

بررسی اثر دوران IMU بر کاهش یا القای خطای ناشی از حسگرهای MEMS در سامانه ناوبری

اینرسی

سعید مظفری^۱، حامد محمدکریمی^{۲*}

۱- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، خیابان حافظ، شماره ۴۲۴ s.mozafari@aut.ac.ir

۲- استادیار، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، H.mohammadkarimi@aut.ac.ir

چکیده

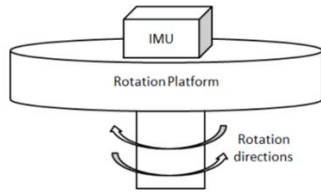
خطای حسگرهای اینرسی (مانند نویزها، بایاس‌ها، فاکتورهای مقیاس و خطاهای نصب) بر دقت سیستم ناوبری اینرسی اثر می‌گذارد و باعث انباشت خطا در طول زمان می‌شود. از جمله راهکارهای کاهش تاثیر خطای حسگرها، استفاده از حسگرهای سنگین‌تر و گرانیقیمت است که برای بسیاری از کاربردها از جمله کاربردهای هوافضایی ایجاد محدودیت می‌کند. راهکار دیگر استفاده از سامان‌های ناوبری خارجی از جمله سامانه‌های ناوبری ماهواره‌ای و یا تصویری است. این راهکار در شرایطی که سامانه‌های ناوبری خارجی از دسترس خارج شوند یا به دلایلی از جمله بیدی آب و هوا دچار اختلال گردند دیگر موثر نخواهند بود. به همین دلیل استفاده از روش‌هایی که خطای سامانه‌ی ناوبری اینرسی را در زمان طولانی و بدون استفاده از منابع خارجی و در حضور حسگرهای ارزان قیمت و سبک MEMS کاهش دهد ضروری است. این مقاله، یک سیستم ناوبری اینرسی دورانی را بررسی می‌کند که هدف از آن کاهش خطای ناوبری ناشی از خطای حسگرهای اینرسی (زمانی که اطلاعات کمکی خارجی در دسترس نمی‌باشد) است. در سیستم ناوبری اینرسی دورانی، بلوک اینرسی روی یک پایه دوار نصب می‌شود. استفاده از الگوهای دوران مناسب می‌تواند خطای حسگرهای اینرسی را به‌طور موثر کاهش دهد. کاهش خطای حسگرها، منجر به کاهش خطای ناوبری می‌شود. کلیه معادلات خطای وضعیت، سرعت و موقعیت توسعه داده شده و با استفاده از شبیه‌سازی صحت این معادلات اعتبارسنجی شده است.

واژه های کلیدی: سیستم ناوبری اینرسی دورانی - الگوهای دوران - انطباق اولیه - معادلات خطای ناوبری - MEMS

۱- مقدمه

انباشت خطا در سامانه ناوبری اینرسی به عنوان یک مجموعه ناوبری مستقل وابسته به خطای حسگرهای اینرسی خواهد بود. اگرچه حسگرهای اینرسی پیشرفته مانند RLG و FOG خطای بسیار کمی دارند [۱]، اما این حسگرها معمولاً بسیار سنگین و گران قیمت هستند و استفاده از این نوع حسگرها به کاربردهای خاصی محدود می‌شود. با توسعه فناوری سیستم میکرو الکترومکانیکی (MEMS)، حسگرهای اینرسی MEMS در دهه ۱۹۹۰ تجاری‌سازی شده و وارد بازار شدند. این نوع حسگرهای اینرسی با توجه به هزینه کم، اندازه کوچک، وزن سبک و مصرف کم انرژی که دارند در کاربردهایی نظیر تشخیص حرکت عابر پیاده و ناوبری رباتیک داخل ساختمان استفاده [۲]. با این حال، خروجی حسگرهای MEMS IMU نیز با خطای قابل توجهی از قبیل نویزهای فرکانس بالا، بایاس، ضریب مقیاس و خطای نصب (عدم هم‌محوری) مواجه است. در نتیجه، محاسبات ناوبری در مدت‌زمان کوتاهی با خطای انباشته‌شده قابل توجهی مواجه می‌شود [۱].

به‌عنوان مثال، خطاهای موقعیت یک سیستم اینرسی با یک IMU MEMS کم‌هزینه در عرض چند دقیقه به کیلومترها افزایش می‌یابد [۳]. اگر در کنار INS از یک سامانه اطلاعات یا گیرنده دیگر استفاده شود، خطای انباشته شده INS می‌تواند به‌صورت قابل توجهی کاهش پیدا کند. به‌عنوان مثال، اطلاعات موقعیت و سرعت به‌دست‌آمده از سامانه ماهواره‌ای ناوبری جهانی (GNSS) می‌تواند برای تخمین خطای INS با استفاده از فیلتر کالمن توسعه‌یافته (EKF) و در نهایت محدود کردن تجمع خطای ناوبری استفاده شود [۴]. اگرچه انباشتگی خطاهای ناوبری می‌تواند با استفاده از سیستم ناوبری کمکی به‌خوبی کاهش یابد، اما وقتی حسگرهای کمکی در دسترس نیستند، خطا به‌سرعت انباشته می‌شود. به‌عنوان مثال در وسایل نقلیه زمینی که داخل تونل حرکت می‌کنند یا وسایل نقلیه زیر آب، GNSS (سیستم ناوبری ماهواره‌ای) در دسترس نخواهد بود. همچنین، حسگرهای بینایی در شرایط آب و هوای نامناسب غیر قابل استفاده هستند. زیرا در این شرایط تصاویر واضحی به‌دست نمی‌آید. با توجه به پژوهش‌های پیشین، با استفاده از سیستم اینرسی مبتنی بر MEMS متداول با به‌روزرسانی مداوم GNSS با نرخ داده، می‌توان به موقعیت یابی با دقت دسی متر رسید. با این وجود، در صورت قطع ارتباط GNSS خطاهای موقعیت به سرعت به ۳۰ تا ۵۰ متر در مدت زمان ۳۰ ثانیه می‌رسد [۱]. بنابراین، روش‌هایی که می‌توانند بدون نیاز به کمک خارجی خطای ناوبری را به‌طور موثری کاهش دهند، مورد نیاز خواهند بود. در اوایل سال ۱۹۶۸، گلر یک سیستم اینرسی گیمبالی را با دوران دائم سکو نسبت به قاب محلی توصیف کرد و نتیجه گرفت که خطای موقعیت سیستم با فرکانس‌های دورانی بزرگ‌تر از دو برابر فرکانس شولر به‌شدت کاهش می‌یابد [۵]. لوینسون و جیوانی در سال ۱۹۸۰ و جوانی و لوینسون در سال ۱۹۸۱ همین روش را برای یک سامانه ناوبری دریایی متصل به بدنه به کار بردند. اگرچه نتایج امیدوارکننده‌ای در تحقیق فوق گزارش شده، اما به ارائه معادلات و تحلیل‌های مربوط به خطا پرداخته نشده است [۶] [۷]. در آغاز قرن بیستم با پیشرفت فناوری FOG، بیشتر تحقیقات بر روی سیستم دورانی مبتنی بر FOG متمرکز شد. اصول تعدیل خطا با دوران پیوسته IMU حول محور عمودی در مقالات یانگ و میائو (۲۰۰۴) ژنگ و همکاران (۲۰۰۹) و بن و همکاران (۲۰۱۰) بررسی شده است [۸] - [۱۰]. با توجه به نتایج یانگ و میائو (۲۰۰۴)، خطای ثابت حسگر در محورهای افقی به سیگنال‌های دوره‌ای تعدیل می‌شوند و می‌توانند به‌خوبی پس از یک دوره دوران کامل کاهش یابند. با این حال، خطا در محور عمودی قابل تعدیل نیست. با توجه به شبیه‌سازی، کاهش خطای ناوبری هم صحت‌سنجی شد. در پژوهش ژانگ و همکاران (۲۰۰۹) و بن و همکاران (۲۰۱۰) معادلات دیفرانسیل برای خطای ناوبری استخراج شده و با استفاده از تبدیل لاپلاس به‌صورت تحلیلی نشان داده شد. سان و همکاران (۲۰۰۹) دریافتند که دوران ژيروسکوپ تعبیه شده در IMU، در محور عمودی به



شکل ۱- مکانیزم عملکرد RINS

۲-۱- مدل‌سازی حسگرهای اینرسی

سرعت زاویه‌ای و نیروی ویژه که به ترتیب خروجی ژایروسکوپها و شتابسنج‌ها هستند دارای منابع خطای متعدد از جمله نویز، بایاس، ضریب مقیاس و عدم هم‌محوری هستند. عمده‌ترین عامل خطا در سامانه‌های ناوبری اینرسی خطای موجود در حسگرها است. معمولاً خطای حسگرهای ژایروسکوپ و شتابسنج به صورت زیر مدل می‌شود:

$$[\delta\omega^{SI}]^S = [d_g]^S + ([S_g]^S + [M_g]^S) [\omega^{SI}]^S \quad (5)$$

$$[\delta f_{sp}^{SI}]^S = [b_a]^S + ([S_a]^S + [M_a]^S) [f_{sp}^{SI}]^S \quad (6)$$

در رابطه (۵) $[\delta\omega^{SI}]^S$ معادل خطای ژایروسکوپها و بیانگر خطای سرعت زاویه‌ای قاب حسگر نسبت به قاب اینرسی و بیان شده در قاب حسگر است. $[d_g]^S$ بیانگر دررفت ژایروها و بیان شده در دستگاه حسگر است. $[S_g]^S$ و $[M_g]^S$ به ترتیب ماتریس ضریب مقیاس و عدم هم‌محوری در نصب حسگرهای ژایروسکوپ هستند. $[\omega^{SI}]^S$ هم بیانگر سرعت زاویه‌ای واقعی (بدون خطا) است. در رابطه (۶) $[\delta f_{sp}^{SI}]^S$ معادل خطای شتابسنج‌ها و بیانگر خطای نیروی ویژه بیان شده در قاب حسگر است. $[b_a]^S$ بیانگر بایاس شتابسنج‌ها و بیان شده در دستگاه حسگر است. $[S_a]^S$ و $[M_a]^S$ به ترتیب ماتریس ضریب مقیاس و ناترازی در نصب حسگرهای شتابسنج هستند. $[f_{sp}^{SI}]^S$ هم بیانگر نیروی ویژه واقعی (بدون خطا) است. ماتریس‌های بایاس، ضریب مقیاس و عدم هم‌محوری طبق روابط (۷) و (۸) به ترتیب برای ژایروسکوپها و شتابسنج‌ها تعریف می‌شوند:

$$[b_a]^S = \begin{bmatrix} b_{ax} \\ b_{ay} \\ b_{az} \end{bmatrix}, [S_a]^S = \begin{bmatrix} k_{ax} & 0 & 0 \\ 0 & k_{ay} & 0 \\ 0 & 0 & k_{az} \end{bmatrix}, [M_a]^S = \begin{bmatrix} 0 & k_{axy} & k_{axz} \\ k_{ayx} & 0 & k_{ayz} \\ k_{azx} & k_{azy} & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$[d_g]^S = \begin{bmatrix} d_{gx} \\ d_{gy} \\ d_{gz} \end{bmatrix}, [S_g]^S = \begin{bmatrix} k_{gx} & 0 & 0 \\ 0 & k_{gy} & 0 \\ 0 & 0 & k_{gz} \end{bmatrix}, [M_g]^S = \begin{bmatrix} 0 & k_{gxy} & k_{gax} \\ k_{gyx} & 0 & k_{gyz} \\ k_{gax} & k_{gzy} & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

۲-۲- مدل خطای سامانه ناوبری اینرسی دوار

از آنجا که دوران IMU هیچگونه جابه‌جایی خطی در سامانه ایجاد نمی‌کند از مدل خطای CINS در قاب ناوبری به عنوان مدل خطا برای RINS استفاده می‌شود. این مدل خطا شامل تعدادی معادله دیفرانسیل است که خطای موقعیت، سرعت و وضعیت را توصیف می‌کند. معادلات خطای RINS طبق روابط زیر است:

$$[\dot{\epsilon}r^{BI}]^N = [F_r] [\epsilon r^{BI}]^N + [F_{rv}] [\epsilon v^{BI}]^N \quad (9)$$

$$[\dot{\epsilon}v^{BI}]^N = [F_v] [\epsilon r^{BI}]^N + [F_{vv}] [\epsilon v^{BI}]^N + [F_{v\phi}] [\epsilon\Phi^{BI}]^N + [\delta f_{sp}^{BI}]^N \quad (10)$$

$$[\dot{\epsilon}\Phi^{BI}]^N = [F_{\phi r}] [\epsilon r^{BI}]^N + [F_{\phi v}] [\epsilon v^{BI}]^N + [F_{\phi\phi}] [\epsilon\Phi^{BI}]^N + [\delta\omega^{BI}]^N \quad (11)$$

در روابط (۹) تا (۱۱)، $[\epsilon r^{BI}]^N$ ، $[\epsilon v^{BI}]^N$ و $[\epsilon\Phi^{BI}]^N$ به ترتیب بیانگر خطای موقعیت، سرعت و وضعیت در سیستم ناوبری اینرسی است. همچنین $[\delta\omega^{BI}]^N$ و $[\delta f_{sp}^{BI}]^N$ نشان دهنده اثر خطای حسگرهای اینرسی است که در بخش قبل مدل‌سازی شده و بر خطای سرعت و وضعیت موثر هستند.

دلیل ضریب مقیاس در هر دو محور افقی که ناشی از خطای نصب است، باعث ایجاد بایاس می‌شود. این بایاس به شدت عملکرد ناوبری را کاهش می‌دهد [۱۱]. در سال ۲۰۱۵ شوانگ دوو معادلات خطای وضعیت و سرعت در سامانه ناوبری اینرسی دورانی را برای کاربردهای نقشه برداری توسعه داد [۱۲]. در این پژوهش علاوه بر بررسی رفتار خطا در خروجی وضعیت و سرعت سامانه ناوبری اینرسی دوار، خطای موقعیت هم توسعه داده شده اند. صحت معادلات توسعه داده شده با شبیه‌سازی اعتبار سنجی شده است.

۲- مدل‌سازی

الگوریتم RINS (سامانه ناوبری اینرسی دوار) به صورت عمومی مشابه با الگوریتم CINS (سامانه ناوبری اینرسی متداول) است. تنها تفاوت موجود در مقدار قرائت شده از حسگرها و عملیات تبدیل مختصات ناشی از این دوران است. روابط (۱) و (۲) به ترتیب مقدار قرائت شده از حسگرهای ژایروسکوپ و شتابسنج را در سامانه ناوبری اینرسی دوار نشان می‌دهد:

$$\omega^{BI} = \omega^{BS} + \omega^{SI} \quad (1)$$

$$f^{BI} = f^{BS} + f^{SI} \quad (2)$$

در رابطه (۱) نماد ω^{BI} بیانگر سرعت زاویه‌ای قاب بدنی (حامل) نسبت به قاب اینرسی، نماد ω^{BS} بیانگر سرعت زاویه‌ای قاب بدنی نسبت به قاب حسگر یا IMU و نماد ω^{SI} بیانگر سرعت زاویه‌ای قاب IMU نسبت به قاب اینرسی است. بدیهی است که در سامانه ناوبری اینرسی متداول ترم ω^{BS} برابر صفر است اما دوران IMU با نرخ ثابت حول هر یک از محورهای آن، سبب می‌شود که این ترم دارای مقدار باشد و منشا تفاوت سامانه‌های متداول و دوار وجود همین ترم است.

در رابطه (۲) نماد f^{BI} بیانگر شتاب خطی قاب بدنی (حامل) نسبت به قاب اینرسی، نماد f^{BS} بیانگر شتاب خطی قاب بدنی نسبت به قاب حسگر یا IMU و نماد f^{SI} بیانگر شتاب خطی قاب IMU نسبت به قاب اینرسی است. بدیهی است که در سامانه ناوبری اینرسی متداول ترم f^{BS} برابر صفر است. به دلیل آن که دوران IMU با نرخ ثابت حول هر یک از محورهای آن، هیچگونه شتاب خطی به قاب حسگر وارد نمی‌کند این ترم در سامانه ناوبری اینرسی دوار هم صفر خواهد بود. به این ترتیب در قدم اول به محض قرائت داده‌های حسگرهای ژایروسکوپ و شتابسنج در قاب حسگر، یک تبدیل مختصات طبق رابطه زیر انجام می‌شود:

$$[\omega^{BI}]^B = [T]^{BS} \left([\omega^{BS}]^S + [\omega^{SI}]^S \right) \quad (3)$$

$$[f^{BI}]^B = [T]^{BS} \left([f^{BS}]^S + [f^{SI}]^S \right) \quad (4)$$

در روابط بالا $[T]^{BS}$ بیانگر ماتریس تبدیل مختصات دستگاه حسگر به دستگاه بدنی (حامل) است. بدیهی است که برای انجام فرایند تبدیل مختصات بالا زاویه دوران بین قاب بدنی و حسگر مورد نیاز است. معمولاً این داده از طریق یک حسگر انکودر که بر روی میز دوران نصب شده‌است در اختیار پردازنده قرار می‌گیرد. با تبدیل مختصات نیروی ویژه و سرعت زاویه‌ای به دستگاه بدنی معادلات CINS و RINS دیگر تفاوتی نخواهند داشت. در شکل زیر به صورت نمادین مکانیزم عملکرد RINS نمایش داده شده است.

در بررسی خطای وضعیت ناشی از بایاس حسگرهای ژایروسکوپ ابتدا لازم است که طبق رابطه زیر مقدار خطای ناشی از دریافت در ژایروسکوپ در قاب ناوبری محاسبه شود.

$$[\delta\omega_{\text{Drift}}^{\text{SI}}]^N = [\mathbf{d}_g]^N = [\mathbf{T}]^{\text{NS}} [\mathbf{d}_g]^N = [\mathbf{T}]^{\text{NB}} [\mathbf{T}]^{\text{BS}} [d_x \ d_y \ d_z]^T \quad (17)$$

خطای وضعیت ناشی از بایاس حسگرهای ژایروسکوپ در CINS با توجه به تطابق قاب بدنی و ناوبری و همچنین عدم دوران IMU در CINS، با انتگرال گیری از رابطه (17) در طول یک سیکل دوران (یعنی دوران ۳۶۰ درجه IMU که \mathbf{T} ثابته طول میکشد) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\int_0^T [\delta\omega_{\text{Drift-CINS}}^{\text{SI}}]^N dt = \int_0^T [\mathbf{d}_g]^N dt = [\mathbf{T} d_x \ \mathbf{T} d_y \ \mathbf{T} d_z]^T \quad (18)$$

خطای ژایروسکوپ ناشی از بایاس در RINS با جایگذاری رابطه (17) در رابطه (17) به صورت زیر خواهد بود.

$$[\delta\omega_{\text{Drift}}^{\text{SI}}]^N = [\mathbf{d}_g]^N = \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \cos\Omega t - d_z \sin\Omega t \\ d_y \sin\Omega t + d_z \cos\Omega t \end{bmatrix} \quad (19)$$

که با انتگرالگیری از رابطه (19) در طول یک سیکل دوران خطای وضعیت ناشی از بایاس حسگرهای ژایروسکوپ به صورت زیر خواهد بود:

$$\int_0^T [\delta\omega_{\text{Drift-RINS}}^{\text{SI}}]^N dt = \int_0^T [\mathbf{d}_g]^N dt = [\mathbf{T} d_x \ 0 \ 0]^T \quad (20)$$

با مقایسه روابط (18) و (20) مشخص است که با دوران IMU حول محور x خودش، خطاهای ناشی از بایاس حسگرهای محوره‌های y و z حذف شده اند.

خطای سرعت

برای محاسبه خطای تجمیعی سرعت ناشی از بایاس ثابت شتابسنج‌ها لازم است تا بایاس حسگرهای شتابسنج در دستگاه ناوبری تعریف شود.

$$[\delta\mathbf{f}_{\text{Bias}}^{\text{SI}}]^N = [\mathbf{b}_a]^N = [\mathbf{T}]^{\text{NS}} [\mathbf{b}_a]^S = [\mathbf{T}]^{\text{NB}} [\mathbf{T}]^{\text{BS}} [b_x \ b_y \ b_z]^T \quad (21)$$

خطای شتابسنج‌ها ناشی از بایاس حسگرها در CINS با توجه به تطابق قاب بدنی و ناوبری و همچنین عدم دوران IMU در CINS، با انتگرال گیری از رابطه (21) در طول یک سیکل دوران به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\int_0^T [\delta\mathbf{f}_{\text{Bias-CINS}}^{\text{SI}}]^N dt = \int_0^T [\mathbf{b}_a]^N dt = [\mathbf{T} b_x \ \mathbf{T} b_y \ \mathbf{T} b_z]^T \quad (22)$$

خطای سرعت ناشی از بایاس حسگرهای شتابسنج در RINS با جایگذاری رابطه (22) در رابطه (21) به صورت زیر خواهد بود.

$$[\delta\mathbf{f}_{\text{Bias-RINS}}^{\text{SI}}]^N = \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \cos\Omega t - b_z \sin\Omega t \\ b_y \sin\Omega t + b_z \cos\Omega t \end{bmatrix} \quad (23)$$

که با انتگرالگیری از رابطه (23) در طول یک سیکل دوران خطای سرعت ناشی از بایاس حسگرهای شتابسنج به صورت زیر خواهد بود:

$$\int_0^T [\delta\mathbf{f}_{\text{Bias-RINS}}^{\text{SI}}]^N dt = \int_0^T [\mathbf{b}_a]^N dt = [\mathbf{T} b_x \ 0 \ 0]^T \quad (24)$$

با مقایسه روابط (22) و (24) مشخص است که با دوران IMU حول محور x حسگر، خطاهای ناشی از بایاس حسگرهای محوره‌های y و z حذف شده اند.

خطای موقعیت

خطای تجمیعی موقعیت ناشی از بایاس ثابت شتابسنج‌ها با انتگرالگیری مجدد از رابطه (21) در دوره زمانی \mathbf{T} برای CINS به صورت زیر خواهد بود:

خطای موقعیت به صورت غیر مستقیم به خطای حسگرهای اینرسی وابسته است. از آنجا که دوران IMU منجر به تاثیر بر روی ترم خطای ناشی از حسگرهای اینرسی خواهد شد، در بخش بعد این ترم‌ها به تفصیل مورد بررسی قرار خواهند گرفت.

۳- بررسی تجمیع خطا در سیستم ناوبری اینرسی متداول و دورانی

در این بخش تجمیع خطا ناشی از ترم خطای حسگرهای اینرسی در معادلات خطا، ابتدا برای CINS و بلافاصله برای RINS با دوران IMU حول محور x حسگر با نرخ Ω بررسی شده است. برای مدل‌سازی دوران حسگر نسبت به قاب بدنه از ماتریس دوران بیان شده در رابطه (12) استفاده شده است:

$$[\mathbf{T}]^{\text{BS}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Omega t & -\sin\Omega t \\ 0 & \sin\Omega t & \cos\Omega t \end{bmatrix} \quad (12)$$

در این بررسی‌ها خطاهای بایاس ثابت، ضریب مقیاس و خطای نصب (عدم هم‌محوری) برای حسگرهای ژایروسکوپ و شتابسنج در نظر گرفته شده است. تمامی تحلیل‌ها با فرض حالت سکون و با فرض تراز بودن قاب بدنی و قاب ناوبری انجام شده‌اند. به این ترتیب ماتریس دوران از قاب بدنی به قاب ناوبری یعنی $[\mathbf{T}]^{\text{NB}}$ برابر ماتریس همانی خواهد بود. لازم به ذکر است که در روابط مربوط به CINS به دلیل عدم دوران IMU (یعنی قاب حسگر) نسبت به بدنه، مقدار ماتریس $[\mathbf{T}]^{\text{BS}}$ برابر ماتریس همانی خواهد بود. با توجه به مدل خطای حسگرهای اینرسی در روابط (5) و (6)، میتوان منابع خطای حسگرها را به سه دسته بایاس (یا دریافت)، ضریب مقیاس و عدم هم‌محوری تقسیم کرد. برای حسگرهای ژایروسکوپ و شتابسنج به ترتیب خواهیم داشت:

$$[\delta\omega^{\text{SI}}]^S = [\delta\omega_{\text{Drift}}^{\text{SI}}]^S + [\delta\omega_{\text{Scale Factor}}^{\text{SI}}]^S + [\delta\omega_{\text{Misalignment}}^{\text{SI}}]^S \quad (13)$$

$$[\delta\mathbf{f}_{\text{sp}}^{\text{SI}}]^S = [\delta\mathbf{f}_{\text{Bias}}^{\text{SI}}]^S + [\delta\mathbf{f}_{\text{Scale Factor}}^{\text{SI}}]^S + [\delta\mathbf{f}_{\text{Misalignment}}^{\text{SI}}]^S \quad (14)$$

که در رابطه (13) داریم:

$$[\delta\omega_{\text{Drift}}^{\text{SI}}]^S = [\mathbf{d}_g]^S, [\delta\omega_{\text{Scale Factor}}^{\text{SI}}]^S = [\mathbf{S}_g]^S [\omega^{\text{SI}}]^S \quad (15)$$

$$[\delta\omega_{\text{Misalignment}}^{\text{SI}}]^S = [\mathbf{M}_g]^S [\omega^{\text{SI}}]^S$$

و در رابطه (14) داریم:

$$[\delta\mathbf{f}_{\text{Bias}}^{\text{SI}}]^S = [\mathbf{b}_a]^S, [\delta\mathbf{f}_{\text{Scale Factor}}^{\text{SI}}]^S = [\mathbf{S}_a]^S [\mathbf{f}_{\text{sp}}^{\text{SI}}]^S \quad (16)$$

$$[\delta\mathbf{f}_{\text{Misalignment}}^{\text{SI}}]^S = [\mathbf{M}_a]^S [\mathbf{f}_{\text{sp}}^{\text{SI}}]^S$$

در ادامه، تجمیع خطا ناشی از هر یک از منابع خطای حسگرها، در معادلات دیفرانسیل خطای RINS مورد بررسی قرار میگیرد. اگرچه بایاس، ضریب مقیاس و عدم هم‌محوری حسگرهای اینرسی در طول زمان متفاوت هستند اما برای ساده‌سازی تحلیل، مقدار آن‌ها در یک دوره زمانی کوتاه (در طول یک دوران کامل IMU) و شرایط دمایی پایدار به صورت ثابت در نظر گرفته می‌شوند.

۳-۱- اثر بایاس حسگرها بر تجمیع خطا

در این بخش تجمیع خطای وضعیت، سرعت و موقعیت ناشی از بایاس حسگرهای اینرسی بررسی شده است.

خطای وضعیت

خطای سرعت

برای محاسبه خطای تجمیعی سرعت ناشی از ضریب مقیاس شتابسنجها لازم است تا خطای ضریب مقیاس حسگرهای شتابسنج در دستگاه ناوبری تعریف شود. به این ترتیب:

$$[\delta \mathbf{f}_{Scale\ Factor}^{SI}]^N = [\mathbf{T}]^{NS} [\mathbf{S}_a]^S [\mathbf{f}_{sp}^{SI}]^S = [\mathbf{T}]^{NB} [\mathbf{T}]^{BS} [\mathbf{S}_a]^S [\mathbf{f}_{sp}^{SI}]^S \quad (34)$$

که $[\mathbf{f}_{sp}^{SI}]^S$ بیانگر نیروی ویژه حس شده توسط حسگرهای شتابسنج و بیان شده در دستگاه حسگر است و طبق رابطه زیر قابل محاسبه است.

$$\mathbf{f}^{SI} = \mathbf{f}^{SB} + \mathbf{f}^{BI} \quad (35)$$

با فرض شرایط سکون وضعیت و موقعیت حامل، خواهیم داشت:

$$\mathbf{f}^{SB} = 0 \quad (36)$$

به این ترتیب نیروی ویژه حس شده توسط حسگر نسبت به قاب اینرسی بیان شده در دستگاه ناوبری به صورت زیر خواهد بود:

$$[\mathbf{f}_{sp}^{SI}]^N = [\mathbf{f}_{sp}^{BI}]^N = [0 \ 0 \ -g]^T \quad (37)$$

با فرض تطابق قاب بدنی و ناوبری در CINS، خطای ناشی از ضریب مقیاس حسگر شتابسنج طبق رابطه (35) به صورت زیر خواهد بود:

$$[\delta \mathbf{f}_{Scale\ Factor\ CINS}^{SI}]^N = [0 \ 0 \ -k_{az}g]^T \quad (38)$$

خطای سرعت ناشی از ضریب مقیاس حسگرها در CINS با توجه به تطابق قاب بدنی و ناوبری و همچنین عدم دوران IMU در CINS، با انتگرال گیری از رابطه (38) در طول یک سیکل دوران به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\int_0^T [\delta \mathbf{f}_{Scale\ Factor\ CINS}^{SI}]^N dt = [0 \ 0 \ T(-k_{az}g)]^T \quad (39)$$

خطای ناشی از ضریب مقیاس حسگر شتابسنج در RINS با جایگذاری رابطه (13) در رابطه (38) به صورت زیر خواهد بود.

$$[\delta \mathbf{f}_{Scale\ Factor\ RINS}^{SI}]^N = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2}(k_{ay} - k_{az})g \sin(2\Omega t) \\ -g(k_{az} + \sin^2(\Omega t)(k_{ay} - k_{az})) \end{bmatrix} \quad (40)$$

که با انتگرال گیری از رابطه (40) در طول یک سیکل کامل دوران خطای سرعت ناشی از ضریب مقیاس حسگرهای شتابسنج در RINS به صورت زیر خواهد بود:

$$\int_0^T [\delta \mathbf{f}_{Scale\ Factor\ RINS}^{SI}]^N dt = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -Tg(k_{az} + \frac{1}{2}(k_{ay} - k_{az})) \end{bmatrix}^T \quad (41)$$

با توجه به رابطه بالا، در RINS تجمیع خطای سرعت ناشی از ضریب مقیاس شتابسنجها همانند CINS است و خطای کانال عمودی برابر همان میزان خطای موجود در CINS است.

خطای موقعیت

خطای تجمیعی موقعیت ناشی از ضریب مقیاس شتابسنجها با انتگرال گیری مجدد از رابطه (39) در دوره زمانی \mathbf{T} برای سیستم ناوبری اینرسی متداول به صورت زیر خواهد بود:

$$\int_0^T \int_0^T [\delta \mathbf{f}_{Scale\ Factor\ CINS}^{SI}]^N dt = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{T^2}{2}(-k_{az}g) \end{bmatrix}^T \quad (42)$$

به همین ترتیب خطای تجمیعی موقعیت ناشی از ضریب مقیاس شتابسنجها در RINS با دو بار انتگرال گیری از رابطه (40) حاصل می شود:

$$\int_0^T \int_0^T [\delta \mathbf{f}_{Scale\ Factor}^{SI}]^N dt = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{T^2}{2}g(k_{az} + \frac{1}{2}(k_{ay} - k_{az})) \end{bmatrix}^T \quad (43)$$

$$\int_0^T \int_0^T [\delta \mathbf{f}_{Bias\ CINS}^{SI}]^N dt = \int_0^T \int_0^T [\mathbf{b}_a]^N dt = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2}b_x & \frac{T^2}{2}b_y & \frac{T^2}{2}b_z \end{bmatrix}^T \quad (25)$$

به همین ترتیب خطای تجمیعی موقعیت ناشی از بایاس ثابت شتابسنجها با دو بار انتگرال گیری از رابطه (23) حاصل می شود:

$$\int_0^T \int_0^T [\delta \mathbf{f}_{Bias\ RINS}^{SI}]^N dt = \int_0^T \int_0^T [\mathbf{b}_a]^N dt = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2}b_x & \frac{b_z}{\Omega}T & \frac{b_y}{\Omega}T \end{bmatrix}^T \quad (26)$$

در رابطه بالا مشخص است که رشد خطای موقعیت در RINS در کانال شمال همانند CINS است اما رشد خطا در کانالهای شرق و پایین بر خلاف CINS که با درجه ۲ رشد میکند، در RINS با درجه ۱ رشد میکند.

۲-۳ اثر ضریب مقیاس حسگرها بر تجمیع خطا

در این بخش تجمیع خطای وضعیت، سرعت و موقعیت ناشی از ضریب مقیاس حسگرهای اینرسی بررسی شده است.

خطای وضعیت

برای محاسبه خطای تجمیعی وضعیت ناشی از ضریب مقیاس ژایروها لازم است تا خطای ضریب مقیاس حسگرهای ژایروسکوپ در دستگاه ناوبری تعریف شود. به این ترتیب:

$$[\delta \boldsymbol{\omega}_{Scale\ Factor}^{SI}]^N = [\mathbf{T}]^{NS} [\mathbf{S}_\omega]^S [\boldsymbol{\omega}^{SI}]^S = [\mathbf{T}]^{NB} [\mathbf{T}]^{BS} [\mathbf{S}_\omega]^S [\boldsymbol{\omega}^{SI}]^S \quad (27)$$

در رابطه (27) $[\boldsymbol{\omega}^{SI}]^S$ بیانگر سرعت دورانی قاب حسگر نسبت به قاب اینرسی بیان شده در دستگاه حسگر است که به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$[\boldsymbol{\omega}^{SI}]^S = [\boldsymbol{\omega}^{SB}]^S + [\mathbf{T}]^{SE} [\boldsymbol{\omega}^{EI}]^E \quad (28)$$

که $[\boldsymbol{\omega}^{EI}]^E$ نمایانگر سرعت دورانی قاب زمین نسبت به قاب اینرسی بیان شده در دستگاه زمین است:

$$[\boldsymbol{\omega}^{EI}]^E = [0 \ 0 \ \omega^{EI}]^T \quad (29)$$

همچنین $[\mathbf{T}]^{SE}$ بیانگر ماتریس تبدیل از قاب زمین به قاب حسگر است که طبق رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$[\mathbf{T}]^{SE} = [\mathbf{T}]^{SB} [\mathbf{T}]^{BN} [\mathbf{T}]^{NE} \quad (30)$$

که $[\mathbf{T}]^{NE}$ بیانگر ماتریس تبدیل از قاب زمین به قاب ناوبری است که طبق رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$[\mathbf{T}]^{NE} = \begin{bmatrix} -\sin\lambda \cos\lambda & -\sin\lambda \sin\lambda & \cos\lambda \\ -\sin\lambda & \cos\lambda & 0 \\ -\cos\lambda \cos\lambda & -\cos\lambda \sin\lambda & -\sin\lambda \end{bmatrix} \quad (31)$$

در رابطه (31) λ برابر عرض جغرافیایی و \mathbf{I} بیانگر طول جغرافیایی است. با توجه به تطابق قاب بدنی و ناوبری و همچنین عدم دوران IMU در CINS، با انتگرال گیری از رابطه (27) در طول یک سیکل دوران، خطای وضعیت به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\int_0^T [\delta \boldsymbol{\omega}_{Scale\ Factor\ CINS}^{SI}]^N dt = [\mathbf{T}(k_{gx} \omega^{EI} \cos\lambda) \ 0 \ T(-k_{gz} \omega^{EI} \cos\lambda)]^T \quad (32)$$

خطای ضریب مقیاس حسگرهای ژایروسکوپ در RINS با جایگذاری رابطه (13) در رابطه (27) به صورت زیر خواهد بود:

$$\int_0^T [\delta \boldsymbol{\omega}_{Scale\ Factor\ RINS}^{SI}]^N dt = \begin{bmatrix} T(k_{gx}(\Omega + \omega^{EI} \cos\lambda)) & 0 & T(\omega^{EI}(\frac{k_{gy} + k_{gz}}{2}) \sin\lambda) \end{bmatrix}^T \quad (33)$$

در رابطه (33) با ظاهر شدن نرخ دوران IMU در کانال شمال، نتیجه می شود که دوران IMU باعث القای خطا در این کانال شده است. یعنی نه تنها باعث کاهش خطای وضعیت نسبت به CINS نشده، بلکه موجب افزایش خطا خواهد شد.

با انتگرال گیری از رابطه (۴۹) در طول یک سیکل کامل دوران خطای سرعت ناشی از عدم هم محوری حسگرهای شتابسنج به صورت زیر خواهد بود:

$$\int_0^T [\delta \mathbf{f}_{\text{Misalignment-RINS}}^{\text{SI}}]^N dt = \begin{bmatrix} 0 & -Tg \left(\frac{k_{\text{ayz}} - k_{\text{azy}}}{2} \right) & 0 \end{bmatrix}^T \quad (50)$$

با مقایسه دو رابطه (۴۸) و (۵۰) مشخص است که در RINS خطای سرعت ناشی از عدم هم محوری شتابسنجها در محور شمال نسبت به CINS حذف شده است و خطای کانال شرق برابر همان میزان خطای موجود در CINS است. در کانال پایین هم رفتار کلی رشد خطا در CINS و RINS مشابه هم و به صورت خطی است اما شیب این خط با توجه به مقدار تفاوت میزان عدم هم محوری حسگرهای شتابسنج تعیین میشود. دقت شود که مطابق رابطه (۵۰) اگر ضرایب عدم هم محوری متقارن در نظر گرفته شوند در کانال شرق هم خطایی وجود نخواهد داشت.

خطای موقعیت

خطای تجمیعی موقعیت ناشی از عدم هم محوری شتابسنجها با انتگرال گیری مجدد از رابطه (۴۸) در دوره زمانی T برای CINS به صورت زیر خواهد بود:

$$\int_0^T [\delta \mathbf{f}_{\text{Misalignment}}^{\text{SI}}]^N dt = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} (-k_{\text{axz}}g) & \frac{T^2}{2} (-k_{\text{ayz}}g) & 0 \end{bmatrix}^T \quad (51)$$

به همین ترتیب خطای تجمیعی موقعیت ناشی از ضریب مقیاس شتابسنجها با دو بار انتگرال گیری از رابطه (۵۰) حاصل می شود:

$$\iint [\delta \mathbf{f}_{\text{Misalignment}}^{\text{SI}}]^N dt = \begin{bmatrix} -g \left(\frac{k_{\text{axy}} - k_{\text{axz}}}{\Omega} \right) t \\ -g \left(\frac{k_{\text{azy}} - k_{\text{ayz}}}{2} \right) t \\ -g \left(\frac{k_{\text{ayz}} - k_{\text{azy}}}{4\Omega} \right) t \end{bmatrix} \quad (52)$$

با مقایسه دو رابطه (۵۱) و (۵۲) مشخص است که رشد خطای موقعیت ناشی از عدم هم محوری حسگرهای شتابسنج در RINS در کانالهای شمال و شرق نسبت به CINS کاهش محسوس دارد. به عبارت دیگر خطای موقعیت در کانالهای شمال و شرق در CINS با درجه ۲ و در RINS با درجه ۱ رشد می کنند. طبق رابطه بالا در کانال پایین، در RINS خطا القا شده است.

۴- شبیه سازی

در این بخش برای مشاهده تاثیر مستقیم بایاس حسگرها بر خروجی RINS، برای خطای تجمیعی وضعیت که رابطه مستقیم با خطای ژایروها دارد، تنها بایاس ژایروها به IMU اعمال شده است. در قسمت خطای تجمیعی سرعت و موقعیت هم تنها بایاس شتابسنجها به IMU وارد شده است.

۴-۱- تجمیع خطا ناشی از بایاس حسگرها

مقدار اعمال شده بایاس به حسگرهای اینرسی طبق جدول ۱ است:

جدول ۱- بایاس اعمال شده برای IMU در شبیه سازی

پارامتر	محور X	محور Y	محور Z
بایاس ژایرو (درجه بر ساعت)	۳۰	۳۰	۳۰
بایاس شتابسنج (متر بر مجذور ثانیه)	۰,۲	۰,۲	۰,۲

در شکل ۲ مقدار خطای وضعیت ناشی از بایاس ژایروها در RINS در مقایسه با CINS نمایش داده شده است.

با مقایسه روابط (۴۲) و (۴۳) مشخص است که تجمیع خطا ناشی از ضریب مقیاس حسگرهای شتابسنج در CINS و RINS مشابه است.

۳-۳- اثر عدم هم محوری حسگرها بر تجمیع خطا

در این بخش تجمیع خطای وضعیت، سرعت و موقعیت ناشی از خطای نصب حسگرهای اینرسی (عدم هم محوری) بررسی شده است.

خطای وضعیت

برای محاسبه خطای تجمیعی وضعیت ناشی از عدم هم محوری ژایروها لازم است تا خطای عدم هم محوری حسگرهای ژایروسکوپ در دستگاه ناوبری تعریف شود. به این ترتیب:

$$[\delta \omega^{\text{SI}}_{\text{Misalignment}}]^N = [T]^{NS} [M_g]^S [\omega^{\text{SI}}]^S = [T]^{NB} [T]^{BS} [M_g]^S [\omega^{\text{SI}}]^S \quad (44)$$

با توجه به تطابق قاب بدنی و ناوبری و همچنین عدم دوران IMU در CINS، با انتگرال گیری از رابطه (۴۴) در طول یک سیکل دوران، خطای وضعیت برای CINS به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\int_0^T [\delta \omega^{\text{SI}}_{\text{Misalignment-CINS}}]^N dt = \begin{bmatrix} T(-k_{\text{gx}}\omega^{\text{EI}}\sin\lambda) \\ T(\omega^{\text{EI}}(k_{\text{gyx}}\cos\lambda - k_{\text{gyz}}\sin\lambda)) \\ T(k_{\text{gxx}}\omega^{\text{EI}}\cos\lambda) \end{bmatrix} \quad (45)$$

خطای وضعیت ناشی از عدم هم محوری حسگرهای ژایروسکوپ در RINS با جایگذاری رابطه (۱۳) و رابطه (۴۴) و انتگرال گیری از آن در طول یک سیکل دوران به صورت زیر خواهد بود.

$$\int_0^T [\delta \omega^{\text{SI}}_{\text{Misalignment-RINS}}]^N dt = \begin{bmatrix} 0 \\ T\omega^{\text{EI}} \left(\frac{1}{2} k_{\text{gyx}} - \frac{1}{2} k_{\text{gyz}} \sin\lambda \right) \\ T\omega^{\text{EI}} \left(\frac{1}{2} k_{\text{gxx}} \right) \end{bmatrix} \quad (46)$$

با مقایسه روابط (۴۵) و (۴۶) مشخص است که خطای ناشی از عدم هم محوری حسگرهای ژایروسکوپ در کانال شمال حذف شده است.

خطای سرعت

برای محاسبه خطای تجمیعی سرعت ناشی از عدم هم محوری شتابسنجها با فرض شرایط سکون وضعیت و موقعیت حامل، لازم است تا خطای عدم هم محوری حسگرهای شتابسنج در دستگاه ناوبری تعریف شود. به این ترتیب:

$$[\delta \mathbf{f}_{\text{Misalignment}}^{\text{SI}}]^N = [T]^{NB} [T]^{BS} [M_a]^S [\omega^{\text{SI}}]^S = \begin{bmatrix} -k_{\text{axz}}g \\ -k_{\text{ayz}}g \\ 0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

خطای سرعت ناشی از عدم هم محوری حسگرها در CINS با توجه به تطابق قاب بدنی و ناوبری و همچنین عدم دوران IMU در CINS، با انتگرال گیری از رابطه (۴۷) در طول یک سیکل دوران به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\int_0^T [\delta \mathbf{f}_{\text{Misalignment}}^{\text{SI}}]^N dt = \begin{bmatrix} T(-k_{\text{axz}}g) & T(-k_{\text{ayz}}g) & 0 \end{bmatrix}^T \quad (48)$$

خطای حسگر شتابسنج ناشی از عدم هم محوری در RINS با جایگذاری رابطه (۱۳) در رابطه (۴۷) به صورت زیر خواهد بود.

$$[\delta \mathbf{f}_{\text{Misalignment-RINS}}^{\text{SI}}]^N = \begin{bmatrix} -g(k_{\text{axz}}\cos(\Omega t) + k_{\text{axy}}\sin(\Omega t)) \\ g \left(\frac{(k_{\text{ayz}} + k_{\text{azy}}) - \cos(2\Omega t)(k_{\text{ayz}} - k_{\text{azy}})}{2} - k_{\text{ayz}} \right) \\ \frac{-g\sin(2\Omega t)(k_{\text{ayz}} - k_{\text{azy}})}{2} \end{bmatrix} \quad (49)$$

با توجه به شکل ۴ مشخص است که خطای موقعیت در کانال‌های شمال، شرق و پایین در CINS مطابق با رابطه (۲۵) در طول زمان به صورت درجه ۲ رشد کرده است در حالی که در RINS مطابق با رابطه (۲۶) خطای موقعیت در کانال‌های شرق و پایین به صورت خطی و به صورت قابل ملاحظه‌ای کمتر از CINS رشد کرده است.

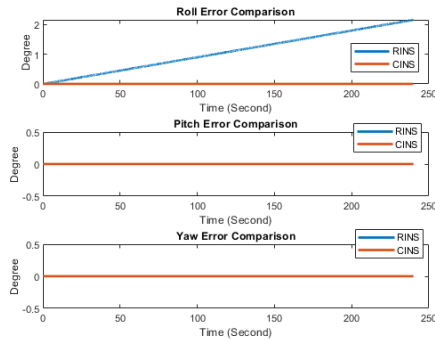
۴-۲- تجمیع خطا ناشی از ضریب مقیاس حسگرها

مقدار اعمال شده ضریب مقیاس به حسگرهای اینرسی طبق جدول زیر است:

جدول ۲- ضریب مقیاس اعمال شده برای IMU در شبیه‌سازی

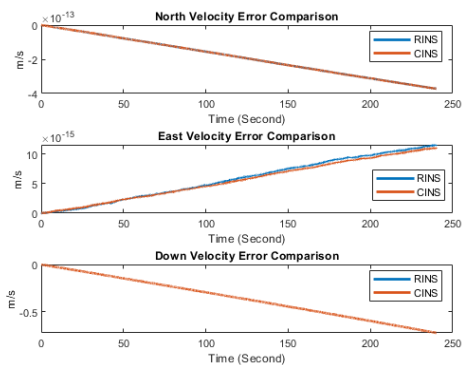
پارامتر	محور X	محور Y	محور Z
ضریب مقیاس ژایرو (PPM)	۳۰	۳۰	۳۰
ضریب مقیاس شتابسنج (PPM)	۳۰	۳۰	۳۰

در شکل زیر مقدار خطای وضعیت ناشی از ضریب مقیاس ژایروها در RINS در مقایسه با CINS نمایش داده شده است.

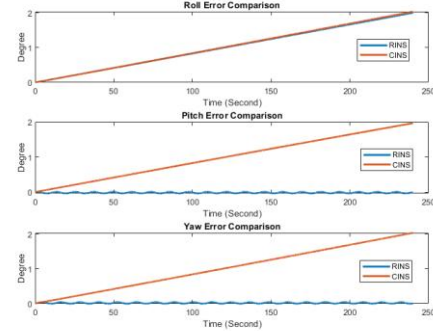


۵-۵- مقایسه خطای تجمیعی وضعیت CINS و RINS ناشی از ضریب مقیاس شتابسنجها

با توجه به شکل ۵ مشخص است که خطای وضعیت در کانال‌های رول، پیچ و یاو در CINS مطابق با رابطه (۳۲) در طول زمان برابر صفر است (در شبیه سازی برای ساده سازی، سرعت دوران زمین صفر در نظر گرفته شده است) در حالی که در RINS مطابق با رابطه (۳۳) خطا در کانال رول در طول زمان افزایش یافته است و یا به عبارت دیگر خطا در کانال رول القا شده است. در شکل ۶ مقدار خطای سرعت ناشی از ضریب مقیاس ژایروها در RINS در مقایسه با CINS نمایش داده شده است.

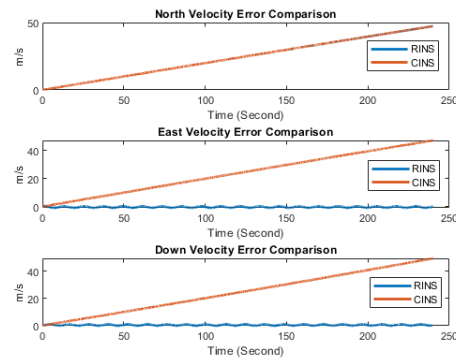


۶-۶- مقایسه خطای تجمیعی سرعت CINS و RINS ناشی از ضریب مقیاس شتابسنجها



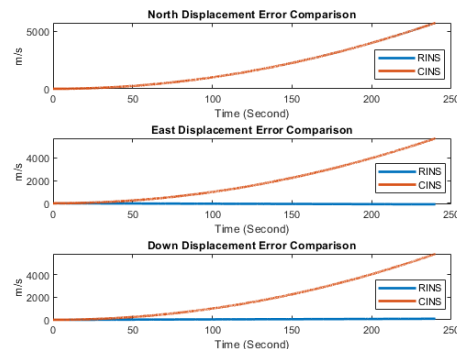
۲-۲- مقایسه خطای تجمیعی وضعیت CINS و RINS ناشی از بایاس ژایروها

با توجه به شکل ۲ مشخص است که خطای وضعیت در کانال‌های رول، پیچ و یاو در CINS مطابق با رابطه (۱۸) به صورت خطی در طول زمان رشد کرده است در حالی که در RINS مطابق با رابطه (۲۰) خطا در کانال‌های پیچ و یاو حذف شده است. در شکل ۳ مقدار خطای سرعت ناشی از بایاس شتابسنجها در RINS در مقایسه با CINS نمایش داده شده است.



۳-۳- مقایسه خطای تجمیعی سرعت CINS و RINS ناشی از بایاس ژایروها

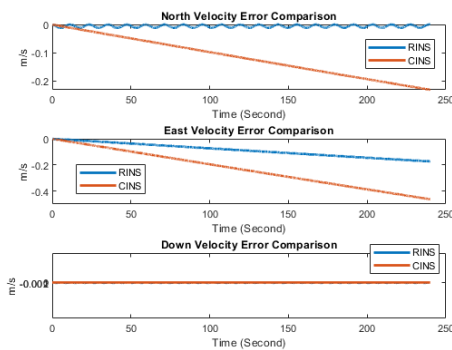
با توجه به شکل ۳ مشخص است که خطای سرعت در کانال‌های شمال، شرق و پایین در CINS مطابق با رابطه (۲۲) در طول زمان رشد کرده است در حالی که در RINS مطابق با رابطه (۲۴) خطا در کانال‌های شرق و پایین حذف شده است. در شکل ۴ مقدار خطای موقعیت ناشی از بایاس شتابسنجها در RINS در مقایسه با CINS نمایش داده شده است.



۴-۴- مقایسه خطای تجمیعی موقعیت CINS و RINS ناشی از بایاس ژایروها

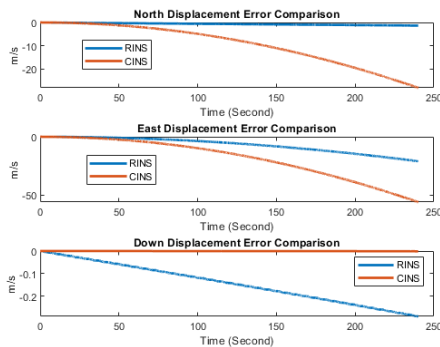
شبهه سازی برای ساده سازی، سرعت دوران زمین صفر در نظر گرفته شده است) و در RINS هم مطابق با رابطه (۴۶) خطای وضعیت در انتهای هر دوران در هر سه کانال برابر صفر است. علت مشاهده شدن نوسان در کانال پیچ و یاو، این است که رابطه (۴۶) حاصل از انتگرالگیری معین خطای نرخ زاویه ای حسگر ژایرو در ابتدا و انتهای دوران است، در حالی که نمای به تصویر کشیده شده در کانال های پیچ و یاو در شکل بالا بیانگر انتگرال نامعین خطای نرخ زاویه ای حسگر ژایرو است. به عبارت دیگر رابطه (۴۶) خطای وضعیت در ابتدا و انتهای یک سیکل دوران را می دهد ولی شبهه سازی صورت گرفته، مقدار خطا در کل بازه دوران را به تصویر کشیده است.

در شکل زیر مقدار خطای سرعت ناشی از عدم هم محوری شتابسنج ها در RINS در مقایسه با CINS نمایش داده شده است.



شکل ۹- مقایسه خطای جمعیتی سرعت در RINS و CINS ناشی از عدم هم محوری شتابسنج ها

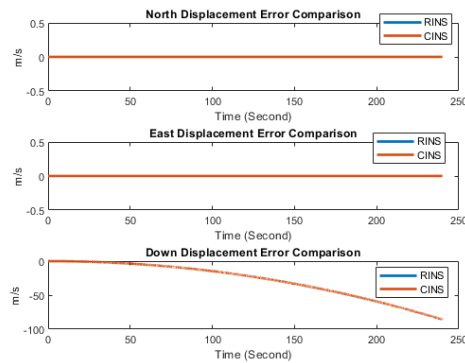
با توجه به شکل بالا مشخص است که در CINS خطای سرعت مطابق با رابطه (۴۸) در کانال های شمال و شرق رشد کرده و در کانال پایین صفر است در حالی که در RINS مطابق با رابطه (۵۰) خطای سرعت در کانال های شمال حذف شده است. خطای کانال پایین هم مطابق با خطا در CINS برابر صفر است. علت وجود نوسان اندک در کانال شمال این است که رابطه (۵۰) مقدار خطا در انتهای هر سیکل دورانی را نشان میدهد (انتگرالگیری معین از خطای شتاب) و شبهه سازی مقدار خطا در طول سیکل دوران (انتگرالگیری نامعین از خطای شتاب) را به تصویر کشیده است. در شکل زیر مقدار خطای موقعیت ناشی از عدم هم محوری شتابسنج ها در RINS در مقایسه با CINS نمایش داده شده است.



شکل ۱۰- مقایسه خطای جمعیتی موقعیت در RINS و CINS ناشی از عدم هم محوری شتابسنج ها

با توجه به شکل ۶ مشخص است که در CINS خطای سرعت مطابق با رابطه (۳۹) در کانال های شمال و شرق صفر است و در کانال پایین در طول زمان رشد کرده است. الگو و مقدار رشد خطا در RINS مطابق با رابطه (۴۱) در تمام کانال ها مشابه CINS است.

در شکل زیر مقدار خطای موقعیت ناشی از ضریب مقیاس شتابسنج ها در RINS در مقایسه با CINS نمایش داده شده است.



شکل ۷- مقایسه خطای جمعیتی موقعیت CINS و RINS ناشی از ضریب مقیاس شتابسنج ها

در شکل ۷ مشخص است که الگو و مقدار رشد خطا در CINS مطابق رابطه (۴۲) و در RINS مطابق رابطه (۴۳) و مشابه با هم است.

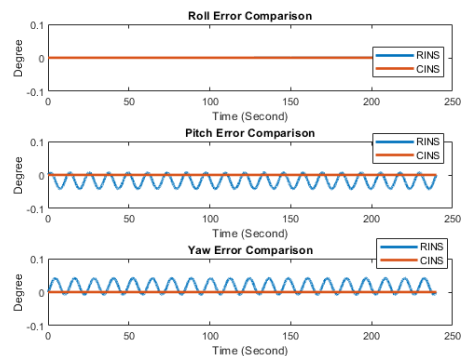
۴-۳- تجمیع خطا ناشی از عدم هم محوری حسگرها

مقدار اعمال شده عدم هم محوری در شبهه سازی طبق جدول زیر است:

جدول ۳- عدم هم محوری اعمال شده برای IMU در شبهه سازی

پارامتر	محور X	محور Y	محور Z
عدم هم محوری ژایرو (PPM)	۳۰	۳۰	۳۰
عدم هم محوری شتابسنج (PPM)	۳۰-۱۰	۴۰-۲۰	۵۰-۵

در شکل زیر مقدار خطای وضعیت ناشی از ضریب مقیاس ژایروها در RINS در مقایسه با CINS نمایش داده شده است.



شکل ۸- مقایسه خطای جمعیتی وضعیت در RINS و CINS ناشی از عدم هم محوری ژایروها

با توجه به شکل بالا مشخص است که خطای وضعیت در کانال های رول، پیچ و یاو در CINS مطابق با رابطه (۴۵) در طول زمان برابر صفر است (در

پارامتر	منبع خطا	کانال	RINS
		N	بدون اثر
	ضریب مقیاس	E	بدون اثر
	شتابسنج	D	بدون اثر
		N	حذف
	عدم هم‌محوری	E	کاهش
	شتابسنج	D	القا

به این ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که با استفاده از دوران IMU می‌توان خطای تجمیعی در سیستم ناوبری اینرسی را بدون کمک گرفتن از منابع خارجی مانند سامانه‌های ناوبری ماهواره‌ای کاهش داد.

۶- مراجع

- [1] Du, S., "Integration of Precise Point Positioning and Low Cost MEMS IMU," M.Sc. Thesis, The University of Calgary, Canada, 2010.
- [2] Karumuri, S. R., Srinivas, Y., Sekhar, J. V. and Sravani, K. G., "Review on Break Through MEMS Technology," *Archives of Physics Research*, pp. 158-165, 2011.
- [3] Du, S., Sun, W. and Gao, K. G., "An Investigation on MEMS IMU Error Mitigation Using Rotation Modulation Technique," *In Proceedings of ION GNSS 2014*, Tempa, FL, U.S., 2014.
- [4] Du, S., Sun, W. and Gao, "Integration of GNSS and MEMS-based Rotary INS with MEMS IMU," *In China Satellite Navigation Conference (CSNC)*, Xian, China, 2015.
- [5] Geller, E. S., "Inertial system platform rotation," *Inertial system platform rotation. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, pp. 627-634, 1968.
- [6] Levinson, E. and Giovanni, "Laser gyro potential for long endurance marine navigation," *In Proceedings of IEEE Position, Location and Navigation Symposium. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, NewYork, 1980.
- [7] Giovanni, S. C. and Levinson, "Performance of a Ring Laser Strapdown Marine Gyrocompass," *In the Proceedings of the ION 7th Annual Meeting, Annapolis, Maryland, U.S.*, 1981.
- [8] Yang, Y. and Miao, L., "Fiber-optic Strapdown Inertial System with Sensing Cluster Continuous Rotation," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol.40, No.4, pages 1173-1178, 2004.
- [9] Zhang, L. D., Lian, J. X., Wu, M. P. and Zheng, Z. Q., "Research on auto compensation technique of strap-down inertial navigation system," *International Asia Conference on Information in Control Automation and Robotics*, pages 350-353, 2009.
- [10] Ben, Y. Y., Chai, Y. L., Gao, W. and Sun, F., "Analysis of Error for a Rotating Strapdown Inertial Navigation System with Fiber Gyro," *J. Marine. Sci. Appl.* 9: 419-424. DOI: 10.1007/s11804-010-1028-z, 2010.
- [11] Sun, F., Sun, W., Gao, "Research on the Technology of Rotational Motion for FOG Strapdown Inertial Navigation System," *Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, August 9-12, Changchun, China, 2009.
- [11] Du, S., "Rotary Inertial Navigation System with a Low-cost MEMS IMU and Its Integration with GNSS," Ph.D. dissertation, University of Calgary, Calgary, AB, 2015.

در شکل ۱۰ الگو و مقدار رشد خطای موقعیت ناشی از عدم هم‌محوری در CINS مطابق با رابطه (۵۱) است. رشد خطای موقعیت در RINS در کانال‌های شمال و شرق نسبت به CINS کمتر است که مطابق با رابطه (۵۲) است.

۵- نتیجه گیری

سیستم ناوبری اینرسی دورانی با RINS با دوران واحد IMU و مازوله کردن خطاهای حسگرهای اینرسی، منجر به کاهش خطای تجمیعی ناوبری و در نتیجه بهبود عملکرد ناوبری بدون استفاده از منبع خارجی خواهد شد. با این وجود دوران واحد IMU علاوه بر کاهش خطای ناشی از حسگرها، عامل ایجاد و یا به تعبیر دیگر القای خطایی اضافی بر خروجی سامانه ناوبری اینرسی دوار هم خواهد بود. در نتیجه لازم است تا این خطای القا شده طی فرایندی کالیبره شود.

در جدول شماره ۴ اثر تاثیر دوران بر کانال‌های مختلف خطای وضعیت در RINS در مقایسه با CINS درج شده است.

جدول ۴- تاثیر دوران IMU در خطای سیستم ناوبری اینرسی

پارامتر	منبع خطا	کانال	RINS
		N	بدون اثر
	بایاس ژایرو	E	حذف
		D	حذف
		N	القا
خطای وضعیت	ضریب مقیاس	E	بدون اثر
	ژایرو	D	بدون اثر
		N	بدون اثر
	عدم هم‌محوری	E	حذف
	ژایرو	D	حذف

در جدول شماره ۵ اثر تاثیر دوران بر کانال‌های مختلف خطای سرعت در RINS در مقایسه با CINS درج شده است.

جدول ۵- تاثیر دوران IMU در خطای سیستم ناوبری اینرسی

پارامتر	منبع خطا	کانال	RINS
		N	بدون اثر
	بایاس شتابسنج	E	حذف
		D	حذف
		N	بدون اثر
خطای سرعت	ضریب مقیاس	E	بدون اثر
	شتابسنج	D	بدون اثر
		N	حذف
	عدم هم‌محوری	E	کاهش
	شتابسنج	D	بدون اثر

در جدول شماره ۶ اثر تاثیر دوران بر کانال‌های مختلف خطای موقعیت در RINS در مقایسه با CINS درج شده است.

جدول ۶- تاثیر دوران IMU در خطای سیستم ناوبری اینرسی

پارامتر	منبع خطا	کانال	RINS
		N	حذف
خطای موقعیت	بایاس شتابسنج	E	حذف
		D	بدون اثر