تحلیل عددی و تجربی اثر اندازه و محل ترک بر روی رفتار دینامیکی تیر یک‌سرگیردار

علی نوری[1*]، علیرضا عبدالمحمدزاده[2]، عنایت ا... حسینیان [3]

۱- دانشیار، دانشکده مهندسی هوافضا دانشگاه هوایی شهید ستاری، تهران، ایران

۲- کارشناس ارشد هوافضا، مرکز تحصیلات تکمیلی، دانشگاه هوایی شهید ستاری، تهران، ایران

۳- استادیار، دانشکده مهندسی هوافضا دانشگاه هوایی شهید ستاری، تهران، ایران

*نویسنده مخاطب

چکیده

در تحقیق حاضر، اثر ترک بر رفتار دینامیکی یک تیر مستطیلی یکسرگیردار نازک به صورت تجربی و با استفاده از آنالیز مودال درحوزه فرکانس انجام و جهت اعتبارسنجی با نتایج بدست آمده از روش‌های تحلیلی و عددی، با استفاده از نرم‌افزار المان محدود آباکوس مورد مقایسه قرار می‌گیرد. نتایج نشان می‌دهد که با وجود ترک و افزایش اندازه آن، فرکانس طبیعی تیر از انتهای آزاد به سمت تکیه‌گاه کاهش یافته ولی در برخی مودها، با توجه به محل قرارگیری ترک روی‌گره مود، تغییرات چندانی وجود ندارد و درصورتی‌که روی شکم مود قرارگیرد، کاهش فرکانس طبیعی محسوس‌تر خواهد بود. اثر تکیه‌گاه بروز سانی شده، همچنین محاسبه فرکانس طبیعی بی بعد شده تیرهای ترکدار با توجه به موقعیت و اندازه ترک مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهند که کاهش فرکانس طبیعی تیر علاوه بر اندازه و موقعیت ترک، به شکل مود فرکانس نیز بستگی دارد و تعیین اندازه و موقعیت ترک با معلوم بودن تغییرات فرکانس طبیعی تیر تحت آزمایش، همچنین پیش‌بینی فرکانس طبیعی تیر ترک‌دار با معلوم بودن اندازه و محل ترک امکان‌پذیر می‌باشد.

واژه های کلیدی: *آنالیز مودال- فرکانس طبیعی- شکل مود-، تیر ترکدار- تابع پاسخ فرکاسی*

۱- مقدمه

یک سازه پس از گذشت زمان و دراثر تغییر نوع کاربری یا اعمال بارگذاری ناگهانی و یا پروسه ساخت، ممکن است دچار آسیب هایی شود، همچنین گذشت زمان و شرایط محیطی نیز سبب فرسایش و زوال سازه‌ها و درنتیجه تغییراتی در ساختار آنها می‌گردد[۱]. آسیب قابل توجه در یک سازه اغلب ازطریق تغییرات خواص فیزیکی مانندکاهش سختی و به صورت متناظر تغییر فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها نمود پیدا می‌کند. درصورتی‌که آسیب به موقع تشخیص و برطرف نگردد، می‌تواند عملکرد سامانه را تحت تاثیر قرارداده و هزینه نگهداری را افزایش، یا دریک اتفاق ناگوار باعث فروپاشی آن گردد. لذا از دیدگاه عملکرد و ایمنی دراختیار داشتن روش‌هایی برای تشخیص زودهنگام آسیب سازه‌ای ضروری و سودمند است. با توجه به اهمیت موضوع سلامت،شناسایی آسیب در سازه جزئی ضروری از شاخه مهندسی گردیده که تحت عنوان پایش سلامت سازه‌ای شناخته می‌شود[۲]. دیماروگوناس[1] برای اولین بار اساس روش استفاده از فنر معادل را بجای ترک در ساختار سازه به‌کار برد به‌گونه‌ای که اثر ترک را به‌صورت یک نرمی محلی با استفاده از یک فنر پیچشی بدون جرم در نظر گرفت که این مدل تاکنون مبنای کار در بسیاری از تحقیقات انجام شده قرارگرفته است[۳]. نحوی و جباری بر پایه تئوری مکانیک شکست، فرکانس و شکل مود را به دست آوردند و با کمک گرفتن از یافته های خود موقعیت ترک و همچنین اندازه ترک را به دست آوردند. آن ها همچنین تأثیراتی که ترک بر روی فرکانس طبیعی تیر ترک دار کنسولی دارد را شناسایی کردند[۴]. دوکا[2]و همکارانش پژوهش خود در زمینه تحلیل و آزمایش، بر روی تیرکنسولی که ترک درعرض آن وجود داشت انجام دادند. آن‌ها مود ارتعاشی بنیادی را در تیرکنسولی با استفاده از فرستادن موج پیوسته تحلیل کرده و موقعیت و اندازه ترک را تخمین زدند[۵]. ژانگ[3] و همکارانش از روش تحلیلی برای تعیین موقعیت ترک‌های موجود در طول تیر اویلربرنولی استفاده کردند[۶]. رفتار دینامیکی یک تیر یکسرگیر دار با ترک و بدون ترک توسط سانکارا[4] و همکارن به صورت تجربی مورد بررسی قرار گرفت. آنها ترک را با طول و عمق و موقعیت های مختلف روی تیر یکسرگیردار مورد بررسی قرار دادند[۷]

در این تحقیق در تحقیق حاضر، اثر ترک بر رفتار دینامیکی یک تیر مستطیلی یکسرگیردار نازک به صورت تجربی و با استفاده از آنالیز مودال درحوزه فرکانس انجام و جهت اعتبارسنجی با نتایج بدست آمده از روش‌های تحلیلی و عددی، با استفاده از نرم‌افزار المان محدود آباکوس مورد مقایسه قرار می‌گیرد. بررسی نتایج بدست آمده نشان می‌دهند که این نتایج با هم همخوانی بسیار خوبی دارند.

روش انجام تحقیق

از آنجایی‌که درساختار بیشتر سازه‌ها از تیر به‌عنوان المان اصلی درتحمل انواع نیروها استفاده می‌شود، در تحقیق حاضر برای بدست آوردن نتایج تحلیلی، تیرترک‌دار اویلربرنولی مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. موقعیت و اندازه ترک به‌عنوان عوامل مهم و تأثیرگذار برروی خصوصیات تیرها ازجمله فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها مورد بررسی قرار گرفته همچنین اثر شرایط مرزی با توجه به عدم صلبیت کامل تکیه‌گاه مورد

[1] Dimarogonas
[2] Douka
[3] Zhang
[4] Sankara

تحقیق قرارگرفته از نتایج بدست آمده تجربی برای بروزرسانی مدل اجزا محدود استفاد شده است. برای انجام تستهای تجربی مدال، تعدادی تیر نازک با مقطع مستطیلی، با مشخصات مندرج در جدول زیر از جنس فولاد نرم ST-37 با ابعاد ۳*۲۵*۵۰۰ میلی‌متر (با در نظر گرفتن طول لازم جهت اتصال به تکیه گاه) تهیه گردید است.

تعداد شش تیر با ابعاد پیش‌گفته با استفاده ازدستگاه وایرکات، با ضخامت ۰.۴ میلی‌متر و با اندازه‌های ۴، ۸ و۱۰میلی‌متر، در فواصل یک سوم و سه چهارم از سمت گیردار برابر جدول (۱) ترکی بصورت لبه‌ای ایجاد و هرکدام برابر جدول نام‌گذاری گردید. اندازه و موقعیت ترک از لبه‌گیردار تیر، اصلی‌ترین پارامتر جهت تحلیل دینامیکی تیرهای پیش گفته خواهد بود چرا که اندازه و موقعیت ترک بر رفتار فیزیکی تیر موثر بوده و موجب تغییر در فرکانس‌های طبیعی، ضرایب میرایی و شکل مودها می‌گردد.

جدول ۱ مشخصات ابعادی تیر

نام تیر	ابعاد تیر mm	موقعیت ترک از سمت تکیه‌گاه mm	اندازه ترک mm
R (Reference)	500*25*3	بدون ترک	بدون ترک
A	500*25*3	375	4
B	500*25*3	375	8
C	500*25*3	375	10
D	500*25*3	166.6	4
E	500*25*3	166.6	8
F	500*25*3	166.6	10

در این تحقیق ابتدا از سه روش تجربی (آنالیز مودال)، تحلیلی (روابط حاکم بر تیرهای گیردار) و عددی (با استفاده از نرم افزارهای المان محدود) اقدام به استخراج دقیق فرکانس‌های طبیعی تیرهای ترک‌دار و بدون ترک یکسرگیردار (مطابق جدول ۱) کرده و نتایج به‌دست آمده اعتبارسنجی می‌گردند. از نرم-افزار داده‌برداری Pulse Labshop و تحلیل نتایج درنرم‌افزار فرکانس، Star در انجام این تحقیق مورد نیاز می‌باشد. جهت اندازه‌گیری توابع پاسخ فرکانسی از تیر بدون آسیب و تیرهای ترک‌دار با خصوصیات مندرج در جدول(۱) درمحیط آزمایشگاه مطابق شکل (۱) برای ایجاد شرایط یکسرگیردار به یک گیره ثابت رومیزی بسته می‌شود [۸]. جهت انجام تست ابتدا تعداد۲۰ نقطه با فواصل مساوی از سمت تکیه‌گاه جهت تعیین محل ضربات چکش نشانه-گذاری و درادامه محل نصب شتاب‌سنج که درجهت مخالف محل ضربه چکش می‌باشد مشخص می‌گردد. شتاب‌سنج با استفاده از چسب فوری و به‌صورت ثابت درتمام نمونه‌های تست در نقطه ۱۱ از سمت تکیه‌ها متصل می‌گردد.

اندازه گیری تجربی فرکانس‌های طبیعی

تستهای مودال در آزمایشگاه تحقیقاتی مودال دانشگاه هوایی شهید ستاری انجام شده است. بدین منظور برای تحریک سازه از چکش و پاسخها با استفاده از شتاب سنج گرفته شده است. بدین ترتیب که موقعیت شتاب سنج ثابت بوده و نقاط تحریک سازه متفاوت بوده است. در جدول (۲) لیست تجهیزات لازم جهت انجام تستهای تجربی نشان داده شده است:

جدول ۲ تجهیزات لازم جهت انجام تست مودال

ردیف	نام قطعه	مدل
۱	آنالایزر	پنج کاناله شرکت B&K مدل 2827-002
۲	چکش	LC-01A
۳	فورس ترانسدیوسر	CL-YD-303
۴	شتاب‌سنج	352C33
۵	تقویت کننده	YE5857A-1032246

شکل(۱) تیر یکسرگیردار و تجهیزات تست مودال

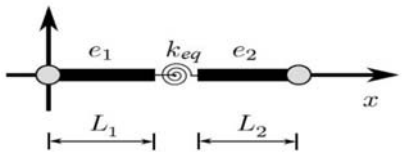
پارمترهای مودال با استفاده از نتایج تست مودال در نرم افزار Star استخراج شده است. درصد میرایی بدست آمده برای این تیرها در جدول (۲) نشان داده است. بررسی نتایج بدست آمده نشان می‌دهند که با افزایش فرکانس (شماره مود) میزان میرایی نیز کاهش می‌یابد

روش تحلیلی: برای مطالعه تغییرات ایجاد شده در خواص دینامیکی تیر با وجود ترک و بدست آوردن فرکانسهای طبیعی و شکل مودها به روش تحلیلی، از معادلات تیر یکسرگیردار اویلر- برنولی استفاده شده است و ترک نیز به عنوان یک فنر پیچشی شکل(۲) در معادلات وارد می‌گردد[۱].

با جایگذاری ابعاد و خواص تیر در معادله تحلیلی می‌توان فرکانسها و شکل مودهای تیر یکسر گیردار ترکدار را بدست آورد.

جدول۲-درصد ضرایب میرایی بدست آمده از روش تجربی

Mode	1	2	3	4	5	6
R	0.3883	0.7863	0.4038	0.171	0.2508	0.1419
A	0.2972	0.266	0.3295	0.1718	0.2073	0.0822
B	0.9894	0.1054	0.347	0.1978	0.2064	0.1374
C	0.8961	0.1974	0.3402	0.168	0.2223	0.1571
D	0.7828	0.0055	0.3331	0.1828	0.2068	0.0544
E	0.7932	0.5284	0.3166	0.2271	0.2223	0.2134
F	0.9989	0.291	0.4578	0.2212	0.2162	0.1192



شکل ۲ مدل سازی فنر پیچشی به جای فنر

روش عددی:

برای بدست آوردن نتایج عددی از نرم افزار Abaqus استفاده شده است. بدین منظور فرآیند مدل سازی از المان Solid به صورت سه بعدی و همگن استفاده شده است. همگرایی مشها نیز مورد بررسی قرار گرفته است. مقایسه فرکانسهای طبیعی بدست آمده از سه روش تحلیلی، عددی و تجربی در جدول (۳) نشان داد شده است.

نتایج بدست آمده نشان می‌دهند که با افزایش طول ترک فرکانسهای طبیعی کاهش یافته که بدلیل کاهش سفتی تیر به دلیل وجود ترک می‌باشد . که این کاهش فرکانس طبیعی در مودهای بالاتر، بیشتر می‌باشد. همچنین ترکهایی که نزدیک به تکیه گاه می‌باشند، کاهش فرکانس بیشتری دارند. مقایسه نتایج بدست آمده از سه روش تجربی، عددی و تحلیلی، نشان می‌دهند که این نتایج با هم همخوانی بسیارخوبی دارند. نتایج بدست آمده از تست مودل تجربی با نتایج دو روش دیگر کمی اختلاف داشته و این به دلیل تکیه گاه صلب در نظر گرفته شده برای این دو روش بوده که در تست تجربی تکیه گاه کامل صلب نبوده و مقداری انعطاف پذیری داشته که باعث کاهش فرکانسها نسبت به حالت تکیه گاه صلب می‌باشد. بنابریان نیاز است که مدل اجزا محدد بروزرسانی گردد. همچنین جرم شتاب سنج نیز بر کاهش فرکانسها می‌تواند تاثیرگذار باشد. نقاطی در تیر وجود دارند که بیشترین سهم را در یک مود خاص دارند و اگر ترک در این نقاط که همان نقاط اکسترمم (شکم، ضد گره) شکل مود هستند، قرار داشته باشد، بیشترین تاثیر را روی فرکانس طبیعی متناظر با آن شکل مود خواهد گذاشت. این نقاط اکسترمم از یک مود به مود دیگر متفاوت می‌باشد.

برخی از اکسترمم های شکل مود در تمامی مودها ثابت هستند، مانند انتهای ثابت، بنابر این تاثیر ترک موجود در انتهای ثابت تیر روی فرکانس طبیعی نسبت به بقیه نقاط بیشتر است.

در مقابل نقاطی نیز موجود هستند که تاثیری در یک مود خاص ندارند، مانند نقاط گره شکل مود، شعاع انحنا در این نقاط برابر صفر است. بنابر این ترک موجود در چنین نقاطی تاثیری روی فرکانس طبیعی متناظر با آن مود خاص ندارند.

به روز رسانی تکیه گاه

با توجه به نتایج بدست آمده نشان می‌دهند که میزان خطای ناشی از روش عددی نسبت به روش تجربی بالا بوده و این موضوع می‌تواند ناشی از عدم صلبیت کامل تکیه گاه باشد. ایجاد اتصالات کاملاً صلب در عمل نمی‌تواند هیچگاه کامل باشد و همواره امکان جلبه جایی در نقاط تکیه گاهی برای سازه وجود خواهد داشت. بنابریان با ساتفاده از نرم افزار Abaqus-بروز رسانی مدل نیز انجام شده است. در نقطه ابتدای تیر (تکیه گاه) فنری به آن متصل می‌گردد. فنر مورد نظر وظیفه شبیه سازی سختی تکیه گاه را بر عهده داشته و می‌بایست در ماژول Load درجات آزادی ابتدا و انتهای فنر مقید گردند. سختی فنر با استفاده از روش آزمون و خطا انجام و نتایج آن جهت فرکانس اول در جدول شماره (۴) نشان داده شده است. در نهایت با انتخاب سختی 257 N/m فرکانس طبیعی تیر بدون ترک حاصل از روش تجربی با اختلاف بسیار جزیی استخراج خواهد گردید.

جدول۴- بروز رسانی تکیه گاه برای مود اول

سختی فنر معادل N/m	257	0.5	1	10	100	1000
فرکانس طبیعی Hz	9.283	0.414	0.586	1.854	5.837	17.626

جدول ۳- فرکانس های بدست آمده ازتست تجربی

Beam / Mod		A	B	C	D	E	F	R
1	تحلیلی	10.026	9.927	9.955	10.007	10.016	10.019	10.024
	عددی	10.06	9.97	9.999	10.044	10.06	10.054	10.061
	تجربی	9.203	7.071	7.093	8.016	8.132	8.785	9.136
2	تحلیلی	62.833	62.528	62.631	62.793	62.413	62.491	62.735
	عددی	63.038	62.736	62.826	62.982	62.708	62.774	62.975
	تجربی	58.103	57.275	57.925	58.065	57.491	57.654	57.554
3	تحلیلی	175.935	173.717	174.382	175.44	173.06	174.061	175.444
	عددی	176.49	174.45	175.1	176.11	173.86	174.62	175.99
	تجربی	166.37	163.735	164.681	164.851	163.231	163.785	166.448
4	تحلیلی	344.761	343.796	343.979	344.396	340.036	341.279	343.705
	عددی	345.86	345.35	345.43	345.78	341.47	342.65	345.02
	تجربی	320.416	318.65	319.603	319.792	314.533	316.326	320.188
5	تحلیلی	569.915	565.782	566.85	568.805	568.244	568.532	569.711
	عددی	571.8	567.94	569.07	571.09	570.24	570.3	571.54
	تجربی	540.142	535.419	536.388	538.472	536.114	537.564	541.849
6	تحلیلی	851.32	839.475	842.506	848.751	848.518	848.627	850.76
	عددی	854.18	843.27	846.57	852.16	851.84	851.95	853.92
	تجربی	794.89	783.606	787.336	791.372	789.065	790.463	796.041
7	تحلیلی	1189.3	1185.2	1186.04	1188.82	1174.91	1178.75	1186.99
	عددی	1193.14	1190.2	1190.8	1193	1179.4	1182.9	1190.8
	تجربی	1119.45	1120.27	1121.56	1119.686	1113.133	1110.21	1122.34
8	تحلیلی	1584.3	1569.81	1573.23	1582.22	1565.72	1569.61	1580.78
	عددی	1589.2	1578.5	1581.3	1587.3	1571.7	1575.6	1585.7
	تجربی	1478.51	1463.157	1465.98	1472.329	1452.219	1461.68	1477.505

نتیجه گیری

در این تحقیق پارامترهای دینامیکی تیرهای ترک دار از هر سه روش تحلیلی، عددی با استفاده از المام محدود و تجربی (آنالیز مودال آزمایشگاهی در حوزه فرکانس) مورد بررسی قرار گرفته و فرکانس های طبیعی و شکل مودها در آنالیز مودال با استفاده از نرم افزار استار و در المان محدود با استفاده از نرم افزار آباکوس استخراج گردیدند. با مقایسه پارامترهای استخراج شده در هر سه روش مهمترین نتایج به دست آمده به صورت زیر می‌باشد:

وجود ترک بر روی خواص دینامیکی سازه تاثیر گذار بوده و فرکانس های طبیعی را کاهش می‌دهد. کاهش فرکانس طبیعی علاوه بر اندازه و موقعیت ترک، به شکل مود در همان فرکانس نیز بستگس دارد به گونه ای که با افزایش اندازه ترک در یک موقعیت ثابت از طول تیر، فرکانس طبیعی سازه نسبت به حالت تکیه گاه صلب می‌باشد.

کاهش می‌یابد و نیز در صورت تغییر موقعیت ترک از انتهای تیر به سمت تکیه گاه بسته به شکل مود مربوطه فرکانس طبیعی کاهش خواهد یافت.

در هر مرحله از تست بسته به موقعیت ترک نسبت به شکم یا ضد شکم (گره) میزان کاهش ترک از ماکزیمم به مینیمم خواهد رسید چه بسا در تست شاهد آن باشیم که یک ترک با اندازه نسبتا بزرگ درست بر روی گره افتاده و تغییر فرکانس طبیعی در همان مود ایجاد نکند.

نتایج بدست آمده نشان می‌دهند که با افزایش طول ترک فرکانسهای طبیعی کاهش یافته که بدلیل کاهش سفتی تیر به دلیل وجود ترک می‌باشد . که این کاهش فرکانس طبیعی در مودهای بالاتر، بیشتر می‌باشد.

مقایسه نتایج بدست آمده از سه روش تجربی، عددی و تحلیلی، نشان می‌دهند که این نتایج با هم همخوانی بسیارخوبی دارند. نتایج بدست آمده از تست مودل تجربی با نتایج دو روش دیگر کمی اختلاف داشته و این به دلیل تکیه گاه صلب در نظر گرفته شده برای این دو روش بوده که در تست تجربی تکیه گاه کامل صلب نبوده و مقداری انعطاف پذیری داشته که باعث کاهش فرکانسها می‌شود.

مراجع

[1] S. S. kessler, M. S. Spearing and C. Soutis, “Damage detection in Composite Materials using lamb Wave Methods,” *Smart Materials and Structures*, pp.269-278, 2002.

[2] G. Kawiecki, “Modal damping measurement for damage detection,” *Smart Materials and Structures*, vol. 10, no. 3, pp. 466–471, 2001.

[3] A. Dimarogonas, Vibration *for Engineers*, Prentice-Hall, Inc, 2001.

[4] H. Nahvi, and M.Jabbari, “Crack detection in beams using experimental modal data and finite element model, ” International Journal of Mechanical Sciences, 47,pp. 1477–1497, 2005.

[5] S.Loutridis, E. Douka, L.J. Hadjileontiadisc, "*Forced vibration behavior and crack detection of cracked beams using instantaneous frequency*," Journal of NDT and E international, 38, pp.411-419, 2005.
[6] L. Zhang, R. Brincker, P. Andersen, "an Overview of Operational Modal Analysis: Major Development and Issues, Proceedings of the 1st International Operational Modal Analysis Conference (IOMAC), pp. 179-190, 2005
[7]S. B. Sankara,, B. Adavi, S. R. Putti, "Influence of Crack on Modal Parameters of Cantilever Beam Using Experimental Modal Analysis, " Journal of Modeling and Simulation of Materials, vol. 1, no. 1, pp. 16-23, 2018.
[8] W. Weaver Jr., S. P. Timoshenko, D. H. Young, Vibration *Problems in Engineering* ,(5th edition), John Wiley, New York, 1991.