

بهینه‌سازی سازه‌های بال هواپیما به کمک الگوریتم ژنتیک دوهدفه

حدیثه کریمی^۱، حسن ناصح^۲، محمد لسانی^۳

۱- استادیار، پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم تحقیقات و فناوری، hnaseh@ari.ac.ir

۲- استادیار، پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم تحقیقات و فناوری، karimaei@ari.ac.ir

۳- دانشجوی دکتری، پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم تحقیقات و فناوری lesani_mohamad@yahoo.com

چکیده

در این مقاله به بهینه‌سازی بال هواپیما به صورت الاستیک با در نظر گرفتن آن به صورت یک تیر یک سرگیردار با طول مشخص و تحت نیروی مشخص پرداخته شده است. مقطع تیر به شکل مستطیل در نظر گرفته شده است. متغیرهای طراحی شامل عرض و ارتفاع مقطع تیر است. هدف از بهینه‌سازی، کمینه‌سازی جرم و بیشینه‌سازی فرکانس مود اول ارتعاشاتی تیر به نحوی است که تنش فون میسز^۱ حداکثری در سازه تیر از مقدار ۱۰۰ مگاپاسکال بیشتر نشود. در این مسئله پس از تعیین حدود مجاز متغیرهای طراحی، یک طراحی آزمایش^۲ صورت پذیرفته است. در ادامه به تحلیل حساسیت متغیرهای خروجی نسبت به متغیرهای طراحی پرداخته شده است. سپس مقادیر خروجی توسط نرم‌افزار انسیس^۳ محاسبه شده و سطح پاسخ^۴ توابع هدف و قید مسئله رسم شده است. در نهایت نقاط بهینه پارتو^۵ طراحی به کمک الگوریتم ژنتیک^۶ دو هدفه شناسایی شده و با شبیه‌سازی نقطه طراحی در نرم‌افزار انسیس، دقت روش سطح پاسخ مذکور تأیید شده است. نتایج نشان می‌دهد که نقطه شماره ۲۰۸ می‌تواند به عنوان نقطه زانویی و در نتیجه نقطه بهینه طراحی^۷ در نظر گرفته شود. در این نقطه طراحی، تنش فون میسز بسیار کمتر از مقدار مجاز خود یعنی ۱۰۰ مگاپاسکال است، ولی با این وجود فرکانس مود اول ارتعاشاتی در حالت بیشینه و جرم در حالت کمینه خود قرار دارد.

واژه‌های کلیدی: بهینه‌سازی - بال هواپیما - تیر یک سرگیردار - سطح پاسخ - الگوریتم ژنتیک

۱- مقدمه

تیر یک سرگیردار یکی از سازه‌های پرکاربرد در علوم مهندسی به خصوص در مهندسی هوافضا است. از مثال‌های بارز آن تحلیل و طراحی بال هواپیما است که آن را به صورت تیر یک سرگیردار در نظر می‌گیرند. در طراحی سازه‌ها اغلب مهندسیین به دنبال کم کردن وزن سازه هستند چرا که کاهش وزن، هزینه‌های عملکردی محصولات را کاهش خواهد داد. برای مثال هر چه وزن سازه بال یک هواپیما کمتر باشد هواپیما سبک‌تر و مصرف سوخت آن کمتر خواهد بود. کاهش وزن در سازه‌ها معمولاً به وسیله انتخاب مواد سبک‌تر و بهینه‌سازی سازه‌ای انجام می‌شود. از سوی دیگر در طراحی اکثر سازه‌ها از منظر ارتعاشاتی سعی می‌شود سازه‌ای طراحی شود که بیشترین فرکانس طبیعی اول را داشته باشد تا در معرض بارگذاری‌های ارتعاشاتی دچار پدیده‌هایی نظیر تشدید نشود. مایاس (Mayyas) و همکاران [۱] از توسعه تابع

کیفیت و فرآیند سلسله مراتبی تحلیلی، برای انتخاب مواد بدنه استفاده کردند. مطالعه ارائه شده نشان داد که گریدهای مختلف فولاد رتبه‌های اول را در فرآیند انتخاب پانل‌های بدنه دارا هستند. بای (Bai) و همکاران [۲] به بهینه‌سازی شکل سطح مقطع یک تیر توخالی برای قابلیت ضربه‌گیری تحت قیود با استفاده از الگوریتم ژنتیک پرداختند. سپس مدل بهینه‌سازی برای تعیین شکل مقطعی بهینه تیر بر مبنای به حداقل رساندن جرم آن، با قید جذب انرژی و حداکثر نیروی پیک، فرموله شد. وانگ (Wang) و همکاران [۳ و ۴] به بهینه‌سازی فرآیندهای شکل‌دهی ورق فلزی مبتنی بر نگاشت فضایی با استفاده از روش فرا مدل‌سازی پرداختند. آنها همچنان به بهینه‌سازی فرآیندهای شکل‌دهی ورق فلزی توسط سطح پاسخ تطبیقی بر اساس روش نمونه‌برداری هوشمند پرداختند. لیو (Lyu) و همکاران [۶] به بهینه‌سازی توپولوژی سازه تیر چند مولفه‌ای از طریق ترکیب مونتاژ مبتنی بر تجزیه پرداختند. تاکزاوا (Takezawa) و همکاران [۷] به بهینه‌سازی سازه‌ای بر اساس تکنیک‌های بهینه‌سازی توپولوژی با استفاده از اجزای قاب و با در نظر گرفتن ویژگی‌های سطح مقطع پرداختند. زو (Zuo) و همکاران [۸] به تحلیل حساسیت تنش و بهینه‌سازی قاب بدنه خودرو متشکل از لوله‌های مستطیلی پرداختند. آنها همچنین به بررسی تیرهای مستطیلی با سطح مقطع متغیر و تحلیل حساسیت برای طراحی سبک قاب اتوبوس پرداختند. فنگ (Feng) و همکاران [۱۰] به طراحی بهینه تیر لانه‌زنبوری با ساختار سلولی واحد به وسیله الگوریتم ژنتیک چندهدفه با توابع هدف فرکانس و جرم پرداختند. دب (Deb) و همکاران [۱۱] به بررسی سبک‌سازی تیر بر مبنای بهینه‌سازی چندهدفی مبتنی بر الگوریتم‌های تکاملی پرداختند. کار این روش بر روی مجموعه‌ای از مسائل آزمایشی و مسائل طراحی مهندسی با دو تا ده هدف نشان داده شده است، که حل‌های بدست آمده با حل‌های بهینه پارتو مطابقت داشتند.

در مقاله حاضر به بهینه‌سازی یک تیر مستطیلی با هدف کمینه‌سازی جرم و بیشینه‌سازی فرکانس مود اول ارتعاشاتی پرداخته شده است و بال هواپیما به صورت الاستیک با در نظر گرفتن تیر یک سرگیردار با طول مشخص و تحت نیروی مشخص بهینه شده است. متغیرهای طراحی شامل عرض و ارتفاع مقطع تیر است. قید مسئله کمتر بودن تنش فون میسز از ۱۰۰ مگاپاسکال است. در این مسئله با توجه به حدود مجاز متغیرهای طراحی، ابتدا یک طراحی آزمایش صورت پذیرفته است. سپس سطح پاسخ توابع هدف و قید نسبت به ورودی‌های مسئله به دست آمده است. در نهایت نقاط بهینه پارتو طراحی به کمک الگوریتم ژنتیک دو هدفه شناسایی شده است.

⁵ Pareto

⁶ Genetic Algorithm

⁷ Optimal Design Point

¹ Von Mises Stress

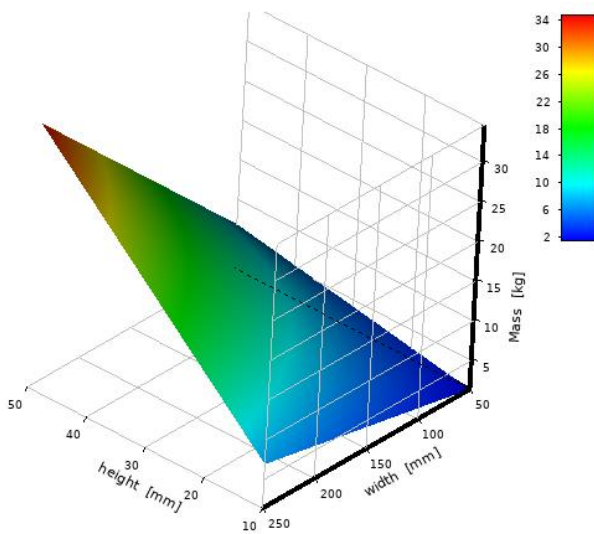
² Design of Experiment

³ Ansys

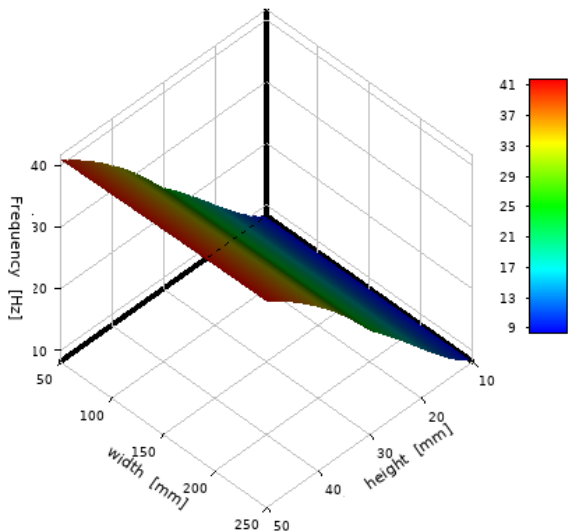
⁴ Response Surface

ارتعاشاتی بر حسب عرض و ارتفاع مقطع تیر و شکل (۴) نمودار سطح پاسخ تنش فون میسر بر حسب عرض و ارتفاع مقطع تیر را نشان می‌دهد. همانطور که از شکل (۲) مشهود است تغییرات تابع جرم نسبت به دو متغیر مذکور خطی است. زیرا رابطه جرم تیر نسبت به متغیرهای طراحی به شکل رابطه (۲) است. در این رابطه L طول تیر و ρ چگالی تیر است. چون طول و چگالی تیر ثابت هستند، پس رابطه مذکور خطی است که این موضوع دقت مناسب سطح پاسخ حاصل شده را تایید می‌کند. با افزایش هر کدام از متغیرهای طراحی، جرم تیر افزایش پیدا می‌کند و همچنین جرم می‌تواند تا حدود ۳۵ کیلوگرم افزایش پیدا کند.

$$M = \rho W H L \quad (2)$$



شکل ۲- سطح پاسخ جرم بر حسب عرض و ارتفاع مقطع تیر



شکل ۳- سطح پاسخ فرکانس اول بر حسب عرض و ارتفاع مقطع تیر

نتایج نشان می‌دهد که نقطه شماره ۲۰۸ می‌تواند نقطه طراحی در نظر گرفته شود. در این نقطه طراحی، تنش فون میسر حداکثری بسیار کمتر از مقدار مجاز خود یعنی ۱۰۰ مگاپاسکال است ولی فرکانس مود اول ارتعاشاتی در حالت بیشینه و جرم در حالت کمینه خود قرار دارد.

۲- مسئله حاکم

صورت مسئله بهینه‌سازی عبارت است از پیدا کردن ارتفاع H^1 و عرض W^2 بهینه مقطع تیر به طوری که تابع جرم $M(X)$ کمینه و تابع فرکانس $f(X)^4$ بیشینه شود. از طرفی بیشینه مقدار تابع تنش فون میسر $S(X)$ کمتر از ۱۰۰ مگاپاسکال باشد. صورت ریاضی مسئله بهینه‌سازی مذکور در رابطه (۱) نمایش داده شده است.

Find

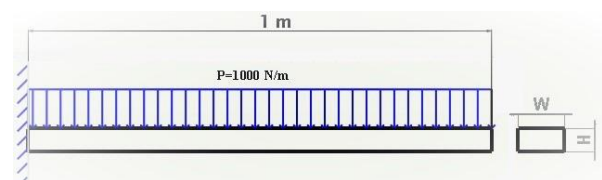
$$X = \begin{Bmatrix} H \\ W \end{Bmatrix} \text{ which minimize } M(X) - f(X) \quad (1)$$

$$s.t. S(X) \leq 100 \text{ Mpa}$$

$$10 \leq H \leq 50 \text{ (mm)}. 50 \leq W \leq 250 \text{ (mm)}$$

۳- هندسه تیر مورد بررسی

شکل (۱) هندسه تیر مذکور را تحت بارگذاری گسترده ۱۰۰۰ نیوتن بر متری و با تکیه‌گاه یک‌سر گیردار نشان می‌دهد. طول تیر یک متر در نظر گرفته شده است و جنس آن آلومینیوم ۲۰۲۴-T4 است که معمولاً در سازه‌های هواپیما از آن استفاده می‌شود و خواص مکانیکی آن در جدول (۱) بیان شده است.



شکل ۱- هندسه تیر مورد بررسی شامل شرایط مرزی و بارگذاری

جدول ۱- خواص مکانیکی جنس تیر

تنش تسلیم	مدول الاستیسیته	ضریب پواسون	چگالی	جنس
MPa	GPa		kg/m ³	
۳۲۵	۷۲/۴	۰/۳۳	۲۷۸۰	Al 2024-T4

۴- روش طراحی آزمایش و سطح پاسخ

برای حل مسئله ابتدا با توجه به حدود متغیرهای طراحی یعنی عرض و ارتفاع مقطع تیر، به طراحی آزمایش به کمک روش طراحی ترکیبی مرکزی^۵ پرداخته شده است. در ادامه به استخراج نمودارهای سطح پاسخ توابع هدف و قید مسئله پرداخته شده است. شکل (۲) نمودار سطح پاسخ جرم بر حسب عرض و ارتفاع مقطع تیر، شکل (۳) نمودار سطح پاسخ فرکانس اول

⁴ Frequency

⁵ Central Composite Design

¹ Height

² Width

³ Mass

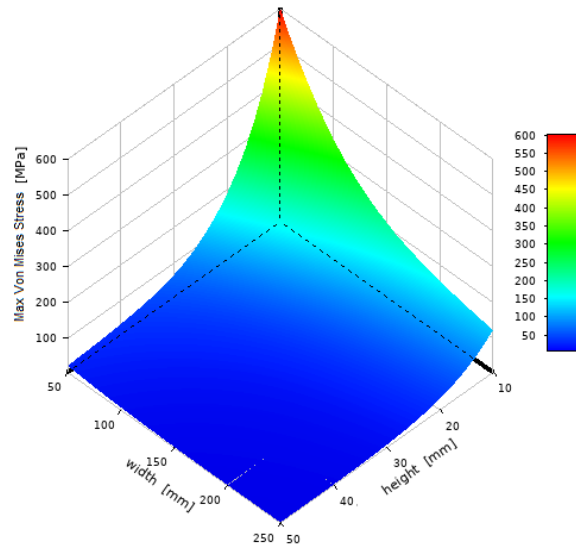
ایجاد شده در تیر از نوع خمشی است و ارتفاع تیر نقش مهمی در تحمل خمش دارد، این موضوع نیز قابل توجه است. از طرفی مشاهده می‌شود که سطح پاسخ تنش فون میسز در کمترین مقدار سطح مقطع به بیشینه خود یعنی حدود ۶۰۰ مگاپاسکال رسیده است که این نیز امری بدیهی است.

۵- تحلیل حساسیت و همبستگی

در شکل (۵) تحلیل حساسیت توابع هدف و قید نسبت به متغیرهای ورودی نشان داده شده است. تحلیل حساسیت برای دو تابع هدف جرم و فرکانس و یک تابع قید تنش فون میسز نسبت به دو متغیر عرض و ارتفاع سطح مقطع تیر بررسی شده است. با توجه به شکل (۵) مشخص است که دو متغیر ارتفاع و عرض مقطع تیر تاثیر یکسانی بر روی تابع جرم دارند، ولی تابع فرکانس نسبت به متغیر ارتفاع مقطع تیر حساس‌تر از عرض مقطع تیر است. از طرفی تابع قید تنش فون میسز نیز بیشتر متأثر از ارتفاع مقطع تیر است.

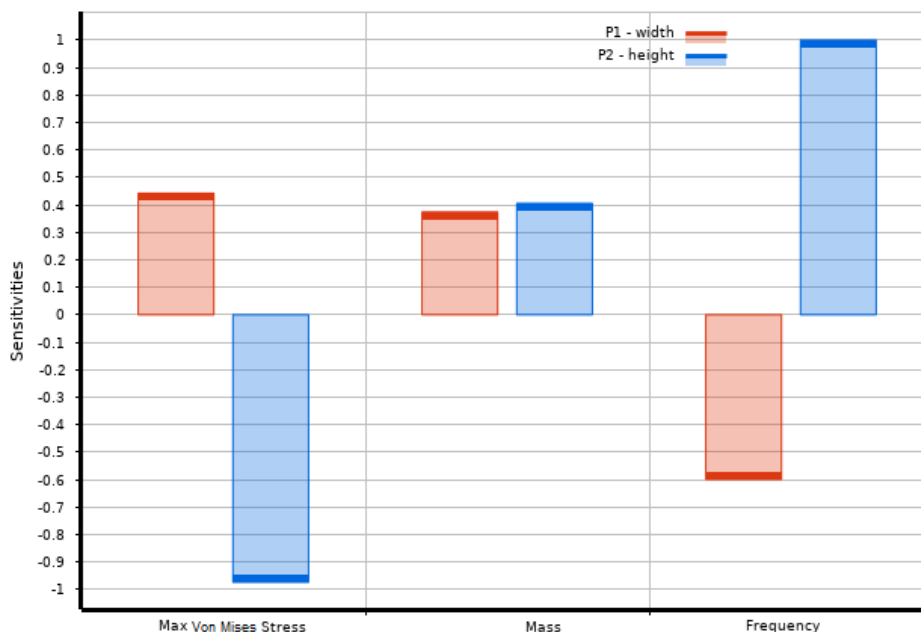
شکل (۶) ماتریس همبستگی ورودی و خروجی‌های تحلیل را نشان می‌دهد. ماتریس همبستگی یک ماتریس متقارن است که ۵ سطر و ۵ ستون دارد که تعداد سطر و ستون‌های آن برابر با تعداد متغیرها و توابع هدف و قید است. هر کدام از خانه‌ها با عددی مشخص شده‌اند که در بازه‌ی منفی ۱ تا مثبت ۱ قرار دارند. عدد منفی به معنای نسبت عکس دو متغیر با هم و عدد مثبت به معنای نسبت مستقیم دو متغیر با هم است. عدد بزرگتر حاکی از ارتباط قوی‌تر دو متغیر دارد و برعکس. قطر این ماتریس (در اینجا قطر فرعی) برابر ۱ است، زیرا هر متغیر با خودش طبیعتاً همبستگی حداکثری دارد. همانطور که مشاهده می‌شود، متغیر ارتفاع مقطع بیشترین تاثیر را بر روی فرکانس دارد. و تاثیر دو متغیر عرض و ارتفاع بر روی جرم تقریباً یکسان است که این یک امری بدیهی است.

همانطور که از شکل (۳) مشهود است، نمودار سطح پاسخ فرکانس مود اول ارتعاشاتی تیر مورد بررسی، عمدتاً وابسته به ارتفاع مقطع تیر است و با تغییرات عرض مقطع تیر در بازه مورد نظر تغییرات زیادی ندارد. از طرفی با توجه به نمودار مشخص است که فرکانس مذکور می‌تواند تا حدود ۴۰ هرتز افزایش پیدا کند.

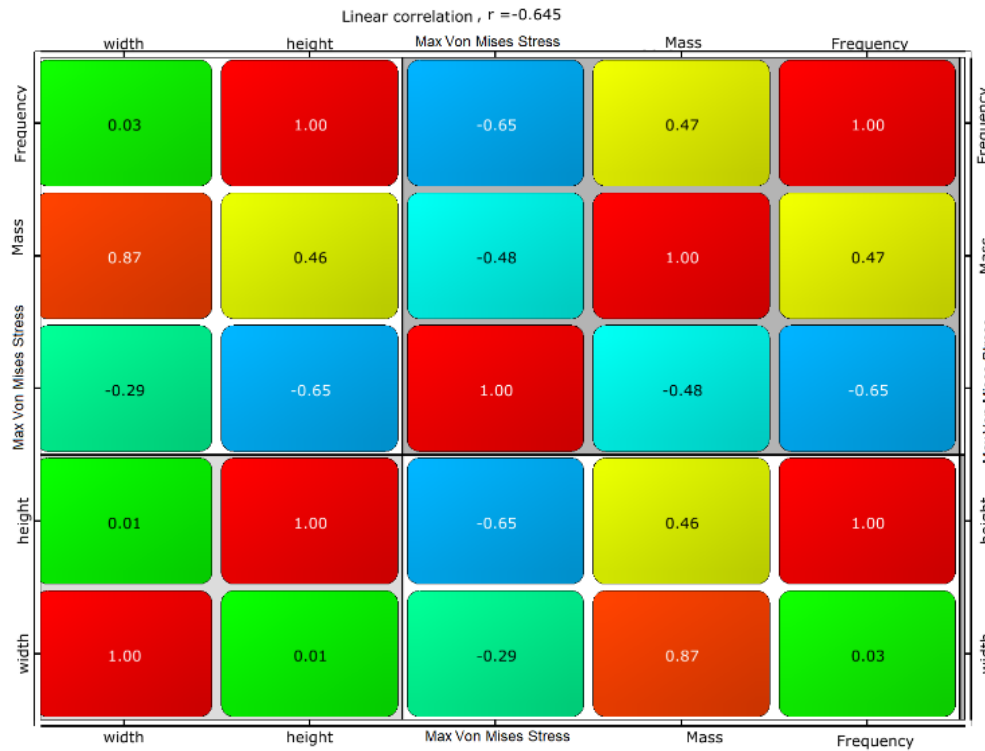


شکل ۴- سطح پاسخ تنش فون میسز بر حسب عرض و ارتفاع مقطع تیر

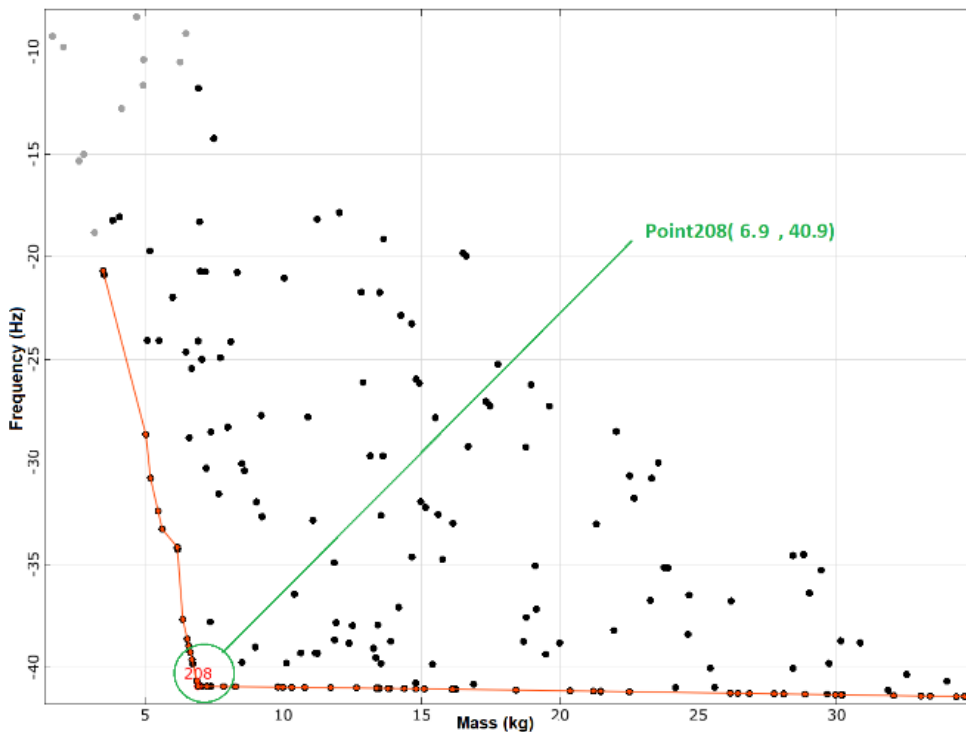
با توجه به نمودار سطح پاسخ شکل (۴)، تغییرات مقدار تنش فون میسز عمدتاً وابسته به متغیر ارتفاع مقطع تیر است و متغیر عرض تیر تاثیر کمتری بر روی تنش مذکور دارد. این موضوع بیشتر در ضخامت‌های کم تیر تاثیر خود را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه بر اساس بارگذاری مذکور عمده تنش



شکل ۵- تحلیل حساسیت توابع هدف و قیود بر حسب متغیرهای طراحی



شکل ۶- ماتریس همبستگی ورودی‌ها و خروجی‌ها



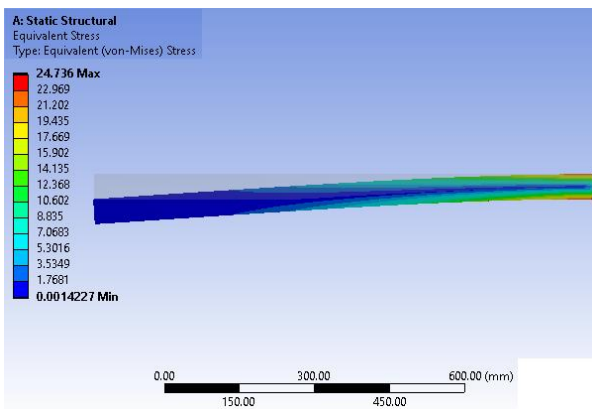
شکل ۷- جبهه پارتو نقاط بهینه طراحی

پارتو انجامید که شامل نقاطی است که همگی بهینه هستند و هیچ‌کدام بر دیگری برتری ندارد. نمودار مذکور در شکل (۷) نشان داده شده است.

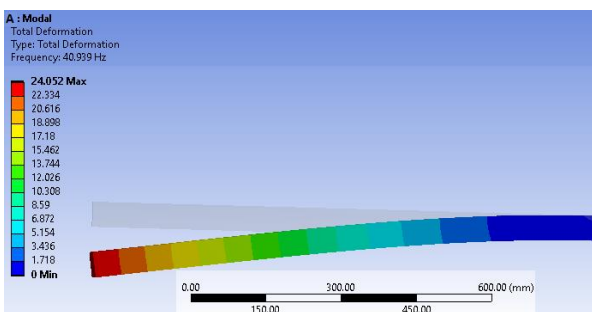
۶- بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم ژنتیک دو هدفه برای بهینه‌سازی تیر مذکور و پیدا کردن نقاط بهینه طراحی، از الگوریتم ژنتیک دو هدفه استفاده شده است. بهینه‌سازی به ایجاد یک نمودار جبهه

جدول ۲- مشخصات ۲۰ نقطه از ۶۰ نقطه بهینه امکان پذیر بدست آمده از جبهه پرتو و خود نقطه بهینه منتخب به شماره ۲۰۸

ردیف	شماره نقطه(از ۲۱۰ نقطه کل)	جرم(kg)	فرکانس (Hz)	عرض مقطع (mm)	ارتفاع مقطع (mm)	تنش فون میسز(MPa)
۱	۱۸۹	۵,۴۷	۳۲,۴	۵۰	۳۹,۵	۳۸,۷
۲	۱۶۳	۵,۶۳	۳۳,۳	۵۰	۴۰,۶	۳۶,۴
۳	۱۷۳	۶,۱۷	۳۴,۱۵	۵۳,۴۴	۴۱,۶۸	۳۲,۸
۴	۲۰۰	۶,۱۷۳	۳۴,۲۴	۵۳,۳	۴۱,۸	۳۲,۷
۵	۱۵۸	۶,۱۸	۳۴,۲۵	۵۳,۴۴	۴۱,۸	۳۲,۶۷
۶	۱۹۱	۶,۳۷	۳۷,۶۷	۵۰	۴۶	۲۸,۸۵
۷	۲۰۱	۶,۵۳	۳۸,۶۲	۵۰	۴۷,۱۷	۲۷,۵۴
۸	۱۹۲	۶,۵۸	۳۸,۹۵	۵۰	۴۷,۵۸	۲۷,۱
۹	۱۸۲	۶,۶۴	۳۹,۲۷	۵۰	۴۷,۹۶	۲۶,۷
۱۰	۱۹۶	۶,۷	۳۹,۶۳	۵۰	۴۸,۴	۲۶,۲۶
۱۱	۱۹۰	۶,۷۳	۳۹,۸۳	۵۰	۴۸,۶۵	۲۶
۱۲	۱۲۹	۶,۸۸	۴۰,۶۸	۵۰	۴۹,۶۸	۲۵
۱۳	۲۰۸	۶,۹۲	۴۰,۹۳	۵۰	۵۰	۲۴,۷۲
۱۴	۱۹۹	۷,۰۳	۴۰,۹۳۵	۵۰,۸	۵۰	۲۴,۷۶
۱۵	۱۷۷	۷,۲۴	۴۰,۹۳۸	۵۲,۲۸	۵۰	۲۴,۰۵۸
۱۶	۱۸۱	۷,۳۸	۴۰,۹۴	۵۳,۳	۵۰	۲۳,۵۸
۱۷	۱۸۰	۷,۸۴	۴۰,۹۴۷	۵۶,۶	۵۰	۲۲,۱۸
۱۸	۱۷۱	۸,۲۷	۴۰,۹۵	۵۹,۷	۵۰	۲۰,۹۸
۱۹	۱۲۳	۹,۸	۴۰,۹۷	۷۰,۸	۵۰	۱۸,۰۵
۲۰	۱۴۵	۹,۹۸	۴۰,۹۷۶	۷۲,۱	۵۰	۱۷,۷



شکل ۸- تنش فون میسز در تیر طراحی شده در نقطه ۲۰۸ جبهه پارتو



شکل ۹- مود اول در تیر طراحی شده در نقطه ۲۰۸ جبهه پارتو

۷- نتیجه گیری

شایان ذکر است که چون در این مسئله‌ی بهینه‌سازی، هدف کمیته‌سازی جرم و بیشینه‌سازی فرکانس مود اول ارتعاشاتی تیر است و معمولاً در حل مسائل بهینه‌سازی از روش‌های کمیته‌سازی استفاده می‌شود، لذا تابع فرکانس در یک منفی ضرب شده تا کمیته آن مورد نظر باشد. به همین جهت در نمودار مذکور مقادیر فرکانس منفی رسم شده است. بنابراین در نمودار مذکور، نقطه‌ای با کمترین مختصات طولی و عرضی مطلوب است. همانطور که از شکل (۷) مشخص است نقاط واقع بر منحنی قرمز رنگ نقاط غالب هستند که هیچ کدام بر دیگری برتری ندارد. این نقاط جبهه پارتو طراحی را تشکیل می‌دهند که طراح می‌تواند هر کدام از این نقاط را متناسب با اولویت خود انتخاب کند. از طرفی در این میان نقطه شماره ۲۰۸ که در شکل مشخص شده است، دارای کمترین فاصله از مبدا است. این نقطه زانویی نامیده می‌شود و می‌تواند یک انتخاب مناسب برای طراح باشد. در ادامه مشخصات ۲۰ نقطه از ۶۰ نقطه بهینه امکان پذیر بدست آمده از جبهه پارتو و خود نقطه بهینه منتخب به صورت هایلایت در جدول (۲) نشان داده شده است. شبیه‌سازی این نقطه برای تنش فون میسز در شکل (۸) و فرکانس مود اول ارتعاشاتی در شکل (۹) در نرم افزار انسیس نمایش داده شده است. با مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی در اشکال (۸) و (۹) با نتایج حاصل از روش سطح پاسخ در جدول (۲) مشخص می‌شود که سطح پاسخ‌های به دست آمده در نقطه بهینه حاصل شده، از دقت مطلوبی برخوردار هستند.

- assembly synthesis,” *J. Mechanical Design*, Vol. 127, no. 2, pp. 170–183, 2005.
7. A. Takezawa, S. Nishiwaki, K. Izui and, M. Yoshimura, “Structural optimization based on topology optimization techniques using frame elements considering cross-sectional properties,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 34, no. 1, pp. 41–60, 2007.
 8. W. Zuo, J. Yu and, K. Saitou, “Stress sensitivity analysis and optimization of automobile body frame consisting of rectangular tubes,” *Int. J. Automotive Technology*, Vol. 17, no. 5, pp.843–851, 2016.
 9. W. Zuo, J. Fang, M. Zhong, “Variable Cross-Section Rectangular Beam and Sensitivity Analysis for Lightweight Design of Bus Frame,” *Int.J Automot. Technol.*, Vol.19, no. 6, pp. 1033–1040, 2018.
 10. F. Yanbo, S. Xinzu, Ch. Bo, N. Fengqi, “Optimal Design of Honeycomb Beams with Unit Cell Structure Based on Multiobjective Optimization Algorithm”, *Security and Communication Networks*, Vol. 2022, Article ID 2874804, 2022.
 11. K. Deb and A. Kumar, “Light beam search based multi-objective optimization using evolutionary algorithms,” *2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2007, pp. 2125–2132.
 12. D. Kalyanmoy, “A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II,” *IEEE transactions on evolutionary computation*. Vol 6, no. 2, pp. 182-197, 2002.
 13. M. Bezerra, R. Santelli, E. Oliveira, L. Villar, L. Escalera, “Response surface methodology (RSM) as a tool for optimization in analytical chemistry,” *Talanta*, Vol. 76, no. 5, pp. 965-977, 2008.
 14. B. Durakovic, “Design of experiments application, concepts, examples: State of the art.” *Periodicals of Engineering and Natural Sciences (PEN)*, Vol. 5, no. 3, 2017.
 15. I.Y. Kim, and O.L. De Weck, “Adaptive weighted-sum method for bi-objective optimization: Pareto front generation,” *Structural and multidisciplinary optimization*, Vol. 29, no. 2, pp. 149-158, 2005.
 16. X. Zhang, Y. Tian, and Y. Jin. “A knee point-driven evolutionary algorithm for many-objective optimization,” *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 19, no. 6, pp. 761-776, 2014.
 17. I.J.A. Forrester, and J.K. Andy, “Recent advances in surrogate-based optimization,” *Progress in aerospace sciences*, Vol. 45, no. 1-3, pp. 50-79, 2009.
 18. N.V. Queipo, R.T. Haftka, W. Shyy, T. Goel, R. Vaidyanathan, P.K. Tucker, “Surrogate-based analysis and optimization,” *Progress in aerospace sciences*, Vol. 41, no. 1, pp. 1-28, 2005.
 19. B. Jansen, J.J. De Jong, C. Roos, T. Terlaky, “Sensitivity analysis in linear programming: just be careful,” *European Journal of Operational Research*, Vol. 101, no. 1, pp. 15-28, 1997.
 20. D.M. Hamby, “A review of techniques for parameter sensitivity analysis of environmental models,” *Environmental monitoring and assessment*, Vol. 32, no. 2, pp. 135-154, 1994.

در این مقاله به بهینه‌سازی سازه‌ای یک بال هواپیما به صورت یک تیر یک سر گیردار با دو تابع هدف کمینه‌سازی جرم و بیشینه‌سازی فرکانس ارتعاشاتی مود اول با استفاده از الگوریتم ژنتیک دو هدفه پرداخته شده است. قید مسئله کمتر بودن تنش فون میسز از ۱۰۰ مگاپاسکال است. متغیرهای طراحی شامل عرض و ارتفاع مقطع تیر هستند. با توجه به تحلیل حساسیت و نمودارهای سطح پاسخ، وابستگی دو تابع هدف و یک قید مسئله بهینه‌سازی به متغیرهای طراحی در نظر گرفته شده که همان عرض و ارتفاع سطح مقطع تیر هستند، بررسی شد. مشاهده شد که فرکانس اول ارتعاشاتی تیر بیشتر متاثر از ارتفاع تیر است تا عرض آن. همچنین مشاهده شد که متغیرهای طراحی تاثیر تقریباً یکسانی بر روی تابع جرم می‌گذارند. از سوی دیگر تنش فون میسز بیشتر وابسته به متغیر ارتفاع مقطع تیر است تا عرض آن. این موضوع بیشتر در ضخامت‌های کم تیر مشهود است. با توجه به نمودار جبهه پارتو مشخص شد که تعداد زیادی نقطه طراحی می‌توان برای تیر مورد نظر انتخاب کرد که هیچ کدام از این نقاط بر نقاط دیگر برتری ندارند. ولی در این میان مشاهده شد که نقطه ۲۰۸ کمترین فاصله را از مبدا مختصات دارد و می‌تواند به عنوان نقطه زانویی و در نهایت نقطه طراحی در نظر گرفته شود. در این نقطه، تنش فون میسز بسیار کمتر از مقدار مجاز خود یعنی ۱۰۰ مگاپاسکال است با این وجود فرکانس مود اول ارتعاشاتی در حالت بیشینه و جرم در حالت کمینه خود قرار دارد. همچنین مشاهده شد که بیشترین تنش در ریشه و سطوح بالا و پایین مقطع تیر اتفاق افتاده است.

۸- مراجع

1. A. Mayyas, Q. Shen, A. Mayyas, M. Abdelhamid, D. Shan, A. Qattawi and M., “Omar Using quality function deployment and analytical hierarchy process for material selection of body-in-white,” *Materials & Design*, Vol. 32, no. 5, pp. 2771–2782, 2011.
2. J. Bai, Y. Li and W. Zuo, “Cross-sectional shape optimisation for thin-walled beam crashworthiness with stamping constraints using genetic algorithm,” *Int. J. Vehicle Design*, Vol. 73, no. 1–3, pp. 76–95, 2017.
3. H. Wang, E. Li, G. Li and Z. Zhong, “Optimization of sheet metal forming processes by the use of space mapping based metamodeling method,” *Int. J. Advanced Manufacturing Technology*, Vol. 39, no. 7, pp. 642–655, 2008a.
4. H. Wang, G. Li and, Z. Zhong, “Optimization of sheet metal forming processes by adaptive response surface based on intelligent sampling method,” *J. Materials Processing Technology*, Vol. 197, no. 1-3, pp. 77–88, 2008b.
5. M. Balesdent and, A. Chriette, “A survey of multidisciplinary design optimization methods in launch vehicle design,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 45, no. 5, pp. 619–642, 2012.
6. N. Lyu and, K. Saitou, “Topology optimization of multicomponent beam structure via decomposition based