

## مطالعه تاثیر وجود ذره جامد داخل قطرات مایع بر دینامیک پس از برخورد و مسیر حرکت قطرات

اسلام عزت نشان<sup>۱\*</sup>، کیان نخعی<sup>۲</sup>

۱- استادیار، دانشکده فناوریهای نوین و مهندسی هوافضا، دانشگاه شهید بهشتی، e\_ezzatneshan@sbu.ac.ir

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده فناوریهای نوین و مهندسی هوافضا، دانشگاه شهید بهشتی، k.nakhaei@Mail.sbu.ac.ir

### چکیده

در تحقیق حاضر، روش شبکه بولتزمن چندفازی مبتنی بر معادله آلن-کاهن برای شبیه‌سازی برخورد قطرات دارای ذرات جامد استفاده شده و دینامیک پس از برخورد و مسیر حرکت قطرات مورد مطالعه قرار گرفته‌است. اعتبارسنجی روش حل عددی در مقاله قبلی نویسندگان (عزت‌نشان، نخعی و فتاحی، مطالعه دینامیک برخورد قطرات دارای ذرات جامد با استفاده از روش شبکه بولتزمن چندفازی، بیستمین کنفرانس بین‌المللی انجمن هوافضای ایران، ۱۴۰۰، تهران، ایران) ارائه شده‌است. در مقاله حاضر، برخورد قطرات بدون ذره جامد و دارای ذره جامد در حالت‌های مختلف باهم مقایسه شده و نتایج بدست‌آمده مورد بحث و بررسی قرار گرفته‌اند. نتایج حاضر نشان می‌دهند که با اضافه شدن ذره جامد به قطره سبب میرایی سریعتر نوسان‌های پس از برخورد قطرات می‌شود. در برخورد خارج از مرکز قطرات دارای ذرات جامد، وجود ذره در داخل یک قطره سبب عدم تقارن در مسیر حرکت و وجود ذره جامد در داخل هر دو قطره سبب حرکت متقارن قطرات پس از برخورد می‌شود. در مطالعه حاضر، تاثیر اندازه ذرات با شعاع‌های متفاوت بر دینامیک پس از برخورد نیز مورد بررسی قرار گرفته است.

**واژه های کلیدی:** برخورد قطرات - ذرات جامد - مسیر حرکت - روش شبکه بولتزمن چندفازی

### ۱- مقدمه

دینامیک قطرات دارای ذرات جامد در کاربردهای صنعتی مانند صنایع دارویی، صنعت نفت و انرژی و حوزه سیالات در مهندسی هوافضا از اهمیت حیاتی برخوردار است [۱، ۲]. پیچیدگی مطالعه این نوع جریان چندفازی نیازمند استفاده از یک روش کارآمد و موثر برای شبیه‌سازی دینامیک فصل مشترک است. علاوه بر پیچیدگی مطالعه دینامیک برخورد قطرات، وجود ذرات جامد و تاثیر آنها بر شکل و حرکت قطرات جالب توجه بوده که در تحقیقات علمی کمتر مورد توجه قرار گرفته است. توسعه روش‌های شبیه‌سازی عددی یک رویکرد جایگزین موثر برای بررسی دینامیک برخورد قطرات دارای ذرات است. در این میان، روش شبکه بولتزمن (Lattice Boltzmann Method (LBM)، توانایی خوبی برای حل این نوع جریان‌های چندفازی پیچیده حتی با نسبت چگالی و نسبت ویسکوزیته بالا دارد [۳]. این روش دارای چندین مدل شناخته شده شامل مدل شان-چن، مدل انرژی آزاد و مدل میدان-فاز برای جریان‌های چندفازی است. در بین این مدل‌ها، مدل میدان-فاز (Phase-Field) از دقت و کارایی خوبی برخوردار است. این مدل، میدان حل جریان چندفازی را با دو معادله شامل معادله مومنتوم برای جریان سیال و دیگری معادله غلظت فازها حل می‌کند.

آقای شیناک و همکاران [۲] یک مدل شبکه بولتزمن شبه-پتانسیل چندفازی اصلاح شده برای بررسی برخورد قطرات دوتایی با زوایای برخورد مختلف پیشنهاد دادند و به این نتیجه رسیدند که کشش سطحی را می‌توان به طور مستقل تحت شرایط عدد رینولدز بالا و نسبت چگالی بزرگ با استفاده از این مدل تنظیم کرد. در مطالعات قبلی، نوبری و همکاران [۴، ۵] برخوردهای رو به رو و خارج از مرکز را در دو بعد با استفاده از روش تفاوت محدود ردیابی جلو برای حل کامل معادلات ناویر-استوکس انجام داد. آقای لد [۶، ۷] با استفاده از روش شبکه بولتزمن دینامیک ذرات جامد معلق در جریان تک‌فازی را شبیه‌سازی کرده‌اند که روش ارائه‌شده آن‌ها توانایی حل مشکلات نوسانات چگالی در مایعات را دارد. جووشی و سان [۸، ۹] توانایی LBM برای مدل‌سازی مسائل پیچیده دینامیکی سیالات چندفازی شامل ذرات جامد معلق را نشان دادند. در این مدل، نیروی چسبندگی بین ذرات معلق و مایع اطراف اعمال شده که در مدل‌های قبلی این نیرو اعمال نشده بود. فرخی راد و لی [۱۰] با استفاده از روش LBM بر پایه معادله کاهن-هیلیارد توانستند ذرات معلق درون یک قطره را بصورت سه‌بعدی شبیه‌سازی کنند. روش کاهن-هیلیارد مشکلاتی در زمینه حفظ حجم قطره در میدان حل چندفازی داشت [۱۱]. فخاری و همکاران [۱۲] نشان دادند که استفاده از معادله آلن-کاهن (Allen-Cahn) علاوه بر حل این مشکل، از دقت بالا و پایداری مناسب برای مدل‌سازی جریان‌های چندفازی با نسبت چگالی و نسبت ویسکوزیته بالا برخوردار است. در تحقیقات یاد شده دینامیک یک قطره مورد توجه بوده و تاثیر وجود ذرات جامد داخل قطرات در فرآیند برخورد آنها مورد مطالعه قرار نگرفته است.

در مقاله حاضر، از روش شبکه بولتزمن بر پایه معادله آلن-کاهن برای مطالعه دینامیک جریان‌های چندفازی در برخورد قطرات همراه با ذرات جامد بصورت رودرو و خارج از مرکز استفاده شده و نتایج حاصل از حل عددی در شرایط مختلف مورد بحث و بررسی قرار گرفته‌است.

### ۲- معادلات حاکم

روش شبکه بولتزمن چندفازی با معادله آلن-کاهن برای بدست آوردن پارامتر  $\phi$  جهت تعیین محل فصل مشترک بین دو فاز بصورت زیر بیان می‌شود:

$$h_{\alpha}(x + e_{\alpha}\delta t, t + \delta t) = h_{\alpha}(x, t) - \frac{h_{\alpha}(x, t) - \bar{h}_{\alpha}^{eq}(x, t)}{\tau + 0.5} + F_{\alpha}^{\phi}(x, t) \quad (1)$$

$h_{\alpha}$  تابع توزیع،  $e_{\alpha}$  سرعت پارتیکل،  $\tau$  زمان آرامش و  $C_s = \frac{1}{\sqrt{3}}$  نشان‌دهنده سرعت صوت در واحد LBM است. نیروی  $F_{\alpha}^{\phi}$  و تابع توزیع تعادلی میدان-فاز نیز بصورت زیر محاسبه می‌شود:

و نیروی هیدرودینامیکی  $F_\alpha$  نیز از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$F_\alpha = \delta t \frac{\omega_\alpha \mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{F}}{\rho c_s^2} \quad (12)$$

که در آن:

$$g_\alpha^{eq} = P^* \omega_\alpha + (\Gamma_\alpha - \omega_\alpha) \quad (13)$$

و  $P^* = \frac{P}{\rho c_s^2}$ ، فشار نرمال است. نیروی برداری  $\mathbf{F}$  مجموع نیروی کشش سطحی  $\mathbf{F}_s$ ، نیروی حجمی  $\mathbf{F}_b$ ، نیروی فشار  $\mathbf{F}_p$  و نیروی ویسکوزیته  $\mathbf{F}_\mu$  بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_s + \mathbf{F}_b + \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_\mu \quad (14)$$

که هر نیرو بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\mathbf{F}_s = \mu_\phi \nabla \phi \quad (15)$$

$$\mathbf{F}_b = -\rho \mathbf{G} \quad (16)$$

$$\mathbf{F}_p = -P^* c_s^2 \nabla \rho \quad (17)$$

$$\mathbf{F}_\mu = \nu [\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] \cdot \nabla \rho \quad (18)$$

در معادلات بالا  $\mathbf{G}$  شتاب گرانشی،  $\rho$  چگالی و  $\mu_\phi$  نیز پتانسیل شیمیایی است که بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\mu_\phi = 4\beta(\phi - \phi_L)(\phi - \phi_H)(\phi - \phi_0) - \kappa \nabla^2 \phi \quad (19)$$

و رابطه خطی بین چگالی میدان با چگالی فاز سبک و سنگین نیز بصورت زیر است:

$$\rho = \rho_L + (\phi - \phi_L)(\rho_H - \rho_L) \quad (20)$$

ضرایب  $\beta$  و  $\kappa$  نیز بترتیب با کشش سطحی  $\sigma$  و ضخامت فصل مشترک  $\xi$  بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\kappa = \frac{\beta \xi^2}{8} \quad (21)$$

$$\sigma = \frac{\sqrt{2\kappa\beta}}{6} \quad (22)$$

برای محاسبه زمان آرامش  $\tau$  و لزجت دینامیکی جریان  $\mu$  از روابط خطی زیر استفاده شده‌است:

$$\tau = \tau_L + (\phi - \phi_L)(\tau_H - \tau_L) \quad (23)$$

$$\mu = \mu_L + (\phi - \phi_L)(\mu_H - \mu_L) \quad (24)$$

$\tau_L$  و  $\tau_H$  بترتیب زمان آرامش برای فازهای سبک و سنگین و همچنین  $\mu_L$  و  $\mu_H$  بترتیب لزجت دینامیکی فازهاست. رابطه بین لزجت دینامیکی هر یک از فازها با زمان آرامش نیز از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\tau = \frac{\mu}{\rho c_s^2 \partial t} \quad (25)$$

$$F_\alpha^\phi(\mathbf{x}, t) = \partial t \frac{[1 - 4(\phi - \phi_0)^2]}{\xi} \omega_\alpha \mathbf{e}_\alpha \cdot \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \quad (2)$$

$$\bar{h}_\alpha^{eq} = h_\alpha^{eq} - 0.5 F_\alpha^\phi \quad (3)$$

که در آن  $h_\alpha^{eq} = \phi \Gamma_\alpha$  و  $\Gamma_\alpha$  نیز بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Gamma_\alpha = \omega_\alpha \left[ 1 + \frac{\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{u})^2}{2c_s^4} - \frac{(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u})}{2c_s^2} \right] \quad (4)$$

سرعت پارتیکل  $\mathbf{e}_\alpha$  و ضریب وزنی  $\omega_\alpha$  همراه با جهت های  $\alpha$  بر اساس مدل دوبعدی (2D) روش شبکه بولترمن با ۹ جهت سرعت D2Q9 بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\mathbf{e}_\alpha = \begin{cases} (0,0) & \alpha = 0 \\ (\pm 1,0), (0, \pm 1) & \alpha = 1 - 4 \\ (\pm 1, \pm 1, 0) & \alpha = 5 - 9 \end{cases} \quad (5)$$

$$\omega_\alpha = \begin{cases} \frac{4}{9} & \alpha = 0 \\ \frac{1}{9} & \alpha = 1 - 4 \\ \frac{1}{36} & \alpha = 5 - 9 \end{cases} \quad (6)$$

برای محاسبه مقادیر هیدرودینامیک سیستم چندفازی، شامل پارامترهای فشار و مولفه‌های سرعت، یک تابع توزیع  $g_\alpha$  در روش LBM مبتنی بر معادله آلن-کاهن نیاز است که بصورت زیر بیان می‌شود:

$$g_\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{e}_\alpha \delta t, t + \delta t) = g_\alpha(\mathbf{x}, t) + \Omega_\alpha \quad (7)$$

$\Omega_\alpha$  عملگر برخورد است. برای پایداری عددی در حل حاضر از زمان آرامش چندگانه (Multiple-Relaxation-Time) استفاده شده که عملگر برخورد مربوط به آن بصورت زیر بدست می‌آید:

$$\Omega_\alpha = -\mathbf{M}^{-1} \widehat{\mathbf{S}} \mathbf{M} (g_\alpha - \bar{g}_\alpha^{eq}) \quad (8)$$

$\mathbf{M}$  ماتریس تبدیل متعامد برای انتقال تابع توزیع از فضای فیزیکی به فضای ممان بوده و  $\widehat{\mathbf{S}}$  نیز ماتریس ضرایب آرامش می‌باشد که بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\widehat{\mathbf{S}} = \text{diag}(1,1,1,1,1,1,1, S_v, S_v) \quad (9)$$

مقدار  $S_v$  نیز بر اساس مقدار زمان آرامش بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$S_v = \frac{1}{\tau + 0.5} \quad (10)$$

$g_\alpha$  تابع توزیع براساس سرعت و با فرض سیالات تراکم‌ناپذیر در نظر گرفته شده که تابع توزیع تعادلی اصلاح شده  $\bar{g}_\alpha^{eq}$  بصورت زیر است:

$$\bar{g}_\alpha^{eq} = g_\alpha^{eq} - 0.5 F_\alpha \quad (11)$$

۴. جاری شدن (streaming)، اعمال شرط مرزی دیواره جامد
۵. برورسانی نیرو و گشتاور روی هر ذره
۶. برورسانی متغیرهای ماکروسکوپی چگالی و سرعت در فاز سیال در ادامه به جزئیات روابط مراحل بالا پرداخته شده است.

### ۲-۳- معادلات حاکم بر دینامیک ذره جامد و شرایط مرزی آن

در سال ۱۹۹۴ آقای لد [6] شرط مرزی برای دینامیک حرکت ذرات جامد را ارائه کرد. این شرایط باید بگونه‌ای تعریف شود که سرعت سیال با سرعت دیواره تطابق داشته و قانون بقای جرم ارضا شود. شرط بقای جرم به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$f_{\bar{\alpha}}(\mathbf{x}_f) = f_{\alpha}(\mathbf{x}_f) + 2 \frac{\rho}{c_s^w} w_{\alpha}(\mathbf{u}_b \cdot \mathbf{e}_{\alpha}) \quad (32)$$

شرط مرزی اعمال شده بین سطح جامد و سیال اطراف آن، در گره مرزی  $\mathbf{x}_b$  (نقاط مرزی دیواره جامد) توسط سرعت  $\mathbf{u}_b$  تنظیم شده است:

$$\mathbf{u}_b = \mathbf{u}_p + \Omega_p \times (\mathbf{x}_b - R) \quad (33)$$

در این رابطه  $\mathbf{u}_p$  و  $\Omega_p$  ترتیب سرعت خطی و سرعت زاویه‌ای ذرات جامد هستند. همچنین،  $R$  موقعیت جرم ذره و  $\mathbf{x}_b$  موقعیت نقاط مرزی است. به منظور اعمال شرایط مرزی برای یک ذره متحرک با در نظر گرفتن سرعت  $\mathbf{u}_b$  تابع توزیع ذره به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$g_{\bar{\alpha}} = g_{\alpha} - 6\rho_w w_{\alpha}(\mathbf{u}_b \cdot \mathbf{e}_{\alpha}) \quad (34)$$

$$h_{\bar{\alpha}} = h_{\alpha} - 6c_w w_{\alpha}(\mathbf{u}_b \cdot \mathbf{e}_{\alpha}) \quad (35)$$

قانون دوم نیوتون برای هر ذره منفرد اعمال می‌شود تا تغییرات سرعت‌های خطی  $\mathbf{u}_p$  و زاویه‌ای  $\Omega_p$  بدلیل نیروی کل  $\mathbf{F}^P$  و گشتاور کل  $\mathbf{T}^P$  وارد بر آن محاسبه شود [9]:

$$\mathbf{F}^P = M_p \frac{d}{dt} \mathbf{u}_p \quad (36)$$

$$\mathbf{T}^P = I_p \frac{d}{dt} \Omega_p \quad (37)$$

در اینجا یک چگالی جامد به ذرات اختصاص داده شده و از روابط زیر برای تعیین جرم  $M_p$  و گشتاور  $I_p$  اینرسی برای ذره‌ای با چگالی  $\rho_p$  و شعاع  $R$  استفاده شده است [9]:

$$M_p = \rho_p \pi R^2 \quad (38)$$

$$I_p = \frac{1}{2} M_p R^2 \quad (39)$$

در شبیه‌سازی عددی برای حل دو معادله (۳۶) و (۳۷) از رابطه زیر برای برورسانی سرعت انتقالی و زاویه‌ای ذره در هر زمان استفاده می‌شود [۱۳]:

$$\mathbf{u}_p^{n+1} = \mathbf{u}_p^n + \delta_t \mathbf{F}^P / M_p \quad (40)$$

$$\Omega_p^{n+1} = \Omega_p^n + \delta_t \mathbf{T}^P / I_p \quad (41)$$

مکان ذره با یکپارچه‌سازی سرعت، بعد از هر مرحله زمانی بروز می‌شود. حرکت ذرات نیاز به تعیین دقیق نیروهایی است که از طرف سیال به ذره

مقدار مشتقات یک ویژگی ماکروسکوپی مانند  $Q$  در معادلات حاکم را می‌توان بصورت زیر محاسبه کرد:

$$\nabla Q = \frac{c}{c_s^2 \delta x} \sum_{\alpha} \mathbf{e}_{\alpha} \omega_{\alpha} Q(\mathbf{x} + \mathbf{e}_{\alpha} \delta t, t) \quad (26)$$

$$\nabla^2 Q = \frac{2c^2}{c_s^2 (\delta x)^2} \sum_{\alpha} \omega_{\alpha} [Q(\mathbf{x} + \mathbf{e}_{\alpha} \delta t, t) - Q(\mathbf{x}, t)] \quad (27)$$

این یک روش ساده و کارآمد برای محاسبه مشتقات بجای استفاده از روش‌های گسسته‌سازی اختلاف محدود است. بجای  $Q$  می‌توان یک کمیت ماکروسکوپی مانند  $\phi$  را قرار داد و گسسته‌سازی مشتقات این پارامتر را بصورت عبارت‌های  $\nabla \phi$  و  $\nabla^2 \phi$  در معادلات ظاهر شده بدست آورد. در نهایت، بترتیب پارامترهای  $\phi$ ، فشار نرمال  $P^*$  و سرعت  $\mathbf{u}$  را می‌توان بصورت زیر محاسبه کرد.

$$\phi = \sum_{\alpha} h_{\alpha} \quad (28)$$

$$P^* = \sum_{\alpha} g_{\alpha} \quad (29)$$

$$\mathbf{u} = \sum_{\alpha} g_{\alpha} \mathbf{e}_{\alpha} + \frac{F}{2\rho} \delta t \quad (30)$$

### ۲-۱- شرایط مرزی سیال

در این مقاله، شبیه‌سازی دوبعدی دینامیک قطرات همراه با ذره جامد بر اساس معادله آلن-کاهن LBM در یک میدان جریان انجام می‌شود. در سطوح جانبی میدان حل شرط مرزی تناوبی و در سطوح بالا و پایین شرط مرزی دیواره اعمال شده است. شرط مرزی دیواره در حل حاضر با استفاده از روش نیمه بازگشتی (Half-Way Bounce-Back) برای محاسبه توابع توزیع  $h_{\alpha}$  و  $g_{\alpha}$  بر روی سطوح دیوار توسعه داده شده است. برهمکنش بین سیال چندفازی و دیواره جامد با اعمال شرط مرزی خیس‌شوندگی (Wetting Condition) در نظر گرفته می‌شود که برای پارامتر میدان-فاز روی دیوار  $\phi_w$  بصورت شرط مرزی نیومن (Neumann BC) زیر قابل محاسبه است:

$$\hat{n}_w \cdot \nabla \phi|_{x_w} = -\sqrt{\frac{2\beta}{\kappa}} \phi_w (1 - \phi_w) \cos \theta \quad (31)$$

با تعیین  $\phi_w$  بر روی گره‌های مرز دیواره، توابع توزیع نامشخص میدان فاز  $h_{\alpha}$  بر روی دیواره تعیین می‌شود [۱].

### ۲-۲- مدل ذرات جامد معلق

در این مطالعه ذرات بصورت دایروی فرض شده و در میدان حل روی نقاط شبکه تعریف شده‌اند. با حرکت ذره، محل این نقاط برورسانی می‌شوند. پس از مقداردهی اولیه، هر تکرار زمانی شامل مراحل زیر است [۹]:

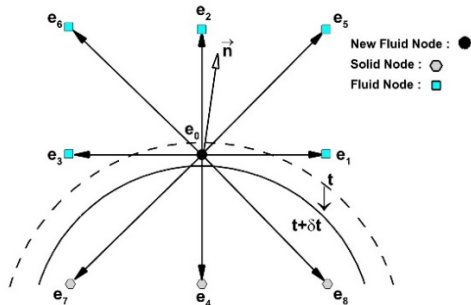
۱. برورسانی موقعیت ذرات بر اساس نیروها و گشتاورهای وارد بر هر ذره
۲. محاسبه نیروها و گشتاورهای ناشی از تغییر در محل ذرات روی شبکه
۳. محاسبه تابع‌های توزیع تعادلی

$$\begin{aligned} f_{\alpha,i}(X_{new}, t + \delta t) \\ = 2f_{\alpha}(X_{new} + e_i \delta t) \\ - f_{\alpha}(X_{new} + 2e_i \delta t, t + \delta t) \end{aligned} \quad (48)$$

سپس توابع توزیع نامشخص در هر نقطه با استفاده از میانگین گرفتن از این جهت‌ها بصورت زیر برون‌یابی می‌شود:

$$\begin{aligned} F_{\alpha}(X_{new}, t + \delta t) \\ = \frac{1}{N} \sum_{i=1,2,3,5,6} f_{\alpha,i}(X_{new}, t + \delta t) \end{aligned} \quad (49)$$

که در آن  $N$  تعداد کل جهت‌های برون‌یابی ممکن است [15]. با این روش تمام پارامترهای ماکروسکوپی در نقاطی که جدیداً سیال شده‌اند (قبلاً ذره بودند) مشخص می‌شود.



شکل ۱ ساختار شبکه گره سیال جدید در نزدیکی مرز جامد.

### ۳- نتایج عددی

در این بخش، نتایج عددی حاصل از الگوریتم حاضر برای دینامیک برخورد دو قطره بدون ذره، همچنین دو قطره همراه با یک ذره درون یکی از قطرات و دو ذره در هر کدام از قطرات در شرایط مختلف جریان ارائه می‌شود. در ادامه، مقایسه‌ای بین برخورد قطرات بصورت رو در رو (Head on) و خارج از مرکز (Off Center) و نمایش مسیر ذره در میدان حل انجام می‌شود.

#### ۳-۱- برخورد قطرات بصورت رو در رو

برای شبیه‌سازی برخورد قطرات بصورت رو در رو، قطر هر قطره برابر  $D=80$  در فاصله  $BR=10$  واحد شبکه از هم قرار داده شده‌است. در تمام شبیه‌سازی‌های انجام شده نسبت چگالی و نسبت ویسکوزیته بترتیب برابر  $800$  و  $50$  بوده و همچنین زمان آرامش فاز سنگین  $\tau_H = 0.01$  مقداردهی شده‌است. در شکل ۲ نمای کلی هندسی و پارامترهای فیزیکی موردنیاز از برخورد قطرات بصورت رو در رو را مشاهده می‌کنید که قطرات و ذرات در راستای محور  $X$  در خلاف جهت یکدیگر بهم برخورد می‌کنند. شعاع ذرات (Radius Particle) در برخورد قطرات بصورت رو در رو برابر  $20$  و شاخص پخش (Spread Factor= $d$ ) از ابتدای قطره سمت چپ تا انتهای قطره سمت راست در نظر گرفته شده‌است. همچنین ضخامت فصل مشترک برای این مطالعه برابر  $5$  انتخاب شده‌است. در ادامه حالت‌های مختلفی را برای بررسی برخورد قطرات در نظر می‌گیریم که به توضیح آنها می‌پردازیم.

اعمال می‌شود. برای محاسبه نیروهای وارد بر ذره از روش تبادل حرکت (مونتوم) استفاده شده‌است. روش تبادل حرکت یک روش کارآمد و موثر برای محاسبه نیروهای وارد بر سطح یک ذره متحرک در جریان‌ها چندفازی است [۶]. یکی از ویژگی‌های این روش دقت و سهولت اجرای آن در مختصات دوبعدی و سه‌بعدی است [۱۰]. نیرو و گشتاوری که از طرف سیال به ذرات جامد وارد می‌شود بصورت زیر قابل محاسبه است:

$$F_T = \frac{\delta x}{\delta t} \sum_{x_b} \sum_{\alpha} e_{\alpha} [g_{\alpha}(x_f) + g_{\bar{\alpha}}(x_f)] \quad (42)$$

$$T_t = \frac{\delta x}{\delta t} \sum_{x_b} \sum_{\alpha} (x_b - R) \times e_{\alpha} [g_{\alpha}(x_f) + g_{\bar{\alpha}}(x_f)] \quad (43)$$

علاوه بر محاسبه این نیروها، دو نیروی مربوط به لایه سیال حبس شده بین ذره جامد با دیواره ( $F_{lub}^P$ ) و نیروی دافعه برخورد ذره با دیواره ( $F_{Hook}^P$ ) در مطالعه حاضر اعمال شده‌است. برای مدلسازی، نیروی  $F_{lub}^P$  بین یک جفت سیلندر بصورت زیر بدست می‌آید [9]:

$$F_{lub}^P = 0, h \geq h_c \quad (44)$$

$$\begin{aligned} F_{lub}^P = -\frac{1}{2} \mu U_{12} \cdot \hat{R}_{12} \left[ \left( \frac{a_1 + a_2}{h} \right)^{3/2} \left( F_0 + \frac{h}{a_1 + a_2} F_1 \right) \right. \\ \left. - \left( \frac{a_1 + a_2}{h_c} \right)^{3/2} \left( F_0 \right) \right. \\ \left. + \frac{h_c}{a_1 + a_2} F_1 \right], h < h_c \end{aligned} \quad (45)$$

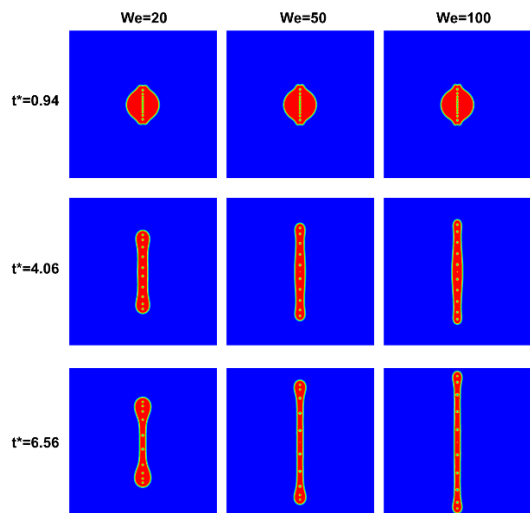
در معادله (۴۵)،  $\hat{R}_{12}$  بردار واحد از مرکز ذره ۱ به سمت ذره ۲ (ذره ۲ می‌تواند دیوار باشد)،  $U_{12}$  سرعت ذره ۲ نسبت به ذره ۱،  $\mu$  ویسکوزیته دینامیکی و ثابت‌های  $F_0 = 3\pi\sqrt{2/4}$  و  $F_1 = 231\pi\sqrt{2/80}$  همچنین فاصله بحرانی برابر  $h_c = 2$  است. نیروی دافعه  $F_{Hook}^P$  بین ذرات بصورت زیر محاسبه می‌شود [۱۴]:

$$F_{Hook}^P = 0, h \geq \delta \quad (46)$$

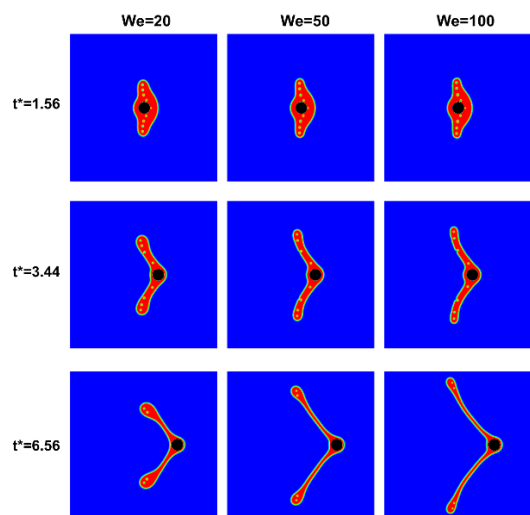
$$F_{Hook}^P = -F_0(1 - h/\delta)\hat{R}_{12}, h < \delta \quad (47)$$

ثابت  $F_0$  برای کنترل مقدار نیروی دافعه تنظیم شده و فاصله برش  $\delta = 0.1$  در نظر گرفته شده‌است [۹].

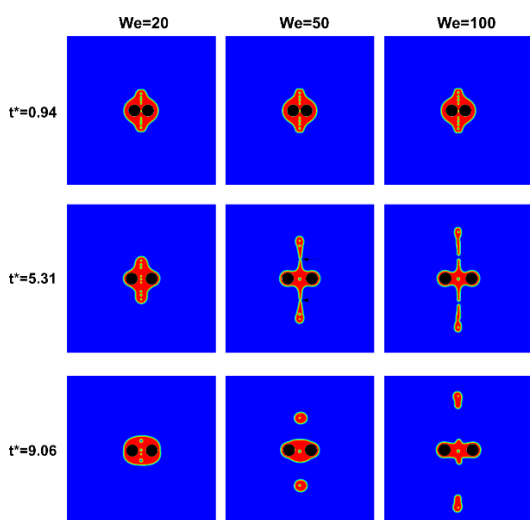
در روش پر کردن مجدد (مطابق شکل ۱)، گره‌های سیال جدید به‌عنوان یک ذره جامد در نظر گرفته شده که نسبت به شبکه ثابت حرکت می‌کند. سپس، تابع توزیع و مقادیر ماکروسکوپی در قسمت‌هایی که به سیال تبدیل شده بدست می‌آیند. در تحقیق حاضر، از یک زوش برون‌یابی برای پر کردن مجدد استفاده شده‌است. یک گره جدید در سیال  $X_{new}$  می‌تواند چندین جهت برون‌یابی  $i = 1,2,3,5,6$  داشته باشد که به سمت داخل سیال هستند. در هر جهت برون‌یابی  $\alpha$  یک برون‌یابی خطی به همه جهات اعمال می‌شود تا تابع توزیع در  $X_{new}$  بدست‌آید.



(الف)

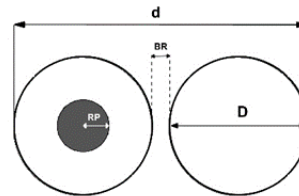


(ب)



(ج)

شکل 3 دینامیک برخورد قطرات بصورت رو در رو، (الف) بدون ذره، (ب) همراه با یک ذره جامد (در قطره سمت چپ) به شعاع ۲۰، (ج) همراه با دو ذره جامد به شعاعهای ۲۰ در رینولدز  $Re=60$  و اعداد وبر مختلف



شکل 2 نمای کلی از برخورد قطرات بصورت رودرو همراه با یک ذره جامد

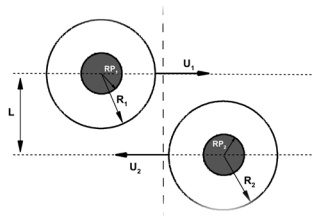
در شکل ۳ برخورد قطرات بصورت رو در رو در رینولدز  $Re = 60$  و مقایسه اعداد وبر مختلف در زمانهای مختلف نشان داده شده است. در برخورد قطرات بدون ذره در قسمت (الف) مشاهده می شود که قطرات پس از برخورد با هم ترکیب شده و به یک قطره تبدیل می شوند، اما چون قطرات در راستای  $X$  بهم برخورد می کنند در ادامه برخورد در راستای  $Y$  پخش می شوند. هرچه مقدار وبر بیشتر باشد، قطره کشش سطحی کمتری دارد. پس در یک زمان بی بعد مشخص، قطرات پس از برخورد در وبر ۱۰۰ نسبت به وبر ۲۰ کشیده تر دیده می شود. در وبر ۲۰، قطره بدلیل کشش سطحی بیشتر نسبت به وبرهای بالاتر تمایل به بازگشت در همان راستا را دارد که اگر وبر نیز کمتر از این مقدار شود شاهد نوسان قطره خواهیم بود. در برخورد قطرات بصورت رو در رو، به علت سرعت برخورد بالا، مقداری فاز گاز بین دو قطره حبس می شود. برخورد قطرات همراه با یک ذره جامد به شعاع ۲۰ در قطره سمت چپ در قسمت (ب) نشان داده شده است. مشاهده می شود که ذره جامد باعث می شود قطره به سمت راست سوق داده شود. سرعت قطره و ذره در شرایط اولیه همانند هم می باشد، بنابراین سرعت ذره جامد باعث می شود که قطره سمت راست بعد از برخورد به حال پخش شدگی درآید. در این حالت، با توجه به مومنتمومی که ذره داراست، قطرات به هم چسبیده پس از برخورد با دینامیک نوسانی به سمت راست میدان حل حرکت می کنند. همانطور که گفته شد، هرچه وبر بیشتر باشد قطره پخش شوندگی بیشتری خواهد داشت که در شکل ۳ نیز مشاهده می شود. در این مورد نیز حبس حباب در زمانهای اولیه مشاهده می شود، اما بعد از مدتی حبابها در جایی که قطره نازک شده از مرز قطره خارج می شود ولی در قسمت انتهایی که قطره بیشتر جمع شده است حبابهای کوچکی خارج نشده و در قطره حبس می مانند.

در شکل ۴- (ج)، دینامیک حاصل از برخورد قطرات همراه با دو ذره جامد آورده شده است. پس از برخورد قطرات در این حالت، ذرات جامد نیز به یکدیگر برخورد می کنند و سپس یکدیگر را دفع می کنند و از هم دور می شوند. نیروی هوک یکی از عوامل کنترل کننده برخورد ذرات است که در این شبیه سازی ۰.۲ در نظر گرفته شده است. چگالی ذرات نیز ۵ مقداردهی شده است. در وبر ۲۰ مشاهده می شود که پس از برخورد و دفع ذرات از یکدیگر، قطره یکی شده نیز با نوسان کردن و پخش شدن در راستای  $Y$  سریع برگشته و اطراف ذرات جمع می شود. اما در وبر ۵۰، پس از برخورد و دفع ذرات از یکدیگر بدلیل کم بودن کشش سطحی قطره از بالا و پایین قطرات کوچکتر از قطره بزرگتر جدا شده است. در وبر ۱۰۰ نیز مشاهده می شود که قطرات زودتر جدا شده و چون کشش سطحی پایین تری نسبت به حالت های دیگر دارد، قطره بصورت یک قطره بلندتر و کشیده تر است.

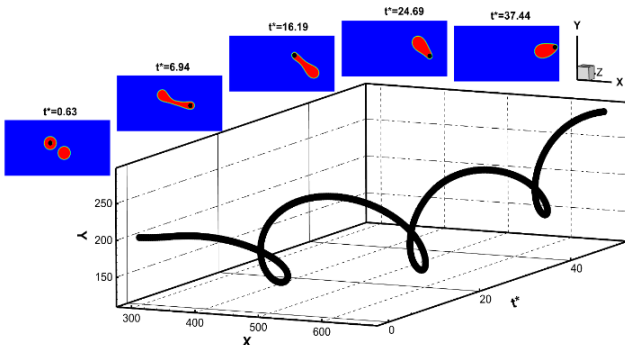
در نمودار شکل ۵ مشاهده می‌شود که الگوی شاخص پخش شدگی در برخورد قطرات همراه با دو ذره همانند برخورد قطرات بدون ذره است، با این تفاوت که نوسان پخش قطرات بدلیل وجود ذره کاهش یافته‌است. در واقع ذرات جامد باعث میرایی سریعتر دینامیک قطرات بعد از برخورد می‌شود.

### ۳-۲- برخورد قطرات بصورت خارج از مرکز

در ادامه به شبیه‌سازی برخورد قطرات بصورت خارج از مرکز پرداخته می‌شود. در شکل ۶، نمای کلی از هندسه برخورد قطرات بصورت خارج از مرکز را مشاهده می‌کنید. سرعت برخورد قطرات و ذرات با  $U_1$  و  $U_2$  شعاع قطرات با  $R_1$  و  $R_2$ ، شعاع ذرات با  $RP_1$  و  $RP_2$  و فاصله بین مرکز قطرات شده‌است. شعاع ذرات نیز برابر یکدیگر و در تست‌های مختلف متفاوت است.



شکل ۶ هندسه برخورد قطرات همراه با ذرات جامد بصورت خارج از مرکز

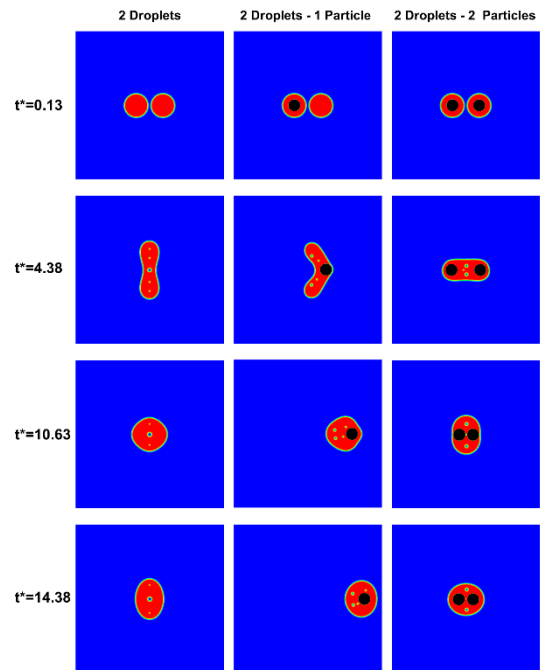


شکل ۷ نمایش مکان ذره جامد برای برخورد قطرات دارای یک ذره بصورت خارج از مرکز در رینولدز و وبر بترتیب  $We = 5$  و  $Re = 60$  در میدان حل

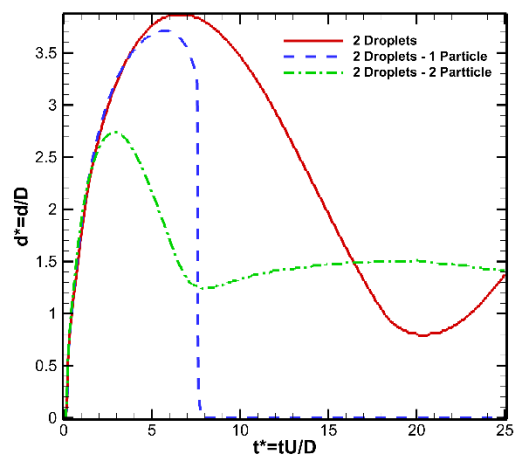
در شکل ۷، حرکت و مسیر ذره در برخورد قطرات بصورت خارج از مرکز در زمان بی‌بعد مطالعه شده، بطوریکه شعاع ذره برابر ۱۵ واحد شبکه است. با بررسی مسیر ذره مشاهده می‌شود که قطرات پس از برخورد شروع به چرخیدن کرده و یک مسیر گردابه‌ای در طول زمان بی‌بعد به سمت راست شبکه از خود نشان می‌دهد. در برخورد خارج از مرکز، قطرات به سبب ایجاد مومنوم زاویه‌ای حول یک محور شروع به چرخش کرده و با یک حرکت چرخشی و انتقالی به سمت راست میدان حل پیش می‌روند. در واقع گشتاور ایجاد شده از سمت قطره بدون ذره به قطره دارای ذره یک حرکت چرخشی ایجاد کرده و حرکت انتقالی قطره دارای ذره به سمت راست میدان همزمان با حرکت چرخشی باعث خارج شدن قطره از مرکز پیوند خواهد شد و قطره به این حرکت ترکیبی خود ادامه می‌دهد.

شکل ۸ بررسی تاثیر شعاع ذرات جامد داخل قطرات بر دینامیک برخورد آنها را نشان می‌دهد. در شکل سمت چپ، ذره دارای شعاع ۱۵ است.

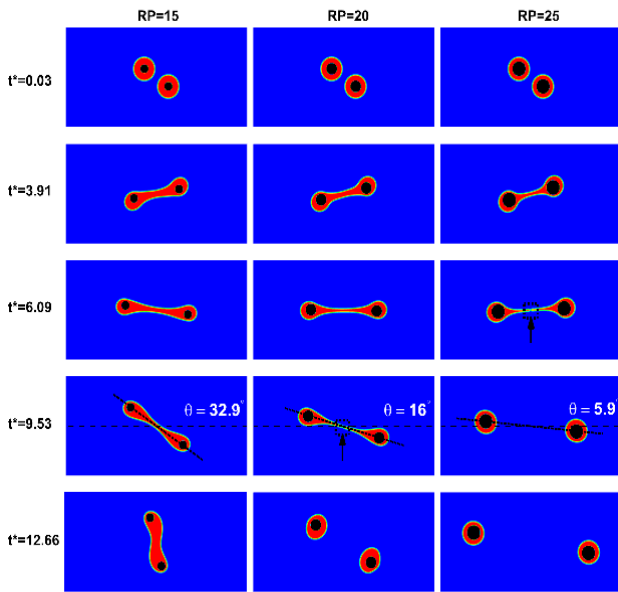
در شکل ۴، مقایسه‌ای برای تاثیر وجود ذرات جامد در دینامیک قطرات در عدد رینولدز ۱۲۰ و عدد وبر ۵ انجام شده‌است. در شکل سمت چپ برخورد قطرات و نوسان قطره در راستای X و Y را مشاهده می‌کنید. برای مقایسه بهتر، در شکل ۵ شاخص پخش دو قطره بدون ذره در راستای Y رسم شده که نشان‌دهنده نوسان قطره است. در شکل وسط یک ذره به قطره سمت چپ اضافه شده که مومنوم ذره جامد دینامیک قطره را تغییر داده و قطره را به سمت راست هدایت می‌کند. در این شکل، بدلیل اینکه وبر قطره پایین است، قطره تمایل بیشتری به جمع شدن دارد.



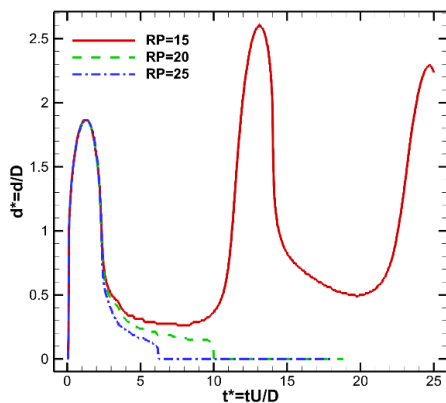
شکل ۴ برخورد قطرات بصورت رو در رو بدون ذره (چپ)، همراه با یک ذره (وسط) و همراه با دو ذره (راست) با شعاع ذره ۲۰ در رینولدز و وبر به ترتیب  $We = 5$  و  $Re = 120$  در زمان‌های بی‌بعد مختلف



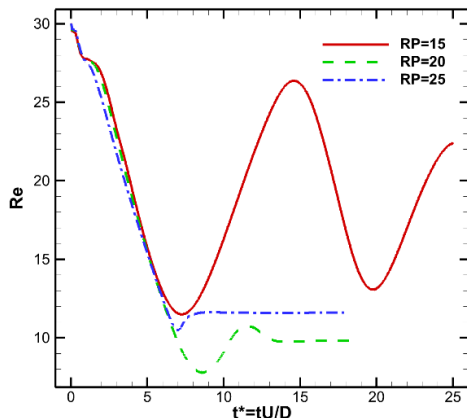
شکل ۵ مقایسه شاخص پخش بی‌بعد در راستای Y (ثابت X) در برخورد قطرات بصورت رو در رو و بدون ذره و همراه با یک ذره و همراه با دو ذره به شعاع‌های ۲۰ در  $We = 5$  و  $Re = 120$  بر اساس زمان بی‌بعد



شکل 8 برخورد خارج از مرکز قطرات همراه با ذرات به شعاع‌های مختلف در رینولدز و وبر بترتیب  $Re = 30$  و  $We = 5$  در زمان‌های بی‌بعد مختلف



شکل 9 مقایسه برخورد قطرات بصورت خارج از مرکز همراه با ذرات جامد به شعاع‌های مختلف و مقایسه شاخص پخش بی‌بعد در زمان بی‌بعد



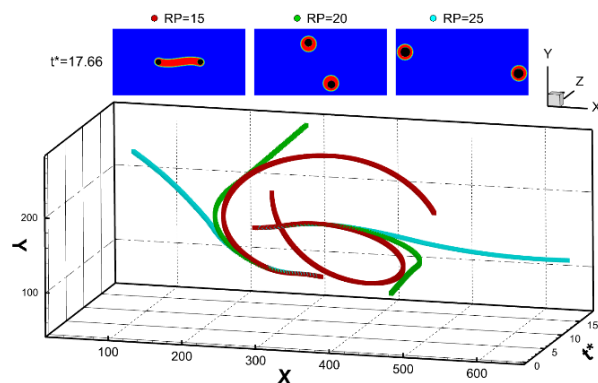
شکل 10 نمایش سرعت ذره سمت چپ در برخورد قطرات خارج از مرکز همراه با ذرات برحسب رینولدز و زمان بی‌بعد

در این حالت، حرکت چرخشی قطرات پس از برخورد بدلیل وجود مومنوم زاویه‌ای است که ایجاد شده که با دینامیک نوسانی همراه است. در این حالت، توازن موجود در دو قطره دارای ذره نسبت به برخورد قطرات دارای یک ذره سبب شده که گشتاور ایجاد شده از مومنوم برخورد حول یک محور سبب چرخش شود و حرکت انتقالی ایجاد نکند. همانطور که در شکل ۹ نیز مشاهده می‌شود، شاخص پخش بی‌بعد قطره نیز بر حرکت نوسانی قطره پس از برخورد دلالت دارد. همچنین در شکل ۱۰، سرعت یکی از ذرات نمایش داده شده است (ذره موجود در قطره سمت چپ). در این شکل مشاهده می‌شود که سرعت ذره در حین برخورد قطرات کم شده، اما پس از مدتی بدلیل وجود نیروی گشتاور، سرعتی نوسانی شروع شده و قطره حول یک محور دوران می‌کند. با افزایش شعاع ذره، مومنوم قطره نسبت به حالت قبل کمتر شده و بعد از برخورد خارج از مرکز، با سرعت کمتری شروع به چرخیدن می‌کنند. در این حالت، در یک زمان مشخص که در شکل ۸ با فلش نشان داده شده، قطرات بعد از برخورد از هم جدا می‌شوند. در واقع ذره بزرگتر جای قطره را گرفته و سیال کمتری حول ذره جامد وجود دارد. هرچه شعاع ذره بیشتر شود قطرات بعد از برخورد زودتر جدا می‌شوند. به عبارتی، ذره حرکت چرخشی کندتری بعد از برخورد دارد. برای نمایش هرچه بهتر این موضوع زاویه چرخش هر برخورد قطرات با شعاع‌های مختلف با خط افق رسم شده‌است. مشاهده می‌شود که با افزایش شعاع ذره، زاویه چرخش قطرات در یک زمان بی‌بعد مشخص  $t^* = 9.53$  کاهش می‌یابد. در شکل ۹ زمان جداسدن قطرات با شعاع‌های ۲۰ و ۲۵ مشخص است. این مطالعه نشان می‌دهد که هرچه ذره بزرگتر شود قطرات پس از برخورد خارج از مرکز زودتر از هم جدا می‌شوند.

در شکل ۱۰ نیز برای ذرات به شعاع ۲۰ و ۲۵ پس از یک نوسان کم، سرعت قطره پس از جداسدن قطرات از هم ثابت شده‌است. همچنین مشاهده می‌شود که سرعت ذره به شعاع ۲۵ بدلیل اینکه قطره زودتر جدا شده نوسان کمتری داشته و سریع‌تر به یک سرعت ثابت می‌رسد. در شکل ۱۱، مسیر ذرات در میدان حل بر اساس زمان بی‌بعد نشان داده شده‌است. مشاهده می‌شود که در یک زمان مشخص، قطرات با ذرات به شعاع‌های ۲۰ و ۲۵ کاملاً از هم جدا شده و به مسیر خود در امتداد جداسدن قطرات ادامه داده و از مرز پرودیک عبور می‌کنند. همچنین از مسیر ذره با شعاع ۱۵ مشاهده می‌شود که ذره و قطره به چرخش خود ادامه می‌دهند. ذره با شعاع ۲۰ بدلیل دیرتر جداسدن قطرات از هم و نیروی گشتاور بیشتر پس از جداسدن قطرات از مرز پرودیک بالایی و پایینی و ذره با شعاع ۲۵ از مرز پرودیک راست و چپ خارج می‌شود.

مطالعه حاضر به وضوح نشان می‌دهد که دینامیک برخورد قطرات دارای ذرات جامد بسیار متفاوت‌تر از دینامیک شناخته شده برای برخورد قطرات خالص است. با توجه به وجود ذرات در بسیاری از کاربردهای صنعتی جریان‌های چندفازی، مطالعه حاضر به عنوان یک نقطه شروع در این حوزه از جریان‌های چندفازی دارای ذرات و قطرات در کنار هم از اهمیت زیادی برخوردار است.

- investigation. *Physics of Fluids*, 1996. **8**(1): p. 29-42.
5. Nobari, M.R.H. and G. Tryggvason, *Numerical simulations of three-dimensional drop collisions*. *AIAA Journal*, 1996. **34**(4): p. 750-755.
  6. Ladd, A.J.C., *Numerical simulations of particulate suspensions via a discretized Boltzmann equation. Part 1. Theoretical foundation*. *Journal of Fluid Mechanics*, 2006. **271**: p. 285-309.
  7. Ladd, A.J.C., *Numerical simulations of particulate suspensions via a discretized Boltzmann equation. Part 2. Numerical results*. *Journal of Fluid Mechanics*, 2006. **271**: p. 311-339.
  8. Joshi, A.S. and Y. Sun, *Wetting dynamics and particle deposition for an evaporating colloidal drop: A lattice Boltzmann study*. *Physical Review E*, 2010. **82**(4).
  9. Joshi, A.S. and Y. Sun, *Multiphase lattice Boltzmann method for particle suspensions*. *Physical Review E*, 2009. **79**(6).
  10. Farokhirad, S. and T. Lee, *Computational study of microparticle effect on self-propelled jumping of droplets from superhydrophobic substrates*. *International Journal of Multiphase Flow*, 2017. **95**: p. 220-234.
  11. Fakhari, A., D. Bolster, and L.-S. Luo, *A weighted multiple-relaxation-time lattice Boltzmann method for multiphase flows and its application to partial coalescence cascades*. *Journal of Computational Physics*, 2017. **341**: p. 22-43.
  12. Fakhari, A., et al., *Improved locality of the phase-field lattice-Boltzmann model for immiscible fluids at high density ratios*. *Physical Review E*, 2017. **96**(5).
  13. Wang, L., et al., *Evaluation of Three Lattice Boltzmann Models for Particulate Flows*. *Communications in Computational Physics*, 2015. **13**(4): p. 1151-1172.
  14. Kromkamp, J., et al., *Lattice Boltzmann simulation of 2D and 3D non-Brownian suspensions in Couette flow*. *Chemical Engineering Science*, 2006. **61**(2): p. 858-873.
  15. Peng, C., et al., *Implementation issues and benchmarking of lattice Boltzmann method for moving rigid particle simulations in a viscous flow*. *Computers & Mathematics with Applications*, 2016. **72**(2): p. 349-374.



شکل ۱۱ مقایسه مسیر ذرات جامد با شعاع‌های مختلف در برخورد قطرات بصورت خارج از مرکز در میدان حل

#### ۴- نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر از یک روش عددی مبتنی بر روش شبکه بولتزمن چندفازی بر پایه معادله آلن-کاهن جهت مطالعه دینامیک برخورد قطرات دارای ذرات جامد استفاده شد. دینامیک برخورد قطرات بدون ذره، همراه با یک ذره و همراه با دو ذره جامد در یک رینولدز مشخص و وبرهای مختلف بررسی و مقایسه شد. نتایج بدست‌آمده نشان داد که با افزایش وبر، قطرات بدلیل کاهش کشش سطحی، پخش شوندگی بیشتر و نوسان کندتری دارند. با اضافه شدن یک ذره به قطرات، دینامیک برخورد نامتقارن شده و قطره را به یک سمت سوق می‌دهد. برخورد رو در رو قطرات با دو ذره جامد باعث عوض شدن حرکت نوسانی و میرایی سریعتر نوسان قطرات می‌شود. برخورد خارج از مرکز قطرات با وجود یک ذره مورد بررسی قرار گرفت. نتایج حل حاضر نشان داد که به دلیل وجود مومنتوم زاویه‌ای در برخورد قطرات خارج از مرکز، به حرکت چرخشی و انتقالی بوجود می‌آید که باعث انتقال قطره همراه با چرخش به یک سمت میدان حل می‌شود. همچنین مقایسه‌ای بین برخورد قطرات همراه با دو ذره با شعاع‌های مختلف انجام شد که نشان داد قطره با ذره شعاع ۱۵ به حرکت نوسانی و چرخشی خود حول یک محور ادامه می‌دهد؛ در صورتی که ذرات با شعاع‌های بزرگتر بدلیل مومنتوم بیشتر باعث نوسان کمتر و چرخش کندتری می‌شوند.

#### ۵- منابع

1. Ezzatneshan, E. and A. Khosroabadi, *Droplet spreading dynamics on hydrophobic textured surfaces: A lattice Boltzmann study*. *Computers & Fluids*, 2021. **231**: p. 105063.
2. An, X., et al., *Simulation of binary droplet collision with different angles based on a pseudopotential multiple-relaxation-time lattice Boltzmann model*. *Computers & Mathematics with Applications*, 2021. **92**: p. 76-87.
3. Korolija, N., et al., *Dataflow-Based Parallelization of Control-Flow Algorithms*. 2017. **104**: p. 73-124.
4. Nobari, M.R., Y.J. Jan, and G. Tryggvason, *Head-on collision of drops—A numerical*