماتریس تبدیل توسط سیستم ناوبری اینرسی فراهم می شود.

مطابق مرجع [۶]، ماتریس تبدیل دستگاه محلی به دستگاه سرعت به صورت زیر تعریف می شود:

$$[T]^{VL} = \begin{bmatrix} \cos\theta \cos\psi & \cos\theta \sin\psi & -\sin\theta \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ \sin\theta \cos\psi & \sin\theta \sin\psi & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (۴)$$

برای محاسبه نرخ زوایای اوپلر نیز مطابق مرجع [۶] و فرضیات ذکر شده، از رابطه زیر استفاده می شود:

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\psi} V \cos\theta \\ -\dot{\theta} V \end{bmatrix} = [a]^V + g \begin{bmatrix} -\sin\theta \\ 0 \\ \cos\theta \end{bmatrix} \quad (۵)$$

مدلسازی ذکر شده به صورت سه بعدی بوده اما مطابق آنچه در بخش فرضیات ذکر شد، در انجام این پژوهش، این مدل به دو بعد و حرکت در صفحه تقلیل می یابد. یعنی در نهایت از سه معادله زیر برای مدلسازی دینامیک پرنده استفاده می شود:

$$\begin{cases} \ddot{x} = a_x \cos\theta - a_z \sin\theta \\ \ddot{z} = a_x \sin\theta - a_z \cos\theta - g \\ \dot{\theta} = \frac{a_z - g \cos\theta}{V} \end{cases} \quad (۶)$$

۲-۳- مدل سازی جستجوگر

در این مقاله برای مدلسازی جستجوگر رهگیر، از جستجوگر سینماتیکی استفاده شده است که در آن عملکرد سنسورها ایده آل فرض می شود و در آن تأثیراتی از قبیل محدودیت زاویه میدان دید، دینامیک گیمبال ها، خطای جستجوگر و اثرات محیطی لحاظ نمی شود. مطابق مرجع [۶]، نرخ چرخش خط دید از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$[\omega^{OE}]^B = \frac{1}{|S_{TB}|} [T]^{BL} [U_{TB}]^L [v_{TB}^E]^L \quad (۷)$$

در این رابطه، منظور از $[\omega^{OE}]^B$ ، نرخ چرخش خط دید بیان شده در دستگاه بدنی است که خروجی جستجوگر می باشد. S_{TB} بردار جابجایی نسبی بین رهگیر و هدف، $[v_{TB}^E]^L$ سرعت نسبی بین رهگیر و هدف، بیان شده در دستگاه محلی و $[U_{TB}]^L$ ماتریس پادمقتارن بردار یکه راستای خط دید بین رهگیر و هدف است.

۳-۳- مدل سازی جرم نقطه ای هدف

در این پژوهش، با توجه به اینکه هدف مدنظر، می تواند طیف متنوعی از حرکت ها از جمله سکون، حرکت با سرعت ثابت و همچنین حرکت شتابدار داشته باشد، مدلسازی هدف نیز دقیقاً مانند مدلسازی رهگیر می باشد با این تفاوت که شتاب های آن از سیستم هدایت دریافت نمی شود و با توجه

پیشنهادی در چند سناریو بررسی و با یکدیگر و یک قانون هدایت تناسبی مقایسه می شوند.

۲- تعریف مسئله

مسئله مورد بررسی در این مقاله، توسعه و پیاده سازی یک الگوریتم هدایت فاز نهایی است که یک رهگیر را از شرایط اولیه مشخص، به سمت یک هدف متحرک هدایت کند. حداکثر شتاب جانبی رهگیر محدود است. هدف می تواند ثابت یا متحرک با سرعت ثابت و یا شتابدار باشد.

در استخراج قانون هدایت، مسئله به صورت دوبعدی در نظر گرفته می شود. فرض می شود قیدی روی زاویه برخورد نهایی وجود ندارد. سرعت رهگیر ثابت و دینامیک سیستم کنترل آن ایده آل فرض می شود. همچنین، فرض می شود که رهگیر دارای یک جستجوگر فعال و سیستم ناوبری اینرسی است و تمام متغیرهای حالت سیستم اندازه گیری شده یا تخمین زده می شوند. رهگیر از سرعت و مانور هدف اطلاع ندارد و صرفاً موقعیت هدف نسبت به خود و سرعت نزدیک شونده گی به هدف را توسط جستجوگر فعال اندازه گیری می کند.

در طراحی قانون هدایت، برای کاهش هزینه محاسباتی و امکان پیاده سازی الگوریتم هدایت بر روی سخت افزارهای رایج، از روش کنترل مدل پیش بین خطی استفاده خواهد شد و برای مقاوم شدن عملکرد آن در برابر اغتشاشات مسئله، از جمله سرعت و شتاب هدف، از نظریه بازی دیفرانسیلی استفاده می شود؛ به این صورت که اغتشاش به عنوان بازیگر دوم مسئله در نظر گرفته می شود. این الگوریتم هدایت باید بدون دانستن سرعت و شتاب هدف، عملکرد مقاوم داشته باشد.

۳- مدل سازی

برای انجام پژوهشی که مسئله اصلی آن هدایت است و لازم است که مدل سازی و شبیه سازی پرنده و هدف به صورت مستقل انجام شود، استفاده از مدل جرم نقطه ای پرنده و هدف به صورت دوبعدی کفایت می کند. در ادامه این بخش به فرضیات مدلسازی انجام شده، معادلات دینامیک پرنده، خطی سازی و گسسته سازی آن، مدلسازی هدف و در نهایت معادلات دینامیک نسبی درگیری اشاره می شود. فرضیات مدلسازی انجام شده شامل استفاده از معادلات سه درجه آزادی با رویکرد کارترین، در نظر گیری قاب زمینی به عنوان قاب اینرسی، عدم وجود باد، عدم وجود هرگونه شتاب آپرو دینامیکی و پیش رانشی رهگیر به جز شتاب های ورودی هدایت و تقلیل معادلات سه بعدی به معادلات دوبعدی و مدلسازی در صفحه می باشد.

۱-۳- مدل سازی جرم نقطه ای دینامیک پرنده

مدلسازی دینامیک رهگیر و هدف در این پژوهش، بر اساس مرجع [۶] انجام می شود که برای پروازهای نزدیک سطح زمین قابل استفاده است. روابط مربوطه در ادامه ذکر شده است.

بر اساس قانون دوم نیوتن و فرضیات ذکر شده، رابطه برداری شتاب در دستگاه محلی به صورت زیر است:

$$\left[\frac{dv_B^E}{dt} \right]^L = [\bar{T}]^{VL} [a]^V + m[g]^L \quad (۱)$$

در رابطه بالا، منظور از a تمام شتاب های است که به پرنده وارد می شود. $[T]^{VL}$ ماتریس تبدیل دستگاه محلی به دستگاه سرعت و همچنین، تعریف بردار شتاب جاذبه در دستگاه محلی نیز به صورت زیر می باشد:

حال برای تبدیل روابط مرتبه دوم (۱۲) و (۱۳) به روابط مرتبه اول و آماده سازی برای تبدیل معادلات دیفرانسیل غیرخطی به فرم ماتریسی، معادلات به فرم زیر بازنویسی می شوند:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_1(x_4)^2 - \frac{x_1 x_4}{V} u \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = -2 \frac{x_2}{x_1} x_4 + \frac{x_2}{V x_1} u \\ \dot{x}_5 = x_4 - \frac{1}{V} u \end{cases} \quad (17)$$

۳-۵- خطی سازی دینامیک پرنده به روش وابسته به حالت

با توجه به روش انجام این پروژه که روشی مبتنی بر مدل خطی سیستم می باشد، لازم است که دینامیک پرنده حول نقطه‌ی کار آن خطی سازی شده و الگوریتم هدایت با استفاده از این دینامیک خطی شده، به تولید قوانین هدایت بپردازد. بدین منظور، به جای تعیین یک نقطه کار مشخص و خطی سازی خارج خط (Offline) سیستم، از خطی سازی حول نقطه‌ی لحظه‌ای سیستم و به صورت برخط (Online) استفاده می شود که به این روش خطی سازی، روش وابسته به حالت گفته می شود. با توجه به معادله‌ی (۱۷) که در بخش قبل بدست آمد، می توان سیستم غیر خطی موجود را به فرم ماتریسی زیر نوشت:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} = \mathbf{Cx} \end{cases} \quad (18)$$

که در آن، ضرایب ماتریس به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x_1 x_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \frac{x_2}{x_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{x_1 x_4}{V} \\ 0 \\ \frac{x_2}{V x_1} \\ -\frac{1}{V} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbf{C}^T = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \quad (21)$$

حال با استفاده از روش خطی سازی وابسته به حالت می توان با جاگذاری لحظه‌ای متغیرهای حالت سیستم در این ماتریس‌ها، فرم خطی شده‌ی سیستم را در هر گام زمانی محاسبه کرد. در بخش طراحی قانون هدایت، از این روابط برای خطی سازی سیستم استفاده خواهد شد.

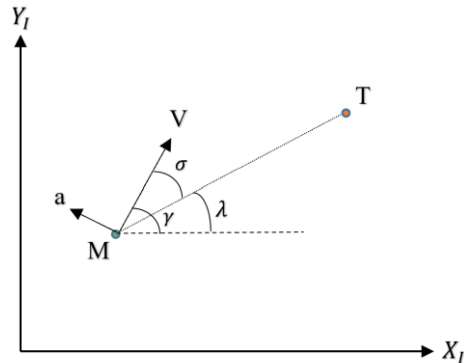
۴- استخراج قوانین هدایت

در این بخش، سه الگوریتم هدایت برای فاز نهایی یک پرنده طراحی و نتایج آن بررسی می شود. به این صورت که در ابتدا دو نوع الگوریتم کنترل پیش بین و پس از آن یک نوع الگوریتم ترکیبی با نظریه بازی دیفرانسیلی بررسی می شوند. در بخش نتایج، روش های بررسی شده با یکدیگر و با قانون هدایت تناسبی مقایسه می شوند. مطابق نظریه بازی دیفرانسیلی، اگر بازی،

به نوع حرکت هدف، تعیین می شود. بنابراین، هدف نیز به صورت مستقل می تواند هر حرکت دلخواهی را در یک صفحه‌ی دوبعدی داشته باشد.

۳-۴- مدل سازی دینامیک نسبی درگیری

الگوریتم های هدایت پیشنهادی برای تولید فرامین خود نیاز به استفاده از یک دینامیک نسبی فضای درگیری دارند. به همین دلیل، در این بخش، مدل سازی دینامیک نسبی درگیری برگرفته از مرجع [۷] انجام شده است. مطابق شکل ۲، یک هندسه درگیری صفحه‌ای در نظر گرفته می شود که در آن یک رهگیر و یک هدف وجود دارد.



شکل ۲- هندسه درگیری نسبی در صفحه

در شکل ۲، یک نمای شماتیک در دستگاه کارترین ملاحظه می شود که در آن M و T به ترتیب نماد رهگیر و هدف می باشند. همچنین، سرعت، شتاب عمودی، برد و زاویه مسیر پرواز رهگیر به ترتیب با نمادهای γ, r, a, V نام گذاری شده اند. مطابق روابط هندسی موجود، زاویه‌ی تقدم که برابر زاویه بین بردار سرعت رهگیر و راستای خط دید است از رابطه‌ی زیر محاسبه می شود:

$$\sigma = \lambda - \gamma \quad (8)$$

بنابراین، معادلات حرکت رهگیر برابر است با:

$$\dot{r} = -V \cos(\sigma) \quad (9)$$

$$r \dot{\lambda} = V \sin(\sigma) \quad (10)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{a}{V} \quad (11)$$

با مشتق گیری از روابط (۹) و (۱۰)، دو رابطه‌ی مرتبه دوم حاکم بر دینامیک مسئله بدست می آیند که عبارتند از:

$$\ddot{r} = r(\dot{\lambda})^2 - r \dot{\lambda} \frac{a}{V} \quad (12)$$

$$\ddot{\lambda} = -2 \frac{\dot{r}}{r} \dot{\lambda} + \frac{\dot{r}}{r} \frac{a}{V} \quad (13)$$

همچنین با استفاده از روابط (۸) و (۱۱)، نرخ تغییرات زاویه تقدم به صورت زیر بدست می آید:

$$\dot{\sigma} = \dot{\lambda} - \frac{a}{V} \quad (14)$$

در این مرحله، بردار متغیرهای حالت رهگیر به صورت زیر تعریف می شود:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \\ \dot{r} \\ \lambda \\ \dot{\lambda} \\ \sigma \end{bmatrix} \quad (15)$$

و ورودی سیستم برابر است با:

$$\mathbf{u} = a \quad (16)$$

$$A = \begin{bmatrix} A_d \\ A_d^2 \\ \vdots \\ A_d^N \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$B = \begin{bmatrix} B_d & 0 & 0 & \dots & 0 \\ A_d B_d & B_d & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ A_d^{N-2} B_d & A_d^{N-3} B_d & \dots & \ddots & 0 \\ A_d^{N-1} B_d & A_d^{N-2} B_d & A_d^{N-3} B_d & \dots & B_d \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$C = I_N \otimes C_d \quad (28)$$

در رابطه‌ی (۲۸)، منظور از نماد \otimes ضرب کرونیکر (Kronecker) می‌باشد.

بنابراین با استفاده از معادلات (۲۴) تا (۲۸)، پیش‌بینی آینده‌ی سیستم در فضای حالت به فرم ماتریسی بدست می‌آید. در ادامه به تعریف تابع هزینه و حل تحلیلی آن به صورت برخط پرداخته می‌شود.

۳-۴- تعریف تابع هزینه و حل تحلیلی آن در روش MPC

با تعریف تابع هزینه در طول افق پیش‌بینی به صورت:

$$J = (R_s - Y)^T Q (R_s - Y) + U^T R U \quad (29)$$

ضرایب وزنی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Q = I_p \otimes q \quad (30)$$

$$R = I_p \otimes r \quad (31)$$

منظور از I_p ماتریس همانی با اندازه $p \times p$ می‌باشد. با جاگذاری رابطه (۲۴) در رابطه (۲۹) خواهیم داشت:

$$J = (CAx(k) + CBU)^T Q (CAx(k) + CBU) + U^T R U \quad (32)$$

حال با بسط و تبدیل رابطه‌ی (۳۲) به فرم مرتبه دوم می‌توان نوشت:

$$J = U^T H U + 2U^T F + \text{Constant} \quad (33)$$

که در این رابطه، ماتریس‌های ضرایب H و F و Constant به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$H = B^T (C^T Q C) B + R \quad (34)$$

$$F = B^T (C^T Q C) A X \quad (35)$$

$$\text{Constant} = (C^T Q C) A X \quad (36)$$

در ادامه با مشتق‌گیری از رابطه (۳۳) نسبت به U می‌توان بردار شتاب بهینه در طول افق پیش‌بینی را بدست آورد.

$$\frac{\partial J}{\partial U} = 0 \rightarrow H U + 2F = 0 \quad (37)$$

$$U^* = -H^{-1}(2F) \quad (38)$$

این معادله، رابطه‌ی نهایی صریح بدست‌آمده به روش کنترل پیش‌بین پایه برای مسئله هدایت می‌باشد. منظور از U^* در رابطه‌ی (۳۸)، بردار شتاب بهینه در طول افق پیش‌بینی می‌باشد که طبق قاعده‌ی افق کاهنده، تنها درایه‌ی اول آن توسط سیستم هدایت به پرنده اعمال می‌شود.

۴-۴- استخراج قانون هدایت به روش PFC

با در نظرگیری حالت گسسته‌ی معادله‌ی (۱۸)، مطابق ماهیت روش PFC که استفاده از یک انتگرال‌گیر می‌باشد، یک انتگرال‌گیر به معادله فضای حالت سیستم افزوده می‌شود.

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) \\ \dot{x}(k) = A_d x(k-1) + B_d u(k-1) \end{cases} \quad (39)$$

فضای درگیری رهگیر و هدف در نظر گرفته‌شود، بازیگران این بازی همان رهگیر و هدف می‌باشند که مطلوب رهگیر یا بازیگر اول اصابت به هدف و مطلوب بازیگر دوم یا هدف، جلوگیری از اصابت است. بنابراین، مقصود در روش ترکیبی این است که رهگیر با استفاده از روش کنترل مدل پیش‌بین و با فرض بدترین مانور هدف، فرمان شتاب بهینه‌ای را برای اصابت به هدف تولید کند. در ادامه، پس از ارائه‌ی فرضیات حل مسئله هدایت یک پرنده، توضیحاتی در رابطه با هر یک از روش‌ها، روابط ریاضی و نتایج هر بخش ارائه می‌شود.

۱-۴- فرضیات استخراج قوانین هدایت

فرضیاتی که در این مقاله برای استخراج الگوریتم هدایت در نظر گرفته شده‌است عبارتند از:

- استخراج الگوریتم هدایت برای حرکت در صفحه
- سرعت ثابت رهگیر
- هدف ثابت، متحرک با سرعت ثابت و یا شتابدار
- عدم آگاهی از سرعت و شتاب هدف و در نظرگیری آن به عنوان اغتشاش
- در دسترس بودن اطلاعات مورد نیاز رهگیر به وسیله‌ی سنسورهای هدایت و سیستم ناوبری اینرسی
- ایده‌آل بودن دینامیک سیستم کنترل هر رهگیر

۲-۴- استخراج قانون هدایت به روش MPC

در روابط این بخش، از مرجع $[7]$ استفاده می‌شود. با استفاده از گسسته‌سازی معادله (۱۸)، که اندیس d نمایانگر ماتریس گسسته است، معادلات پیش‌بینی فضای حالت سیستم در طول افق پیش‌بین p به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) \\ x(k+2) = A_d x(k+1) + B_d u(k+1) \\ = A_d^2 x(k) + A_d B_d u(k) + B_d u(k+1) \\ x(k+3) = A_d^3 x(k) + A_d^2 B_d u(k) \\ + A_d B_d u(k+1) + B_d u(k+2) \\ \vdots \\ x(k+p) = A_d^p x(k) + A_d^{p-1} B_d u(k) \\ + A_d^{p-2} B_d u(k+1) + \dots + B_d u(k+p-1) \\ y(k+1) = C_d x(k+1) = C_d A_d x(k) \\ + C_d B_d u(k) \\ y(k+2) = C_d A_d^2 x(k) + C_d A_d B_d u(k) \\ + C_d B_d u(k+1) \\ y(k+3) = C_d A_d^3 x(k) + A_d^2 B_d u(k) \\ + C_d A_d B_d u(k+1) + C_d B_d u(k+2) \\ \vdots \\ y(k+p) = C_d A_d^p x(k) + C_d A_d^{p-1} B_d u(k) \\ + C_d A_d^{p-2} B_d u(k+1) + \dots + C_d B_d u(k+p-1) \end{cases} \quad (22)$$

حال اگر معادلات پیش‌بینی به صورت ماتریسی بیان شود، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} X = A x(k) + B U \\ Y = C X = C A x(k) + C B U \end{cases} \quad (24)$$

در معادله‌ی (۲۴)، ماتریس‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases} X = [x^T(k+1), x^T(k+2), \dots, x^T(k+p)]^T \\ Y = [y^T(k+1), y^T(k+2), \dots, y^T(k+p)]^T \\ U = [u(k), u(k+1), \dots, u(k+p-1)]^T \end{cases} \quad (25)$$

مشابه روش MPC، تابع هزینه به صورت رابطه‌ی (۲۹) در نظر گرفته می‌شود. با این تفاوت که در این روش، ابعاد ماتریس‌های وزن‌دهی R و Q به ترتیب به صورت $S.p$ و $S.p$ در m و m می‌باشد. با جاگذاری معادله (۴۷) در رابطه‌ی (۲۹) می‌توان نوشت:

$$J = (\mathbf{R}_s - (\mathbf{F}\mathbf{X} + \Phi\mathbf{U}))^T \mathbf{Q} (\mathbf{R}_s - (\mathbf{F}\mathbf{X} + \Phi\mathbf{U})) + \mathbf{U}^T \mathbf{R} \mathbf{U} \quad (۵۲)$$

حال با مشتق‌گیری از رابطه (۵۲) و صفر قرار دادن آن می‌توان فرمان شتاب بهینه را در هر گام زمانی به صورت یک رابطه‌ی صریح محاسبه کرد.

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{U}} = \Phi^T \mathbf{Q} (\mathbf{R}_s - (\mathbf{F}\mathbf{X} + \Phi\mathbf{U})) + \mathbf{R} \mathbf{U} = 0 \quad (۵۳)$$

$$\begin{cases} \mathbf{U}^* = \mathbf{E}^{-1} \mathbf{K} (\mathbf{R}_s - \mathbf{F}\mathbf{X}) \\ \mathbf{E} = \Phi^T \mathbf{Q} \Phi + \mathbf{R} \\ \mathbf{K} = \Phi^T \mathbf{Q} \end{cases} \quad (۵۴)$$

رابطه (۵۴) نمایانگر بردار دستور شتاب بهینه در طول افق کنترلی است. در هر گام زمانی این رابطه‌ی صریح، محاسبه شده و طبق قاعده‌ی افق کاهنده، تنها درایه‌ی اول آن توسط سیستم هدایت به پرنده اعمال می‌شود.

۴-۶- استخراج قانون هدایت به روش MPDG

در این بخش، یک قانون هدایت فاز نهایی با استفاده از روش MPDG ارائه می‌شود. در این روش، براساس آنچه در معرفی روش ترکیبی ذکر شد، الگوریتمی استخراج می‌شود که از مزایای آن نسبت به روش‌های PFC و MPC می‌توان به مقاوم بودن نسبت به اغتشاش شتاب هدف اشاره کرد. عملکرد این الگوریتم نیز به این صورت است که علاوه بر صفرکردن نرخ چرخش خط دید بین رهگیر و هدف، بهترین تصمیم را با فرض بدترین مانور هدف اتخاذ می‌کند.

در این روش با در نظرگیری اغتشاش در معادله‌ی فضای حالت سیستم، مشابه روندی که در استخراج معادلات روش MPC طی شد، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_m \mathbf{x} + \mathbf{B}_m \mathbf{u} + \mathbf{D}_m \mathbf{v} \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}_m \mathbf{x} \end{cases} \quad (۵۵)$$

که در این رابطه منظور از \mathbf{v} اغتشاش یا همان شتاب هدف است. ماتریس \mathbf{D}_m نیز به دلیل در نظرگیری اغتشاش از جنس مانور هدف به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{D}_m = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۵۶)$$

مشابه روند گسسته‌سازی و معادلات پیش‌بینی سیستم در روابط (۲۲) و (۲۳)، با نوشتن معادلات پیش‌بینی به صورت ماتریسی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{D}\mathbf{V} \\ \mathbf{Y} = \mathbf{C}\mathbf{X} = \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{C}\mathbf{D}\mathbf{V} \end{cases} \quad (۵۷)$$

در معادله‌ی (۵۷)، بردارها و ماتریس‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ \mathbf{x}(k+2) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(k+p) \end{bmatrix} \quad (۵۸)$$

با تفاضل بردار متغیرهای حالت گام $k+1$ و گام k می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) - \mathbf{x}(k) = \mathbf{A}_d (\mathbf{x}(k) - \mathbf{x}(k-1)) \\ \quad + \mathbf{B}_d (u(k) - u(k-1)) \\ \Delta \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_d \Delta \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d \Delta u(k) \end{cases} \quad (۴۰)$$

حال به خروجی سیستم یک انتگرال‌گیر اضافه می‌کنیم:

$$\begin{cases} y(k+1) = \mathbf{C}_d \mathbf{x}(k+1) \\ y(k) = \mathbf{C}_d \mathbf{x}(k) \end{cases} \quad (۴۱)$$

با تفاضل خروجی گام $k+1$ و گام k می‌توان نوشت:

$$y(k+1) - y(k) = \mathbf{C}_d (\mathbf{x}(k+1) - \mathbf{x}(k)) \quad (۴۲)$$

با جاگذاری معادله‌ی (۴۰) در (۴۲) می‌توان نوشت:

$$y(k+1) - y(k) = \mathbf{C}_d \mathbf{A}_d \Delta \mathbf{x}(k) + \mathbf{C}_d \mathbf{B}_d \Delta u(k) \quad (۴۳)$$

حال متغیرهای حالت جدیدی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{X}_{new}(k) = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \quad (۴۴)$$

با بازنویسی معادلات، معادلات فضای حالت به فرم جدید زیر در می‌آید:

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{new}(k+1) = \mathbf{A}_{new} \mathbf{X}_{new}(k) \\ \quad + \mathbf{B}_{new} \mathbf{U}_{new}(k) \\ \mathbf{Y}_{new}(k) = \mathbf{C}_{new} \mathbf{X}_{new}(k) \end{cases} \quad (۴۵)$$

که در معادله‌ی بالا، ماتریس‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{cases} \mathbf{A}_{new} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & \mathbf{0}_{n*s} \\ \mathbf{C}_d \mathbf{A}_d & \mathbf{I}_{s*s} \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_{new} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_d \\ \mathbf{C}_d \mathbf{B}_d \end{bmatrix} \\ \mathbf{C}_{new} = [\mathbf{0}_{s*n} \quad \mathbf{I}_{s*s}] \\ \mathbf{U}_{new} = \Delta u \end{cases} \quad (۴۶)$$

اگر تعداد سطر و ستون ماتریس \mathbf{A}_d و تعداد خروجی سیستم در رابطه‌ی (۴۶) به ترتیب با n و s نمایش داده‌شود، آنگاه در رابطه‌ی (۴۶) منظور از $\mathbf{0}_{n*s}$ یک ماتریس صفر با ابعاد n در s است. همچنین ماتریس \mathbf{I}_{s*s} نیز یک ماتریس واحد با ابعاد s در s است. در ادامه اگر معادلات پیش‌بینی سیستم مشابه روابط (۲۲) و (۲۳) نوشته شده و آنگاه به فرم ماتریسی بازنویسی شود داریم:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F}\mathbf{X} + \Phi\mathbf{U} \quad (۴۷)$$

که در این معادله، ماتریس‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y(k+1) \\ y(k+2) \\ \vdots \\ y(k+p) \end{bmatrix} \quad (۴۸)$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \vdots \\ \Delta u(k+m-1) \end{bmatrix} \quad (۴۹)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}\mathbf{A} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^p \end{bmatrix} \quad (۵۰)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{C}\mathbf{B} & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{B} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{p-1}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{A}^{p-2}\mathbf{B} & \dots & \mathbf{C}\mathbf{A}^{p-m}\mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (۵۱)$$

۴-۵- تعریف تابع هزینه و حل تحلیلی آن در روش PFC

$$\mathbf{F} = \mathbf{B}^T(\mathbf{C}^T\mathbf{Q}\mathbf{C})\mathbf{A}\mathbf{X} \quad (۷۱)$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{B}^T(\mathbf{C}_y^T\mathbf{L}\mathbf{C}_y)\mathbf{D} \quad (۷۲)$$

$$\mathbf{H}' = \mathbf{D}^T(\mathbf{C}_y^T\mathbf{L}\mathbf{C}_y)\mathbf{D} - \Gamma \quad (۷۳)$$

$$\mathbf{F}' = \mathbf{D}^T(\mathbf{C}_y^T\mathbf{L}\mathbf{C}_y)\mathbf{A}\mathbf{X} \quad (۷۴)$$

$$\mathbf{W}' = \mathbf{D}^T(\mathbf{C}_y^T\mathbf{L}\mathbf{C}_y)\mathbf{B} \quad (۷۵)$$

$$\mathbf{Cte} = (\mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x}(k))^T\mathbf{Q}(\mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x}(k)) \quad (۷۶)$$

در ادامه با مشتق‌گیری از رابطه (۶۹) نسبت به \mathbf{U} و \mathbf{V} می‌توان بردار اغتشاش و بردار شتاب بهینه متناظر با آن را در طول افق پیش‌بین را بدست آورد.

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{U}} = \mathbf{H}\mathbf{U} + 2\mathbf{F} + \mathbf{W}\mathbf{V} + (\mathbf{V}^T\mathbf{W}')^T = 0 \quad (۷۷)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{V}} = \mathbf{H}'\mathbf{V} + 2\mathbf{F}' + \mathbf{W}'\mathbf{U} + (\mathbf{U}^T\mathbf{W}')^T = 0 \quad (۷۸)$$

در نتیجه بردار اغتشاش و بردار شتاب بهینه به صورت توابعی از یکدیگر بدست می‌آیند:

$$\mathbf{U}^* = -\mathbf{H}^{-1}(2\mathbf{F} + (\mathbf{W} + \mathbf{W}'^T)\mathbf{V}) \quad (۷۹)$$

$$\mathbf{V}^* = -\mathbf{H}'^{-1}(2\mathbf{F}' + (\mathbf{W}' + \mathbf{W}^T)\mathbf{U}) \quad (۸۰)$$

با جاگذاری رابطه‌ی (۸۰) در رابطه‌ی (۷۹) می‌توان بردار شتاب بهینه با همان سیگنال کنترلی بهینه بازیگر اول را به صورت مستقل بدست آورد:

$$\begin{cases} \mathbf{U}^* = (\mathbf{I} - \mathbf{M})^{-1}\mathbf{G} \\ \mathbf{G} = -\mathbf{H}^{-1}(2\mathbf{F} - (\mathbf{W} + \mathbf{W}'^T)\mathbf{H}'^{-1}2\mathbf{F}') \\ \mathbf{M} = \mathbf{H}^{-1}((\mathbf{W} + \mathbf{W}'^T)\mathbf{H}'^{-1}(\mathbf{W}' + \mathbf{W}^T)) \end{cases} \quad (۸۰)$$

این معادله، رابطه‌ی نهایی صریح بدست‌آمده به روش ترکیبی کنترل پیش‌بین پایه و نظریه بازی‌دیفرانسیلی می‌باشد. لازم به ذکر است که طبق قاعده‌ی افق کاهشنده، تنها درایه‌ی اول \mathbf{U}^* توسط سیستم هدایت به پرنده اعمال می‌شود.

۸-۴- بهینه‌سازی پارامترهای الگوریتم هدایت

برای اطمینان از عملکرد بهینه‌ی الگوریتم‌ها باید از مقادیر بهینه‌ی پارامترهای آن‌ها استفاده کرد. برای بهینه‌سازی پارامترهای قانون هدایت از الگوریتم بهینه‌سازی TCACS که در مرجع [۸] معرفی شده‌است استفاده می‌شود. برای اینکه بهینه‌سازی انجام‌شده نسبت به سرعت و شتاب هدف و همچنین خطای هدینگ اولیه مقاوم باشد، سناریوهای پروازی متنوعی از جمله هدف ثابت، هدف با سرعت ثابت، هدف شتابدار و همچنین پرواز دارای خطای هدینگ اولیه برای بهینه‌سازی در نظر گرفته می‌شود. این سناریوهای آموزشی در جدول ۱ قابل مشاهده است.

جدول ۱- سناریوهای آموزشی برای بهینه‌سازی پارامترهای الگوریتم

هدایت						
شماره سناریو	موقعیت اولیه رهگیر (m)	سرعت اولیه رهگیر (m/s)	خطای هدینگ اولیه (degree)	موقعیت اولیه هدف (km)	سرعت اولیه هدف (m/s)	شتاب هدف (m/s)
۱	(۰،۰)	۳۰۰	۰	(۴۵،۱۲)	۰	۰
۲	(۰،۰)	۳۰۰	۴۰	(۴۵،۱۲)	۰	۰
۳	(۰،۰)	۳۰۰	۰	(۴۵،۱۲)	۶۰	۰
۴	(۰،۰)	۳۰۰	۴۰	(۴۵،۱۲)	۶۰	۰
۵	(۰،۰)	۳۰۰	۰	(۴۵،۱۲)	۶۰	۳۰
۶	(۰،۰)	۳۰۰	۴۰	(۴۵،۱۲)	۶۰	۳۰

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y(k+1) \\ y(k+2) \\ \vdots \\ y(k+p) \end{bmatrix} \quad (۵۹)$$

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ \vdots \\ u(k+p-1) \end{bmatrix} \quad (۶۰)$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} v(k) \\ v(k+1) \\ \vdots \\ v(k+p-1) \end{bmatrix} \quad (۶۱)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d \\ \mathbf{A}_d^2 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_d^N \end{bmatrix} \quad (۶۲)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_d & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_d\mathbf{B}_d & \mathbf{B}_d & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \mathbf{A}_d^{N-2}\mathbf{B}_d & \mathbf{A}_d^{N-3}\mathbf{B}_d & \dots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_d^{N-1}\mathbf{B}_d & \mathbf{A}_d^{N-2}\mathbf{B}_d & \mathbf{A}_d^{N-3}\mathbf{B}_d & \dots & \mathbf{B}_d \end{bmatrix} \quad (۶۳)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{I}_N \otimes \mathbf{C}_d \quad (۶۴)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_d & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_d\mathbf{D}_d & \mathbf{D}_d & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \mathbf{A}_d^{N-2}\mathbf{D}_d & \mathbf{A}_d^{N-3}\mathbf{D}_d & \dots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_d^{N-1}\mathbf{D}_d & \mathbf{A}_d^{N-2}\mathbf{D}_d & \mathbf{A}_d^{N-3}\mathbf{D}_d & \dots & \mathbf{D}_d \end{bmatrix} \quad (۶۵)$$

۷-۴- تعریف تابع هزینه و حل تحلیلی آن در روش MPDG

تابع هزینه در طول افق پیش‌بینی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{cases} J = J_1 + J_2 - J_3 \\ J_1 = (\mathbf{R}_s - \mathbf{Y})^T\mathbf{Q}(\mathbf{R}_s - \mathbf{Y}) \\ J_2 = \mathbf{U}^T\mathbf{R}\mathbf{U} \\ J_3 = \mathbf{V}^T\mathbf{T}\mathbf{V} \end{cases} \quad (۶۶)$$

در تابع هزینه‌ی مذکور، وظیفه‌ی J_1 تنظیم نرخ چرخش خط دید بر روی صفر، وظیفه‌ی J_2 کمینه‌سازی تلاش کنترلی یا به عبارتی فرمان هدایت و وظیفه‌ی J_3 در نظرگیری بدترین سیگنال کنترلی برای بازیگر دوم می‌باشد. در این مسئله همانطور که اشاره شد اغتشاش همان بازیگر دوم است. در این رابطه مشابه قبل، R_s سیگنال مرجع خروجی بوده که برابر صفر می‌باشد و ضرایب وزنی Q و R در آن مشابه روش MPC و ضریب Γ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{I}_p \otimes \gamma \quad (۶۷)$$

در این رابطه، ضریب γ ضریب وزنی اسکالر مربوط به اغتشاش می‌باشد. با جاگذاری رابطه (۵۷) در رابطه (۶۶) می‌توان نوشت:

$$J = (\mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{C}\mathbf{D}\mathbf{V})^T\mathbf{Q}(\mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{C}\mathbf{D}\mathbf{V}) \quad (۶۸)$$

حال با بسط و تبدیل رابطه‌ی (۶۸) به فرم مرتبه دوم می‌توان نوشت:

$$J = \mathbf{U}^T\mathbf{H}\mathbf{U} + 2\mathbf{U}^T\mathbf{F} + \mathbf{U}^T\mathbf{W}\mathbf{V} + \mathbf{V}^T\mathbf{H}'\mathbf{V} + 2\mathbf{V}^T\mathbf{F}' + \mathbf{V}^T\mathbf{W}'\mathbf{U} + \mathbf{Cte} \quad (۶۹)$$

که در این رابطه، ماتریس‌های ضرایب \mathbf{H} ، \mathbf{F} ، \mathbf{H}' ، \mathbf{W} ، \mathbf{F}' ، \mathbf{W}' و \mathbf{Cte} به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\mathbf{H} = \mathbf{B}^T(\mathbf{C}^T\mathbf{Q}\mathbf{C})\mathbf{B} + \mathbf{R} \quad (۷۰)$$

جدول ۳- مقدار هزینه الگوریتم‌های هدایت در ۶ سناریوی آموزشی

روش	MPC	PFC	MPDG	شماره سناریو
		هزینه		
۱	۰	۰	۰	۱
۲	۴۰۲	۹۳۰	۴۰۱	۲
۳	۲۴	۴۰	۲۳	۳
۴	۳۴۵	۷۲۱	۳۴۵	۴
۵	۱۰۷۵	۴۲۵	۵۴۸	۵
۶	۱۱۲۸	۷۶۹	۶۳۹	۶
میانگین	۴۹۶	۴۸۱	۳۲۶	

۵- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش، نتایج الگوریتم‌های هدایت پیشنهادی با استفاده از پارامترهای موجود در جدول ۲ و برای دو سناریوی آزمون معرفی شده در جدول ۴ ارائه می‌شود.

جدول ۴- سناریوهای آزمون برای ارزیابی الگوریتم‌های هدایت

سناریوی اول	سناریوی دوم	پارامتر
(۰،۰)	سناریوی دوم	موقعیت اولیه رهگیر (m)
۳۰۰	(۰،۰)	سرعت اولیه رهگیر (m/s)
۰	۵۰	خطای هدینگ اولیه (deg)
(۱۰۰۰۰،۵۰۰۰)	(۱۰۰۰۰،۰)	موقعیت اولیه هدف (m)
۵۰	۵۰	سرعت اولیه هدف (m/s)
۲۰	۰	شتاب هدف (m/s ²)

۵-۱- نتایج شبیه‌سازی الگوریتم هدایت MPC

مطابق شکل ۲، ملاحظه می‌شود که رهگیر با وجود خطای هدینگ اولیه‌ای که دارد مسیر خود را در ابتدای پرواز تغییر داده و در راستای برخورد به هدف قرار می‌دهد. در نهایت برخورد به هدف با دقت خوبی انجام شده است و فاصله‌ی از دست‌دهی در این سناریو برابر ۰.۴۵ متر می‌باشد. در شکل ۳، فرمان شتاب هدایت ارائه شده است که در ابتدای پرواز به دلیل اصلاح خطای هدینگ در مرز اشباع شتاب قرار دارد اما پس از حدود ۵ ثانیه به مقدار صفر میل می‌کند. در شکل ۴، نرخ چرخش خط دید رهگیر و هدف نمایش داده شده که پس از حدود ۵ ثانیه به مقدار صفر میل کرده است. در سناریوی دوم، مطابق شکل ۵، ملاحظه می‌شود که با وجود مانور هدف، رهگیر با دقت قابل قبولی به هدف اصابت کرده بطوریکه فاصله‌ی از دست‌دهی در این سناریو برابر ۶.۷ متر است. در شکل ۶، فرمان شتاب هدایت و در شکل ۷، نرخ چرخش خط دید رهگیر و هدف نمایش داده شده که به دلیل مانور هدف تغییراتی حول صفر داشته اما در لحظات نهایی برخورد واگرا شده است.

تابع هزینه‌ای که در بهینه‌سازی پارامترها استفاده شده است به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$J = \int_0^{t_f} (|a_c| + \eta|\dot{\lambda}|) dt \quad (۸۱)$$

در رابطه‌ی (۸۱)، η یک ضریب وزنی است که میزان اهمیت کاهش تلاش کنترلی نسبت به کاهش خطای تنظیم نرخ چرخش خط دید بر روی صفر را تعیین می‌کند. در این پژوهش، مقدار ضریب وزنی η به صورت تجربی و با سعی و خطا برابر با ۵۰۰۰ در نظر گرفته شده است. در روند بهینه‌سازی، برای هر بار محاسبه تابع هزینه، شش سناریوی پروازی با شرایط مختلف شبیه‌سازی می‌شود و در هر بار فراخوانی تابع هزینه از سوی الگوریتم بهینه‌سازی، میانگین تابع هزینه این شش شبیه‌سازی به الگوریتم بهینه‌سازی بازخورد داده می‌شود. پس از اجرای الگوریتم بهینه‌سازی، مقادیر بهینه پارامترها به دست می‌آیند که مقادیر آنها در جدول ۲ آمده است.

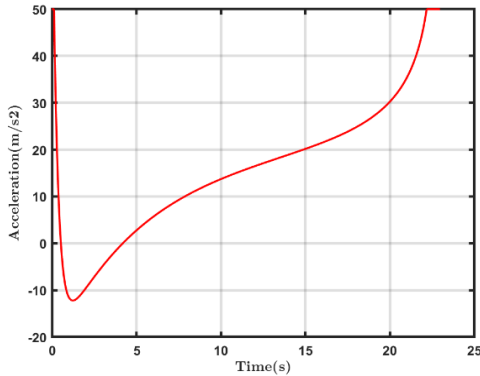
مطابق روش مذکور، پارامترهای بهینه این الگوریتم محاسبه شدند که در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲- مقادیر بهینه پارامترهای الگوریتم‌های هدایت

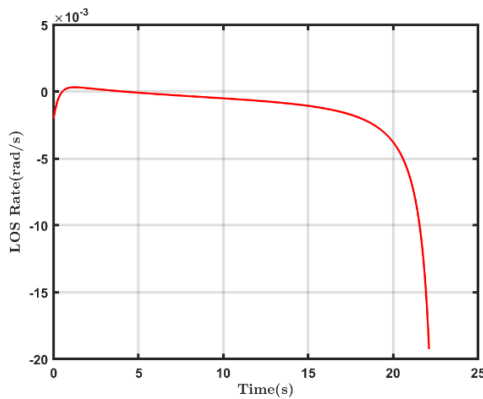
الگوریتم	پارامتر	مقدار
MPC	p	۴۰
	q	۱۰ ^{-۱۰}
	r	۱
PFC	p	۴۰
	m	۱
	q	۱.۵۲۳۷
MPDG	p	۴۰
	q	۱۰ ^{-۱۰}
	r	۱
	γ	۱۰ ^{-۴.۲۵}

همچنین، مقدار هزینه‌ی الگوریتم‌های هدایت و میانگین آن، مطابق تابع هزینه معرفی شده در رابطه‌ی (۸۱) برای شش سناریوی آموزشی در جدول ۳ گزارش شده است.

مطابق جدول ۳، در مجموع الگوریتم هدایت MPDG با میانگین هزینه ۳۲۶ عملکرد بهتری را نسبت به سایر روش‌ها دارا می‌باشد. بطوریکه عملکرد این الگوریتم نسبت به الگوریتم هدایت MPC، ۳۴ درصد بهبود یافته است. همچنین، الگوریتم‌های MPC و MPDG در سناریوهایی که مانور هدف، به عنوان اغتشاش سیستم، وجود ندارد، عملکرد یکسانی دارند که مطابق انتظار است اما در سناریوهای ۵ و ۶ که هدف دارای مانور می‌باشد، به وضوح، الگوریتم پیشنهادی MPDG سبب بهبود عملکرد شده است. الگوریتم هدایت PFC نسبت به الگوریتم هدایت MPC حدود ۳ درصد عملکرد بهتری داشته که این موضوع باتوجه به ماهیت روش PFC که افزودن انتگرال گیر بود، قابل توجیه است.



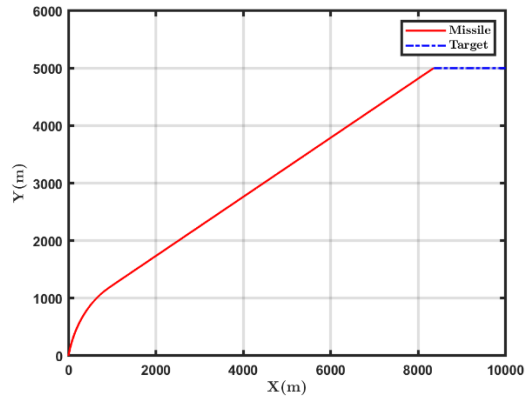
شکل ۶- فرمان شتاب در سناریوی دوم به روش MPC



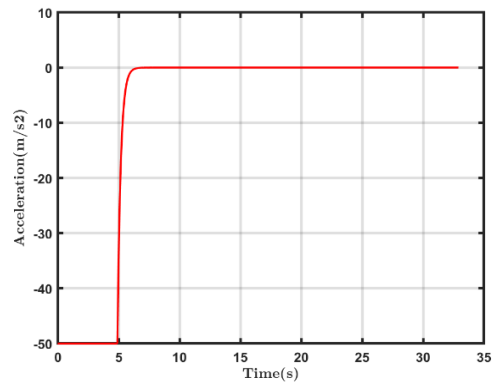
شکل ۷- نرخ چرخش خط دید در سناریوی دوم به روش MPC

۲-۵- نتایج شبیه سازی الگوریتم هدایت PFC

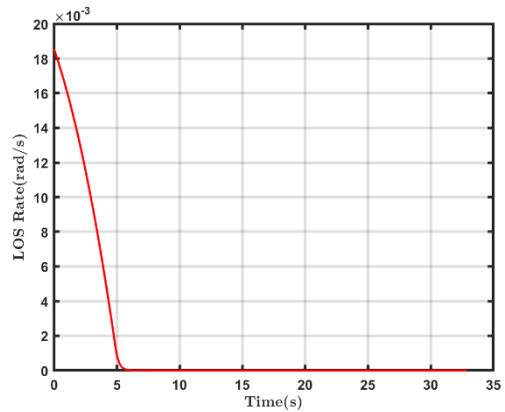
با توجه به شکل ۸، مشاهده می شود که رهگیر با وجود خطای هدینگ اولیه ای که دارد مسیر خود را با وجود یک نوسان اولیه و یک بالازدگی تغییر داده و در راستای برخورد به هدف قرار می دهد. طبق نتایج برخورد به هدف با دقت خوبی انجام شده است و فاصله ای از دست دهی در این سناریو برابر ۰.۹۹ متر می باشد. در شکل ۹، فرمان شتاب هدایت ارائه شده است که نوسانی را به دلیل اصلاح خطای هدینگ بین مرزهای اشباع شتاب دارد اما پس از حدود ۱۵ ثانیه به مقدار صفر میل می کند. در شکل ۱۰ نیز نرخ چرخش خط دید رهگیر و هدف نمایش داده شده که پس از حدود ۱۵ ثانیه به مقدار صفر میل کرده است. در سناریوی دوم، مطابق شکل ۱۱، ملاحظه می شود که با وجود مانور هدف، رهگیر با دقت خوبی به هدف اصابت کرده بطوریکه فاصله ای از دست دهی در این سناریو برابر ۰.۴۱ متر است. در واقع، تاثیر اضافه شدن انتگرال گیر در الگوریتم PFC خود را در این سناریو نشان داده است که موجب کاهش خطای حالت ماندگار و در نتیجه مقاوم تر شدن این الگوریتم شده است. در شکل ۱۲ فرمان شتاب هدایت و در شکل ۱۳ نرخ چرخش خط دید رهگیر و هدف نمایش داده شده که به دلیل مانور هدف تغییراتی حول صفر داشته اما در لحظات نهایی برخورد واگرا شده است.



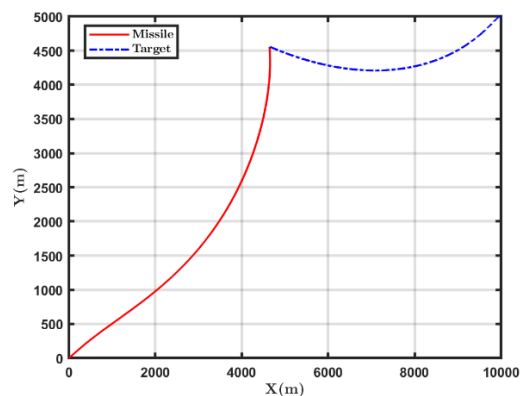
شکل ۲- مسیر پرواز رهگیر و هدف در سناریوی اول به روش MPC



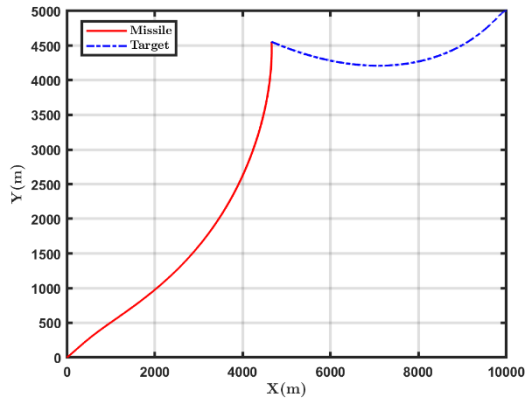
شکل ۳- فرمان شتاب در سناریوی اول به روش MPC



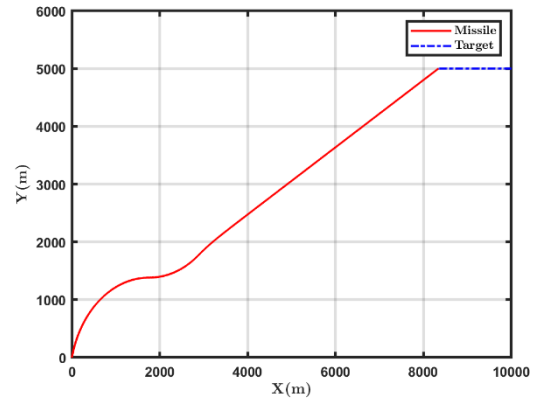
شکل ۴- نرخ چرخش خط دید در سناریوی اول به روش MPC



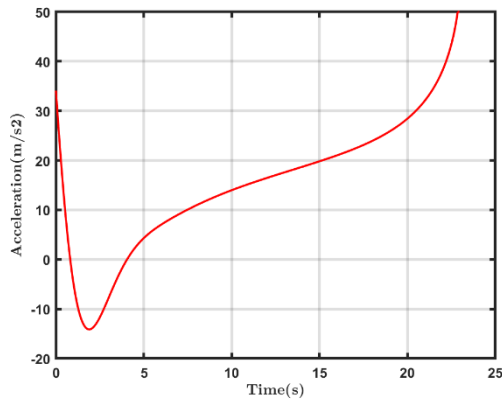
شکل ۵- مسیر پرواز رهگیر و هدف در سناریوی دوم به روش MPC



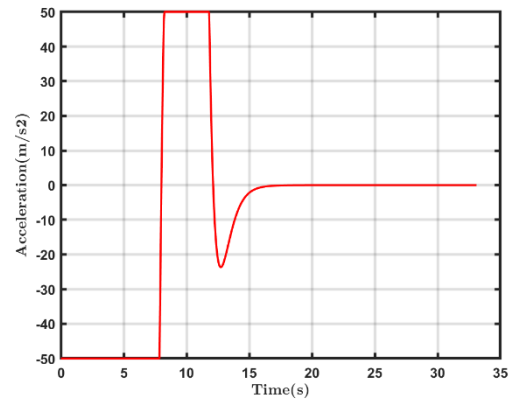
شکل ۱۱- مسیر پرواز رهگیر و هدف در سناریوی دوم به روش PFC



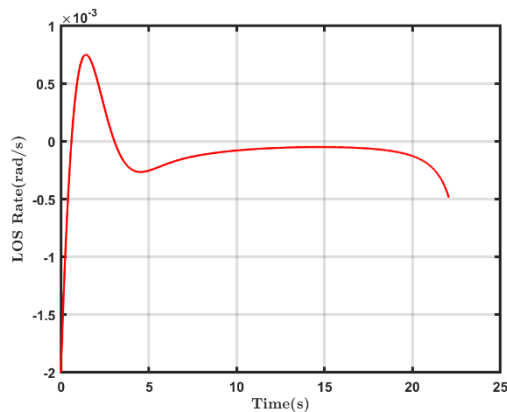
شکل ۸- مسیر پرواز رهگیر و هدف در سناریوی اول به روش PFC



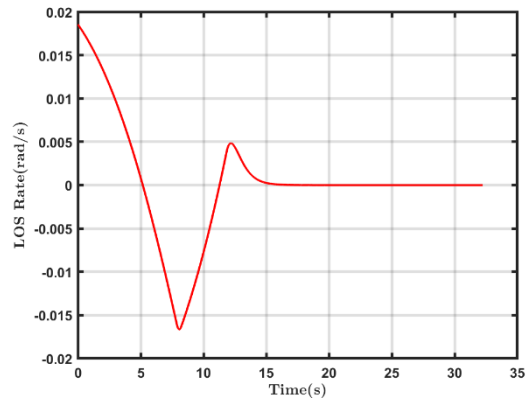
شکل ۱۲- فرمان شتاب در سناریوی دوم به روش PFC



شکل ۹- فرمان شتاب در سناریوی اول به روش PFC



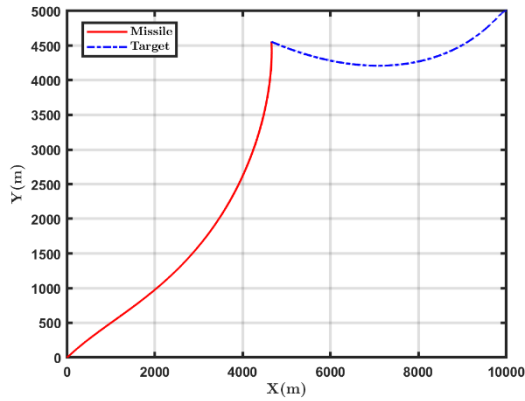
شکل ۱۳- نرخ چرخش خط دید در سناریوی دوم به روش PFC



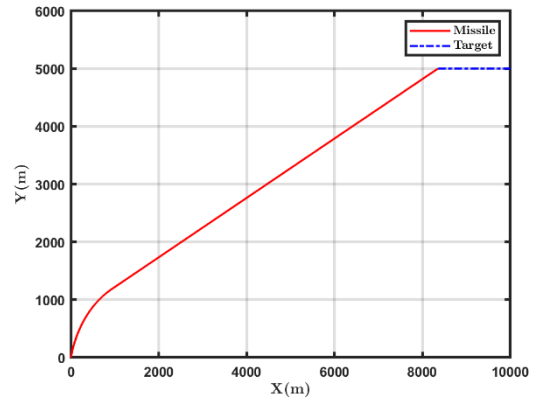
شکل ۱۰- نرخ چرخش خط دید در سناریوی اول به روش PFC

۳-۵- نتایج شبیه‌سازی الگوریتم هدایت MPDG

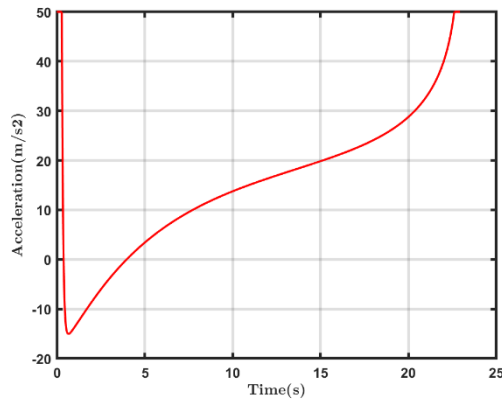
مطابق نتایج این بخش، ملاحظه می‌شود که در سناریوی اول، عملکرد MPC و MPDG مشابه یکدیگر است چرا که اغتشاش مانور هدف در این سناریو وجود ندارد. تاثیر افزودن نظریه بازی‌دیفرانسیلی را می‌توان در سناریوی دوم ملاحظه کرد. در سناریوی دوم و مطابق شکل ۱۷، قابل مشاهده است که با مقاوم کردن کنترل پیش‌بین پایه، با وجود مانور هدف، رهگیر با دقت خوبی به هدف اصابت کرده بطوریکه فاصله‌ی از دست‌دهی در این سناریو با کاهش حدود ۵ متری نسبت به MPC برابر ۱.۹ متر است. در شکل ۱۸ و ۱۹ نیز به ترتیب فرمان شتاب هدایت و نرخ چرخش خط دید نمایش داده شده‌است.



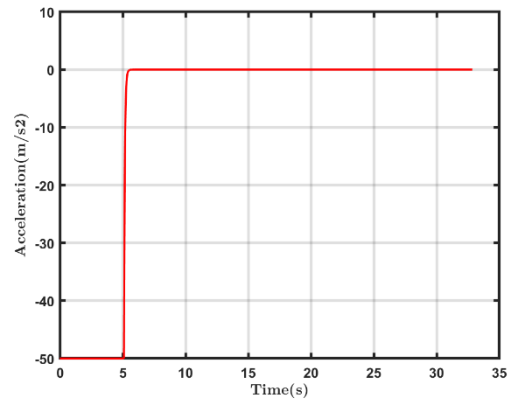
شکل ۱۷-مسیر پرواز رهگیر و هدف در سناریوی دوم به روش MPDG



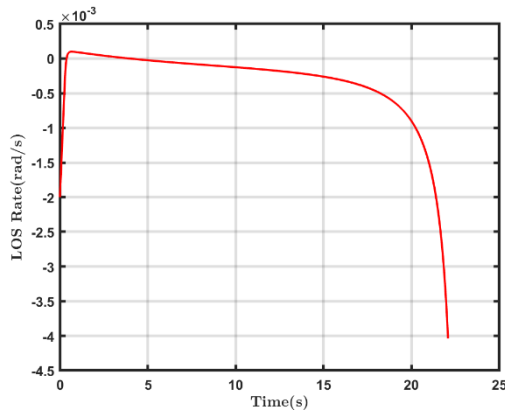
شکل ۱۴-مسیر پرواز رهگیر و هدف در سناریوی اول به روش MPDG



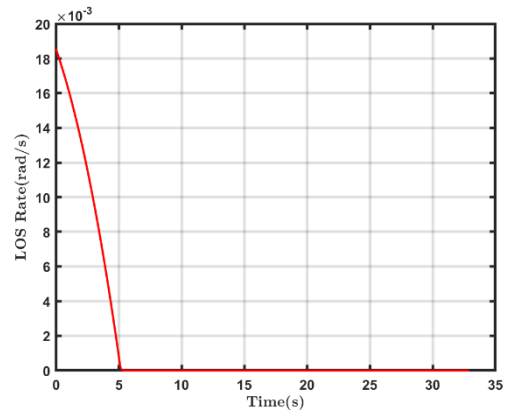
شکل ۱۸-فرمان شتاب در سناریوی دوم به روش MPDG



شکل ۱۵-فرمان شتاب در سناریوی اول به روش MPDG



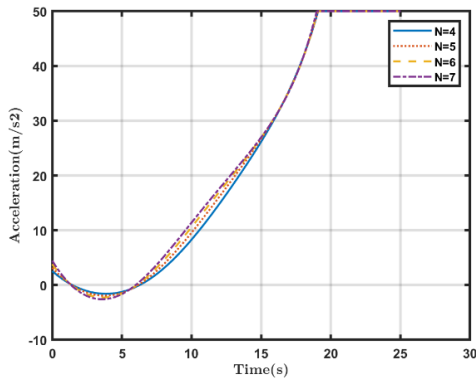
شکل ۱۹-نرخ چرخش خط دید در سناریوی دوم به روش MPDG



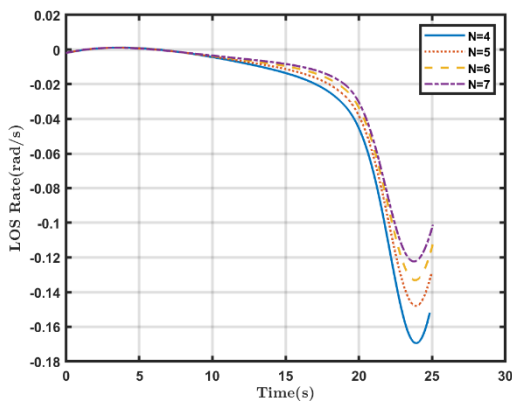
شکل ۱۶-نرخ چرخش خط دید در سناریوی اول به روش MPDG

۴-۵- مقایسه نتایج با هدایت تناسبی

در این بخش، نتایج استفاده از قانون هدایت تناسبی برای دو سناریوی آزمون معرفی شده در جدول ۴ ارائه شده و نتایج آن با نتایج الگوریتم‌های هدایت پیشنهادی مقایسه می‌شود. در ادامه نمودارهای مسیر پرواز رهگیر و هدف، فرمان شتاب و نرخ چرخش خط دید برای هر سناریو و به روش هدایت تناسبی ارائه شده‌است.

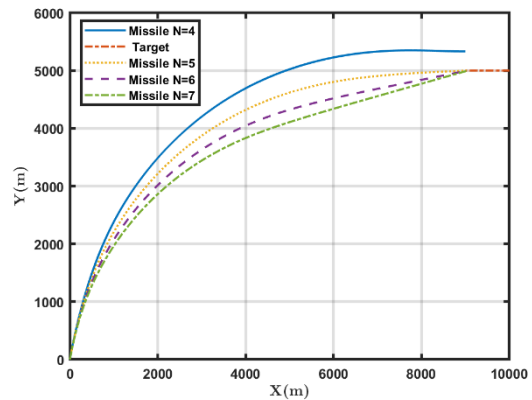


شکل ۱۸- فرمان شتاب در سناریوی دوم به روش PN

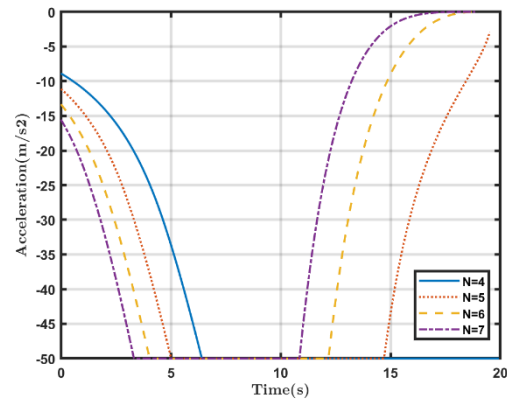


شکل ۱۹- نرخ چرخش خط دید در سناریوی دوم به روش PN

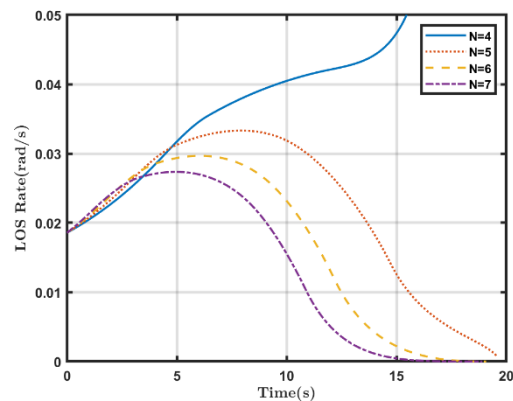
مطابق جدول ۵، ملاحظه می‌شود که در سناریوی اول که هدف با سرعت ثابت حرکت می‌کند، روش‌های MPC و MPDG بهترین عملکرد را چه به لحاظ هزینه و چه از نظر فاصله از دست‌دهی دارند. و علت یکسانی عملکرد این دو الگوریتم نیز مانوری نبودن هدف می‌باشد. همچنین، مطابق شکل ۱۴، قانون هدایت تناسبی در سناریوی اول به ازای ضرایب هدایت بزرگتر از ۴، منجر به اصابت به هدف می‌شود اما با افزایش ضرایب هدایت تا بیش از مقدار ۶، با وجود کاهش هزینه، فاصله‌ی از دست‌دهی افزایش می‌یابد. لازم به ذکر است که در سناریوی اول و در حالتی که قانون هدایت تناسبی منجر به اصابت به هدف می‌شود، هزینه‌ی الگوریتم‌های پیشنهادی کمتر از هزینه‌ی هدایت تناسبی می‌باشد. در سناریوی دوم، مطابق شکل ۱۷، مشاهده می‌شود که قانون هدایت تناسبی عملکرد مناسبی را در این سناریو و در برابر هدف مانوری ندارد. در این سناریو، الگوریتم MPC با وجود ردگیری هدف، دارای فاصله از دست‌دهی قابل توجهی می‌باشد. اما الگوریتم MPDG با بهبود عملکرد کنترل پیش‌بین پایه، سبب کاهش فاصله از دست‌دهی شده‌است هرچند که هزینه‌ی این روش به علت استفاده از فرض بدترین مانور هدف مطابق نظریه بازی دیفرانسیلی، افزایش یافته‌است. در سناریوی دوم، بهترین عملکرد چه به لحاظ هزینه و چه از نظر فاصله از دست‌دهی مربوط به الگوریتم PFC است.



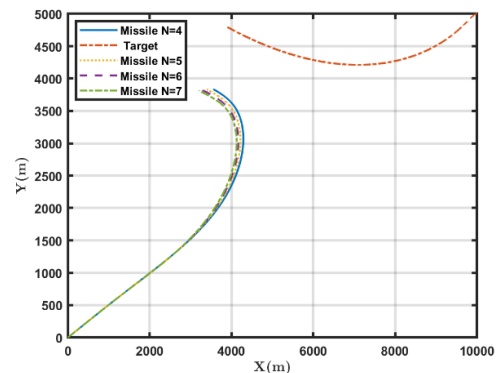
شکل ۱۴- مسیر پرواز رهگیر و هدف در سناریوی اول به روش PN



شکل ۱۵- فرمان شتاب در سناریوی اول به روش PN



شکل ۱۶- نرخ چرخش خط دید در سناریوی اول به روش PN



شکل ۱۷- مسیر پرواز رهگیر و هدف در سناریوی دوم به روش PN

۷- مراجع

- [1] S. He and D. Lin, "Guidance laws based on model predictive control and target manoeuvre estimator," Transactions of the Institute of Measurement and Control, vol. 38, no. 12. SAGE Publications, pp. 1509–1519, 20-Jul-2016.
- [2] J. Wang and S. He, "Optimal integral sliding mode guidance law based on generalized model predictive control," Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, vol. 230, no. 7. SAGE Publications, pp. 610–621, 21-Apr-2016.
- [3] S. He, W. Wang, and J. Wang, "Three-Dimensional Impact Angle Guidance Laws Based on Model Predictive Control and Sliding Mode Disturbance Observer," Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol. 138, no. 8. ASME International, 25-May-2016.
- [4] Ebadollahi, S., Madani, M., & Golestani, M. Guidance Law based on LMI-based Robust Model Predictive Control to Obtain Optimal LOS for Flying Vehicle. TABRIZ JOURNAL OF ELECTRICAL ENGINEERING, 48(4), 1645-1652. 2019.
- [۵] شهادتی، محمد. (۱۳۹۵). بهینه‌سازی عددی و مطالعه پارامتریک هدایت مشارکتی در حمله رگباری با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی توده ذرات. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه صنعتی شریف
- [6] Zipfel, P. H. Modeling and simulation of aerospace vehicle dynamics 2nd edition, AIAA Education Series. ISBN-10, 1-56347. 2007.
- [7] Kang, S., Wang, J., Li, G., Shan, J., & Petersen, I. R. Optimal cooperative guidance law for salvo attack: an MPC-based consensus perspective. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 54(5), 2397-2410. 2018.
- [8] Karimi, A., Nobahari, H., & Siarry, P. Continuous ant colony system and tabu search algorithms hybridized for global minimization of continuous multi-minima functions. Computational Optimization and Applications, 45(3), 639-661.2010.

جدول ۵- مقدار هزینه و فاصله از دست‌دهی الگوریتم‌های هدایت

سناریوی دوم		سناریوی اول		سناریو
Cost	MD (m)	Cost	MD (m)	روش
۸۲۹۰	۶.۷	۵۳۴	۰.۴۵	MPC
۱۴۸۵	۰.۴۱	۱۲۱۲	۰.۹۹	PFC
۱۵۰۹۲	۱.۹۸	۵۳۳	۰.۴۳	MPDG
۴۴۰.۹	۱۰.۲۰	۱۱۰.۷	۳۳۳	PN (N=4)
۳۹۹۵	۱۰.۸۱	۲۸۹۱	۲۰.۳	PN (N=5)
۳۶۹۴	۱۱۳۶	۲۲۱۴	۱.۷۸	PN (N=6)
۳۴۵۶	۱۱۸۴	۱۸۸۲	۱.۸۳	PN (N=7)

۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، دو الگوریتم هدایت فاز نهایی بر مبنای کنترل مدل پیش‌بین موسوم به MPC و PFC و یک الگوریتم هدایت ترکیبی بر مبنای کنترل مدل پیش‌بین و نظریه بازی دیفرانسیلی موسوم به MPDG استخراج شد. دینامیک رهگیر و هدف به طور مستقل و به صورت جرم نقطه‌ای و یک دینامیک نسبی نیز برای استفاده در استخراج الگوریتم‌های هدایت مدل شدند. در ادامه پارامترهای الگوریتم‌های هدایت با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی TCACS و چند سناریوی آموزشی بهینه شدند. سپس، با استفاده از دو سناریوی آزمون که در یکی هدف با سرعت ثابت و در دیگری هدف شتابدار وجود دارد، عملکرد الگوریتم‌های هدایت ارزیابی شد. در نهایت نیز نتایج الگوریتم‌های هدایت پیشنهادی با هدایت تناسبی مقایسه شد که نمایانگر کارایی این الگوریتم‌ها به ویژه در سناریوهای با هدف مانوری می‌باشد. نتایج نشان‌دهنده این است که روش PFC عملکرد بهتری نسبت به روش MPC داشته‌است. همچنین افزودن بازی دیفرانسیلی به MPC سبب بهبود عملکرد آن در سناریوهای با هدف مانوری شده‌است.