

حملات موشکی با دخالت خارجی

حامد نجف پور ثانی^{۱*}، محمدرضا خوشروان آذر^۲، رضا بختیاری اسکوئی^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا، دانشکده مکانیک دانشگاه تبریز - H_najafpour1401@ms.tabrizu.ac.ir

۲- دکتر محمدرضا خوشروان آذر استاد دانشکده مکانیک دانشگاه تبریز - rkhos@tabrizu.ac.ir

۳- دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک (طراحی کاربردی) - r_bakhtiyari1401@ms.tabrizu.ac.ir

چکیده

در این مقاله مشکل حمله مشترک چند موشک مورد بررسی قرار گرفته و قرار است این موشک ها دچار اختلالات خارجی، تاخیر ارتباطی شوند. ابتدا یک مدل سینماتیکی چند موشک تحت شرایط اغتشاشات خارجی و تاخیر ارتباطی توسعه داده شد و سپس بر اساس توپولوژی گراف جهت دار، مسئله همگرایی چند موشک به تجزیه و تحلیل پایداری یک کنترل حلقه بسته تبدیل می شود. سیستم. یک کنترلر قوی با بازخورد حالت توسط نابرابری ماتریس خطی طراحی شده است. در نهایت، یک شبیه سازی عددی برای نشان دادن اثربخشی استراتژی کنترل پیشنهادی ارائه می شود.

کلمات کلیدی: موشک_ کنترل_ تاخیر_ نابرابری ماتریس

۱. مقدمه

با توسعه سیستم های موشکی ضد هوایی (AAMS) و سیستم تسلیحاتی نزدیک (CIWS) در جهان، پیشرفت دفاعی برای یک موشک روز به روز دشوارتر می شود. همکاری موشکی راه جدیدی برای نبرد برای جنگ مدرن فراهم می کند. همکاری موشکی می تواند اطلاعات موشک های چندگانه را با یکدیگر به اشتراک بگذارد تا هماهنگی تاکتیکی پس از پرتاب به دست آید و مأموریت را به عنوان گروه تشکیل دهنده به پایان برساند. در این صورت امکان شکست دفاعی و قابلیت ضربه زدن موفق به اهداف دشمن افزایش قابل توجهی خواهد یافت. این مقاله بر حمله مشترک چند موشک تحت کنترل تعاونی متمرکز شده است. این دشوارتر از پرتاب یک موشک از مواضع مختلف به طور همزمان و هدف قرار دادن یک هدف مشترک دشمن است. این یک راه موثر برای بهبود احتمال تکمیل کار است. حمله همگرایی عمدتاً به دو صورت تقسیم می شود: یکی هدایت با استفاده از کنترل مشارکتی و دیگری هدایت کنترل زمان ضربه (ITCG). کنترل مشارکتی به اتصال داده آنلاین بین موشک ها نیاز دارد و زمان رسیدن را با برقراری ارتباط با یکدیگر و تنظیم وضعیت پرواز خود هماهنگ می کند. کنترل تعاونی به طور گسترده مورد مطالعه قرار گرفته است و می توان آن را به سه جنبه تقسیم کرد: هدایت تعاونی زمانی، توپولوژی ارتباط جهت دار و هدایت تعاونی فضایی که نیاز به تعیین زمان حمله مناسب قبل از هدایت دارد

با این حال، موشک ها نمی توانند تجهیزات ارتباطی پر قدرت حمل کنند، کیفیت اتصال به سختی قابل تضمین است، بنابراین تداخل ارتباطی هم در ارسال و هم در دریافت فرآیند رخ می دهد. علاوه بر این، به دلیل سر و صدای اندازه گیری و خطا، موشک ها به

سختی می توانند اطلاعات دقیق در مورد وضعیت خود را بدست آورند. مشکلات تاخیر ارتباط، تداخل نویز و عدم قطعیت مدل در سیستم کنترل تعاونی موشک به اندازه کافی مورد مطالعه قرار نگرفته است. کنترل اجماع به طور گسترده در سیستم چند عاملی (MAS) مورد مطالعه قرار گرفته است، و به عنوان یک جنبه تحقیقاتی مهم MAS، کنترل اجماع از دهه گذشته بیشتر و بیشتر مورد توجه قرار گرفته است. بسیاری از کارهای تحقیقاتی در مورد MAS عمدتاً بر روی برخی گراف های خاص مانند گراف بدون جهت، گراف متصل قوی، نمودار متعادل و غیره متمرکز شده اند. در مورد MAS تحت اختلالات خارجی و نقص شبکه، یک پروتکل کنترل توزیع شده برای کنترل اجماع MAS ارائه می دهد. از تجزیه و تحلیل فوق، می توان دریافت که مطالعات کنترل کننده طراحی شده برای MAS بسیار مورد توجه قرار گرفته است و موشک های متعدد را می توان به عنوان MAS در نظر گرفت. اما مراحل طراحی این رویکرد دست و پا گیر هستند، فرآیند حل MAS به شدت به اطلاعات وضعیت عامل دیگر وابسته است و توپولوژی متغیر به طور قابل ملاحظه ای تلاش محاسباتی را افزایش می دهد. همه این مشکلات مانع از استفاده واقعی رویکرد مبتنی بر نظریه گراف در میدان جنگ می شود. بنابراین، این مقاله یک روش نابرابری ماتریس خطی (LMI) را برای حل مسئله حمله همگرایی پیشنهاد می کند. با تبدیل آن به یک مسئله تجزیه و تحلیل پایداری، یک کنترل کننده قوی طراحی می شود و ورودی کنترل کننده یک ساختار غیرمتمرکز را اتخاذ می کند. برای کاهش پیچیدگی محاسباتی، ورودی هر کنترل کننده فقط به خودش بستگی دارد. با توجه به تاخیر و تداخل ارتباطی رخ داده در محیط میدان نبرد، عملکرد شاخص L_2/L_∞ برای ارزیابی خروجی محدود انتخاب شد. این روش زمانی که برای حمله همگرایی چندین موشک به کار می رود، اهمیت عملی دارد.

۲. مدل سازی موشک و شرح مشکل

یک مدل سینماتیک موشک طراحی شده و سپس هدف کنترلی پیشنهاد می شود.

۲.۱ مدل موشک با اختلال

از آنجایی که اکثر موشک ها همیشه در هواپیما پرواز می کنند، می توان فرض کرد که نگرش موشک تغییر نمی کند. سپس اختلالات

بیست و یکمین کنفرانس بین المللی انجمن هوافضای ایران

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0_2 & I_2 \\ 0_2 & 0_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0_2 \\ I_2 \end{bmatrix} u + I_4 \begin{bmatrix} V_r \cos \xi_3 \\ V_r \sin \xi_3 \\ -\xi_4 \omega_r \sin \xi_3 \\ \xi_4 \omega_r \cos \xi_3 \end{bmatrix}$$

$$= Ax + Bu + Gw \quad (7)$$

لازم است به طور کامل تاخیر رخ داده در فرآیند ساخت مدل در نظر گرفته شود. بنابراین مدل کنترل حرکت موشک حاوی تاخیر زمانی ورودی به شرح زیر است:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t - \tau) + Gw(t) \quad (8)$$

که در آن τ تاخیر زمانی ورودی کنترل است.

از طریق تجزیه و تحلیل فوق، یک مدل ریاضی از موشک تحت تأثیر اغتشاش خارجی و تاخیر زمانی ورودی ایجاد می شود و پاسخ معادله می تواند حرکت موشک را بهتر توصیف کند.

۲.۲ شرح مسئله همگرایی

مدل موشک با تاخیر زمانی ورودی کنترلر و اختلالات خارجی توسعه یافته و مشکل همگرایی که باید حل شود برای اهداف تحلیلی مجدداً ارائه شده است. در مسئله کنترل برای حمله همگرایی چند موشک، هر موشک مدل کنترلی یکسانی به شکل زیر در نظر گرفته شده است.

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = Ax_i(t) + Bu_i(t - \tau) + Gw_i(t) \\ y_i(t) = C_1 x_i(t) \\ z_i(t) = C_2 x_i(t) \end{cases} \quad (9)$$

که در آن

$x_i(t) \in R^4, y_i(t) \in R^4, z_i(t) \in R^2, u_i(t) \in R^2$ ، به ترتیب حالت حرکت، خروجی اندازه گیری شده سیستم کنترل، خروجی کنترل شده، ورودی کنترلر و اختلال خارجی موشک نام را نشان می دهد. ثابت های موجود در (۹) به صورت زیر تعریف می شوند.

$$A = \begin{bmatrix} 0_2 & I_2 \\ 0_2 & 0_2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0_2 \\ I_2 \end{bmatrix}, G = I_4, C_1 = I_4, C_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

بر اساس مدل برای هر موشک در (۹)، محصول کرونگر برای استخراج مدل برای کل سیستم کنترل همگرایی موشک به شرح زیر استفاده می شود.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_D x(t) + B_D u(t - \tau) + G_D w(t) \\ y(t) = C_{1D} x(t) \\ z(t) = C_{2D} x(t) \end{cases} \quad (10)$$

برای یک سیستم کنترل همگرایی مشارکتی با موشک های N ، ثابت های موجود در (۱۰) به صورت زیر تعریف می شوند.

$$\begin{aligned} A_D &= I_N \otimes A, B_D = I_N \otimes B, G_D = I_N \otimes G, \\ C_{1D} &= I_N \otimes C_1, C_{2D} = I_N \otimes C_2 \end{aligned} \quad (11)$$

راه حل مشکل همگرایی طراحی یک کنترل کننده بازخورد حالت برای هر شی با یک کنترل کننده غیرمتمرکز به شکل زیر است.

$$u_i = \sum_{j \in N_i} K_j^{f^b} x_j + K_i^{f^b} x_i$$

بیرونی را در نظر می گیریم. یک مدل موشک به شرح زیر ارائه شده است.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = V \cos \theta + V_r \cos \theta \\ \frac{dy}{dt} = V \sin \theta + V_r \sin \theta \\ \frac{d\theta}{dt} = \omega + \omega_r \end{cases} \quad (1)$$

که در آن، V سرعت مرکز جرم، V_r سرعت اغتشاش، ω سرعت زاویه ای موشک در صفحه شاقول، ω_r اختلال سرعت زاویه ای است. θ زاویه بین صفحه زمین است که به آن زاویه مسیر می گویند، x, y به ترتیب جابجایی در جهت افقی و عمودی است. متغیرهای حالت و ورودی را به صورت زیر تعریف کنید.

$$\xi = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ \xi_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ V \cos(\theta) \\ V \sin(\theta) \end{bmatrix} \quad \eta = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ \omega \end{bmatrix} \quad (2)$$

که در آن a شتاب خطی موشک است. با توجه به تعریف جدید، معادله (۱) و معادله (۲) را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{\xi} = \begin{bmatrix} \xi_4 \cos(\xi_3) \\ \xi_4 \sin(\xi_3) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \eta = f(\xi) + g(\xi)\eta \quad (3)$$

برای سهولت طراحی کنترلر، معادله (۳) به صورت زیر تبدیل و تعریف شده است.

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = T(\xi) = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_4 \cos(\xi_3) \\ \xi_4 \sin(\xi_3) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\eta = \begin{bmatrix} \cos(\xi_3) & \sin(\xi_3) \\ -\frac{\sin(\xi_3)}{\xi_4} & \frac{\cos(\xi_3)}{\xi_4} \end{bmatrix} u = M(\xi)u \quad (5)$$

بر اساس جایگزینی متغیرهای فوق، می توان بدست آورد:

$$x = \frac{\partial T}{\partial \xi} \xi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} V_r \cos \xi_3 \\ V_r \sin \xi_3 \\ -\xi_4 \omega_r \sin \xi_3 \\ \xi_4 \omega_r \cos \xi_3 \end{bmatrix}$$

$$w = \begin{bmatrix} V_r \cos \xi_3 \\ V_r \sin \xi_3 \\ -\xi_4 \omega_r \sin \xi_3 \\ \xi_4 \omega_r \cos \xi_3 \end{bmatrix} \quad (6)$$

و سپس متغیر اختلال

ما می توانیم (۶) را به (۷) به صورت زیر تبدیل کنیم:

بیست و یکمین کنفرانس بین المللی انجمن هوافضای ایران

لم ۲: فرض کنید Q, P, M ماتریسی از ابعاد مناسب داده شده است و $Q < 0$ را برآورده می کند، سپس نابرابری زیر معادل است.

$$P + MQ^{-1}M^T < 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} P & M \\ M^T & Q \end{bmatrix} < 0 \quad (18)$$

با توجه به اختلالات خارجی و تاخیر زمانی ورودی، کنترل کننده بازخورد حالت با استفاده از فرم (۱۴) طراحی شده است تا سیستم حلقه بسته پایدار بماند و هر موشک در نهایت به هدف، یعنی مبدأ سیستم مختصات همگرا شود. در همین حال، شاخص عملکرد L_2/L_∞ سیستم الزامات (۱۶) را برآورده می کند.

قضیه ۱ مدل سیستم (۱۶) را در نظر بگیرید، وقتی ماتریس‌هایی با ماتریس‌های قطعی و متقارن مثبت وجود داشته باشد، W, R و ماتریس‌های M, N که نابرابری‌های ماتریس زیر (۱۹) تا (۲۱) را برآورده می کنند، سیستم حلقه بسته بدون علامت است. پایدار در یک شاخص عملکرد معین $\mu > 0$ و برای هر تاخیر زمانی ثابت $0 < \tau < \tau_{max}$ را برآورده می کند.

$$\begin{bmatrix} \phi & B_D V - N & G_D & L A_D^T \tau_{max} \\ * & -W & 0 & V^T T_D^T \tau_{max} \\ * & * & -I & G_D^T \tau_{max} \\ * & * & * & -R \tau_{max} \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

که در آن

$$\phi = \bar{L} A_D^T + A_D \bar{L} + \bar{M} \tau_{max} + \bar{N} + \bar{N}^T + \bar{W} \\ \begin{bmatrix} \bar{M} & \bar{N} \\ \bar{N}^T & \bar{L} R^{-1} \bar{L} \end{bmatrix} > 0 \quad (20)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{L} & \bar{L} C_{2D}^T \\ C_{2D} & \mu^2 \end{bmatrix} > 0 \quad (21)$$

نرخ کنترل بازخورد حالت سیستم همگرای موشک های چندگانه با معادله زیر ارائه شده است.

$$u(t) = VL^{-1}x(t) \quad (22)$$

سپس بهره کنترل کننده در (۲۲) برابر

$$K = VL^{-1}L_C^{-1}$$

اثبات: طبق فرمول نیوتن لایب نیتس، موارد زیر وجود دارد:

$$x(t - \tau) = x(t) - \int_{t-\tau}^t \dot{x}(\theta) d\theta \quad (23)$$

با جایگزینی معادله اول در (۳۰)، داریم:

$$\dot{x}(t) = (A_D + B_D k L_C)x(t) - B_D k L_C \int_{t-\tau}^t \dot{x}(\theta) d\theta + G_D w(t) \quad (24)$$

$$\dot{x}(t) = (A_D + B_D \bar{k})x(t) - B_D \bar{k} \int_{t-\tau}^t \dot{x}(\theta) d\theta + G_D w(t) \quad (25)$$

تابع لیاپانوف زیر را انتخاب کنید.

$$V(x(t)) \triangleq V_1(x(t)) + V_2(x(t)) + V_3(x(t))$$

کنترل کننده به گونه ای طراحی شده است که متغیرهای حالت هر شی به همان بردار همگرا شوند. برای هر $i, j, \dot{x}_i, \dot{x}_j$ محدودیت به شرح زیر داریم.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_i(t) - x_j(t)\| = 0 \quad (13)$$

که در آن داخل نرم هنجار اقلیدسی بردار را نشان می دهد. رویکرد LMI پیشنهادی اکنون برای طراحی یک کنترل کننده بازخورد حالت برای اجرای کنترل همگرای موشک به شکل زیر استفاده می شود.

$$u(t) = KL_C x(t) \quad (14)$$

که در آن K بهره کنترل کننده خارجی است.

هدف طراحی این است که همه موشک ها در نهایت به مبدأ سیستم مختصاتی که ما ایجاد کرده ایم همگرا شوند.

با این فرض که اغتشاشات خارجی سیستم برآورده می شوند $w(t) \in L_2[0, \infty)$ ، استفاده از معیارهای عملکرد L_2/L_∞ برای اندازه گیری توانایی سیستم کنترل در کاهش اختلالات در نظر بگیرید. مشکل همگرایی را می توان به طور خلاصه به صورت زیر بیان کرد: سیستم (۱۰) را در نظر بگیرید، بهره کنترل را در (۱۴) تعیین کنید تا در شرایط تاخیر زمانی و اختلالات خارجی، چندین موشک به مبدأ سیستم مختصات همگرا شوند. برای یک ثابت μ ، تابع انتقال سیستم معادله زیر را برآورده می کند.

$$\frac{\|z(t)\|_\infty}{\|w(t)\|_2} < \mu \quad (15)$$

بنابراین، مدل سیستم حلقه بسته را می توان به صورت زیر بیان کرد.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_D x(t) + B_D K L_C x(t - \tau) + G_D w(t) \\ y(t) &= C_{1D} x(t) \\ z(t) &= C_{2D} x(t) \end{aligned} \quad (16)$$

۳. نتیجه اصلی

قبل از طراحی کنترل کننده چندین موشک، لم های زیر آورده شده است.

لم ۱: فرض کنید

$$a(*) \in R^{n_a}, b(*) \in R^{n_b}, C \in R^{n_a \times n_b}$$

همه در بازه Ω تعریف شده اند، سپس برای هر ماتریس $Z \in n_a \times n_b, Y \in n_a \times n_b, X \in R^{n_a \times n_b}$ را بدست آوریم.

$$\begin{aligned} &-2 \int_{\Omega} a^T(\alpha) C b(\alpha) d\alpha \\ &\leq \int_{\Omega} \begin{bmatrix} a(\alpha) \\ b(\alpha) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} X & Y - C \\ Y^T - C^T & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a(\alpha) \\ b(\alpha) \end{bmatrix} d\alpha \quad (17) \end{aligned}$$

جایی که ماتریس Z, Y, X میدهد:

$$\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & Z \end{bmatrix} \geq 0.$$

با ترکیب (۳۵~۳۳)، مشتق $V(x(t))$ را به صورت زیر بدست می آوریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) &= \dot{V}_1(x(t)) + \dot{V}_2(x(t)) + \dot{V}_3(x(t)) \\ &\leq x^T(t)(A_D^T P + P A_D + \tau_{max}(\Lambda)^T Z(\Lambda)) \\ &\quad + x^T(t) Q x(t) - x^T(t-\tau) Q x(t-\tau) \\ &\quad + w^T(t) G_D^T P x(t) + x^T(t) P G_D w(t) \end{aligned} \quad (36)$$

که در آن

$$\Lambda = A_D x(t) + G_D w(t) + B_D \bar{K} x(t-\tau)$$

در شرایط اولیه صفر، می توانیم به راحتی $V(x(t))|_{t=0} = 0$ را بدست آوریم، سپس تابع شاخص عملکرد زیر را در نظر می گیریم.

$$J_T \triangleq V(x(t)) - \int_0^t w^T(s) w(s) ds \quad (37)$$

با تبدیل (۳۷) در شرایط اولیه صفر، دریافت می کنیم:

می توانیم (۳۸) را به صورت زیر به (۳۹) تبدیل کنیم.

$$J_T = \int_0^t \eta^T(s) \Pi \eta(s) ds \quad (39)$$

where Π

$$\begin{aligned} \Pi &= \begin{bmatrix} \phi_1 & P B_D K - \tau_{max} A_D^T Z B_D K & \tau_{max} A_D^T Z G_D + P G_D \\ * & -Q + \tau_{max} K^T B_D^T Z B_D K & \tau_{max} K^T B_D^T Z G_D \\ * & * & -I + \tau_{max} G_D^T Z G_D \end{bmatrix} \\ \phi_1 &= L A_D^T + A_D L + \tau_{max} X + Y + Y^T + Q \\ &\quad + \tau_{max} A_D^T Z A_D \end{aligned}$$

اگر $J_t < 0$ ، $\Pi < 0$ در (۳۷) داشته باشیم، نابرابری زیر را بدست می آوریم.

$$x^T(t) P x(t) \leq V(x(t)) < \int_0^T w^T(s) w(s) ds \quad (40)$$

با استفاده از لم ۳.۲، معادله (۲۱) معادل (۴۱) به شرح زیر است.

$$C_{2D}^T C_{2D} < \mu^2 P$$

به طور خلاصه با استفاده از (۱۶)، (۴۰) و (۴۱) می توان نتیجه گیری را به شرح زیر انجام داد.

$$\begin{aligned} z^T(t) z(t) &= x^T(t) C_{2D}^T C_{2D} x(t) \mu^2 x^T(t) P x(t) \leq \\ &\mu^2 \int_0^T w^T(s) w(s) ds \end{aligned} \quad (42)$$

از آنجایی که

$$\mu^2 \int_0^t w^T(s) w(s) ds < \mu^2 \int_0^\infty w^T(s) w(s) ds$$

برای $t > 0$

$$\|z(t)\|_\infty^2 < \mu^2 \|w(t)\|_2^2$$

و

$$\omega(t) \in L_2[0, \infty)$$

را به دست می آوریم تا الزامات مربوط به سیستم کنترلی L_2/L_∞ شاخص عملکرد (۱۵) برآورده شود.

(26)

از جمله:

$$V_1(x(t)) \triangleq x^T(t) P x(t) \quad (27)$$

$$V_2(x(t)) \triangleq \int_{-\tau}^0 \int_{t+\beta}^t \dot{x}^T(\alpha) Z \dot{x}(\alpha) d\alpha d\beta \quad (28)$$

$$V_3(x(t)) \triangleq \int_{t-\tau}^0 \int_{t+\beta}^t x^T(\alpha) Q x(\alpha) d\alpha d\beta \quad (29)$$

با گرفتن مشتق $V_1(x(t))$ و جایگزینی (۲۵) در آن، می توانیم به دست آوریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(x(t)) &= x^T(t) [(A_D + B_D \bar{K}) P + P (A_D \\ &\quad + B_D \bar{K})] x(t) \\ &\quad - 2x^T(t) P B_D \bar{K} \int_{t-\tau}^t \dot{x}(\theta) d\theta + w^T(t) G_D^T P x(t) \\ &\quad + x^T(t) P G_D w(t) \end{aligned} \quad (30)$$

با تعریف

$$a(*) \triangleq x(t), b(*) \triangleq \dot{x}(t), C = P B_D \bar{K}$$

و استفاده از Lemma 1، دریافت می کنیم:

$$\begin{aligned} -2x^T(t) C \int_{t-\tau}^t \dot{x}(\alpha) d\alpha \\ \leq \int_{t-\tau}^t \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(\alpha) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} X & Y - C \\ Y^T - C^T & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(\alpha) \end{bmatrix} d\alpha \\ \leq \tau_{max} x^T(t) X x(t) + 2x^T(t) (Y \\ \quad - P B_D \bar{K}) [x(t) - x(t-\tau)] \\ \quad + \int_{t-\tau}^t \dot{x}(\alpha) Z \dot{x}(\alpha) d\alpha \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & Z \end{bmatrix} \geq 0 \quad (32)$$

با جایگزینی (۳۱) و (۳۲) به (۳۰)، دریافت می کنیم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(x(t)) &\leq x^T(t) (A_D^T P + P A_D + \tau_{max} X + Y \\ &\quad + Y^T) x(t) \\ &\quad + 2x^T(t) (Y - P B_D \bar{K}) x(t-\tau) + w^T(t) G_D^T P x(t) \\ &\quad + x^T(t) P G_D w(t) + \int_{t-\tau}^t \dot{x}(\alpha) Z \dot{x}(\alpha) d\alpha \end{aligned} \quad (33)$$

به همین ترتیب، با گرفتن مشتق $V_2(x(t))$ ، $V_3(x(t))$

به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(x(t)) &= \tau \dot{x}^T(t) Z x^\tau(t) - \int_{t-\tau}^t \dot{x}(\alpha) Z \dot{x}(\alpha) d\alpha \\ &\leq -\tau_{max}(\Gamma) \int_{t-\tau}^t \dot{x}(\alpha) Z \dot{x}(\alpha) d\alpha \end{aligned} \quad (34)$$

where $\Gamma = A_D x(t) + G_D w(t) + B_D \bar{K} x(t-\tau)$.

$$\dot{V}_3(x(t)) = x^T(t) Q x(t) - x^T(t-\tau) Q x(t-\tau) \quad (35)$$

بیست و یکمین کنفرانس بین المللی انجمن هوافضای ایران

(47)

با حل مجموعه نابرابری ماتریس خطی که از اتحاد (۱۹)، (۲۰) و (۴۷) تشکیل شده است. طراحی کنترلر چندگانه موشک در شرایط اغتشاشات خارجی و تاخیر زمانی ورودی به پایان رسیده و با سیستم کنترل $L2/L\infty$ مطابقت دارد.

۴. نتایج شبیه سازی

با استفاده از مدل ارائه شده در (۱۰)، روش کنترل ارائه شده در بخش ۳ با شبیه سازی در Matlab تأیید می شود. مسیر پرواز موشک ها برای نشان دادن کارایی کنترلر داده شده است.

۴.۱ محاسبه عددی کنترلر

پارامترهای کنترلر را به صورت زیر تنظیم کنید:

تعداد موشک: $N = 3$

حداکثر تاخیر زمانی ورودی: τ حداکثر = ۰.۵

$L2/L\infty$ شاخص عملکرد: $\mu = 0.7$

با استفاده از مدل سیستم کنترل ارائه شده در معادله (۳۰)، مجموعه نابرابری های ماتریس خطی بر اساس اتحاد معادلات (۳۳)، (۳۵) و (۶۱) در بخش ۳، و با استفاده از جعبه ابزار LMI در Matlab، بهره کنترلر K به دست آمده است.

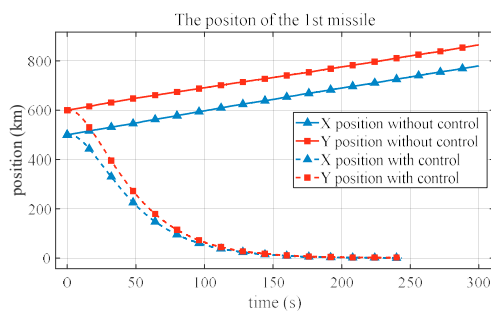
۴.۲ شبیه سازی مسیر پرواز تحت اختلالات کوچک

فرض کنید مقادیر اولیه سه موقعیت موشک (km) و سرعت (km/s) به شرح زیر است.

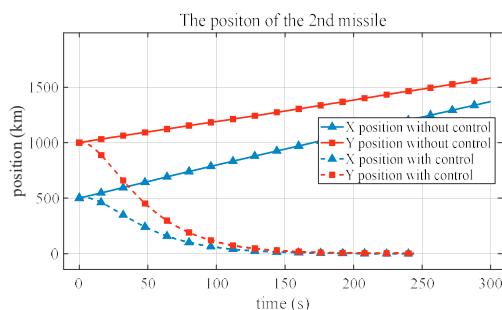
$$\begin{aligned} x_{10} &= [500 \quad 500 \quad 1 \quad 1]^T \\ x_{20} &= [500 \quad 1000 \quad 3 \quad 2]^T \\ x_{30} &= [1000 \quad 800 \quad 2 \quad 1]^T \end{aligned}$$

بگذارید تاخیر زمانی ورودی ۰.۲ باشد و از $\text{rand}(12,1)$ برای شبیه سازی اختلالات کوچک در طول پرواز استفاده می کنیم. مسیرهای وابسته به زمان موشک ها در هواپیمای شاقول در شرایط کنترل شده و کنترل نشده به شرح زیر است.

الف) موقعیت موشک اول



ب) موقعیت موشک دوم



با استفاده مجدد از Lemma 3.2، $\Pi < 0$ معادل (۴۳) به شرح زیر است.

$$\begin{aligned} \phi_2 &= LA_D^T + A_D L + \tau_{max} X + Y + Y^T + Q \\ \phi_2 & \begin{bmatrix} PB_D K - Y & PG_D & \tau_{max} A_D^T \\ * & -Q & 0 & \tau_{max} K^T B_D^T Z \\ * & * & -I & \tau_{max} G_D^T Z \\ * & * & * & -\tau_{max} Z \end{bmatrix} \\ \Pi & < 0 \quad (43) \end{aligned}$$

سپس $L \triangleq P^{-1}$ را تعریف کنید و با ضرب (۴۳) ابتدا در ماتریس سمت چپ

$$\begin{aligned} & \text{diag}(L \quad L \quad I \quad Z^{-1})^T \\ & \text{و سپس در ماتریس سمت راست} \\ & \text{diag}(L \quad L \quad I \quad Z^{-1}) \end{aligned}$$

، (۴۴) را به صورت زیر خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} \phi_3 &= B_D K L - L Y L \quad G_D \quad \tau_{max} L A_D^T \\ \phi_3 & \begin{bmatrix} * & -L Q L & 0 & \tau_{max} L K^T B_D^T \\ * & * & -I & \tau_{max} G_D^T \\ * & * & * & -\tau_{max} Z^{-1} \end{bmatrix} \\ \Pi & < 0 \quad (44) \end{aligned}$$

$$\phi_3 = LA_D^T + A_D L + \tau_{max} L X L + L Y L + L Y^T L + L Q L$$

به همین ترتیب، با ضرب (۳۲) ابتدا در ماتریس چپ

$$\text{diag}(L \quad L)$$

و سپس در ماتریس سمت راست

$$\text{diag}(L \quad L)^T$$

به صورت زیر (۴۸) خواهیم داشت.

$$\begin{bmatrix} L X L & L Y L \\ L Y^T & L Z L \end{bmatrix} \geq 0 \quad (45)$$

حال

$$V \triangleq F L, M \triangleq L X L, N \triangleq L Y L, W \triangleq L Q L, R \triangleq Z^{-1}$$

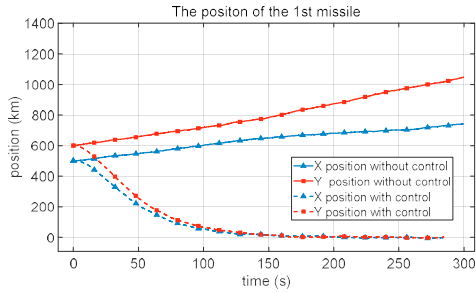
و با جایگزینی آنها به (۴۴) و (۴۵)، (۱۹) و (۲۰) را در قضیه ۳.۱ به دست می آوریم. اثبات قضیه ۳.۱ تکمیل شد. با این حال، معادله (۲۱) شامل جمله $L^{-1} R L$ است که یک جمله خطی نیست. بنابراین (۲۱) یک نابرابری ماتریس خطی نیست. برای حل این مشکل، متغیر S جدید به معادله زیر تعریف شده است.

$$L R^{-1} \geq S \quad (46)$$

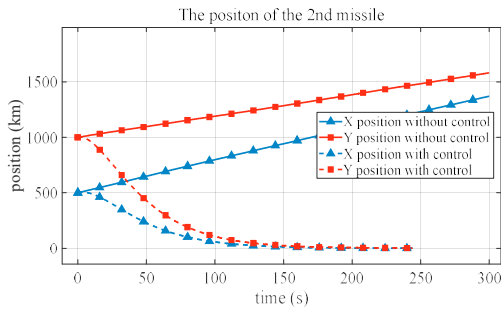
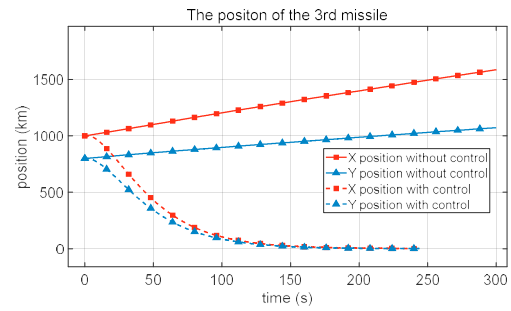
$$T = S^{-1}, U = L^{-1}, G = R^{-1}$$

معادله (۲۱) را می توان به (۴۷) تبدیل کرد.

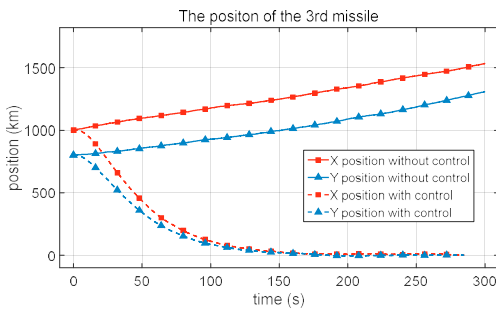
$$\begin{bmatrix} M & N \\ N^T & S \end{bmatrix} \geq 0, \begin{bmatrix} T & U \\ U & G \end{bmatrix} \geq 0, \begin{bmatrix} S & I \\ I & T \end{bmatrix} \geq 0, \begin{bmatrix} L & I \\ I & U \end{bmatrix} \geq 0, \begin{bmatrix} R & I \\ I & G \end{bmatrix} \geq 0$$



الف) موقعیت موشک اول

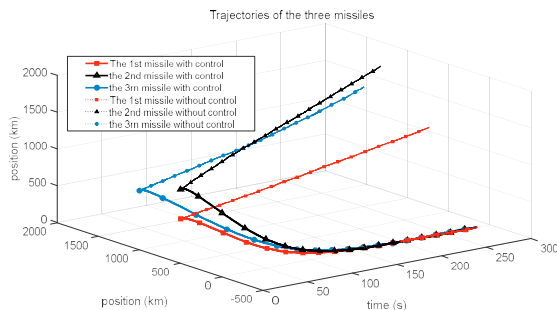


ب) موقعیت موشک دوم



ج) موقعیت موشک سوم

شکل ۳. تغییر موقعیت ۳ موشک با گذشت زمان تحت اختلالات بزرگ (با یا بدون کنترل)



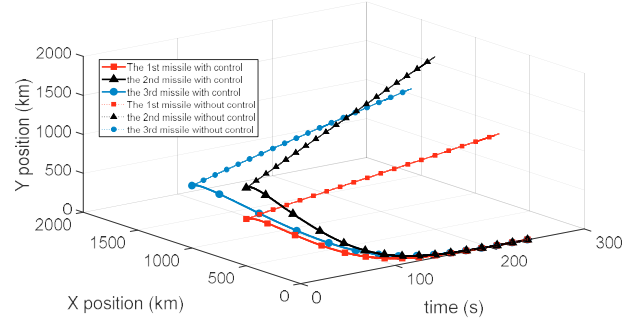
شکل ۴. شبیه سازی سه بعدی مسیر پرواز موشک ها تحت

اختلالات بزرگ (با یا بدون کنترل)

ج) موقعیت موشک سوم

عکس ۱. موقعیت ۳ موشک با گذشت زمان در اختلالات کوچک تغییر می کند (با یا بدون کنترل) از شکل ۱ بالا می بینیم که کنترل کننده روی موشک ها تأثیر گذاشته است. اما به دلیل تاخیر زمانی که روی کنترلر تنظیم کردیم، اثر کنترل بلافاصله اتفاق نیفتاد. پرواز موشک ها با سرعت هایی که روی آنها به عنوان مقادیر اولیه داده شده است، از آغاز شبیه سازی حدود ۲ ثانیه طول می کشد. و سپس موشک های دارای کنترل تحت اختلالات کوچک در حدود ۲۴۰ ثانیه به صفر رسیدند، در حالی که موشک های بدون کنترل سرعت اولیه را حفظ کردند و از هدف منحرف شدند.

Trajectories of the three missiles



شکل ۲. شبیه سازی سه بعدی مسیر پرواز موشک ها تحت

اختلالات کوچک (با یا بدون کنترل)

شکل ۲ یک نمای کلی از مسیر موشک ها در سیستم مختصات سه بعدی را نشان می دهد که توسط زمان و صفحه شاقول تشکیل شده است. ما می توانیم تفاوت را در مسیر پرواز موشک با کنترل یا بدون کنترل از لحاظ بصری بیشتر مقایسه کنیم.

۴.۳ شبیه سازی مسیر پرواز تحت اختلالات بزرگ

مقادیر اولیه موشک ها در شرایطی که در اختلالات کوچک وجود دارد یکسان است. ما از $100 \times (12, 1)$ راندها برای شبیه سازی اختلالات بزرگ در طول پرواز استفاده می کنیم.

بیست و یکمین کنفرانس بین المللی انجمن هوافضای ایران

مراجع

Elahi, A., Alfi, A. and Modares, H. (2019). H-infinity consensus control of discrete-time multi-agent systems under network imperfections and external disturbance, *IEEE-CAA JOURNAL OF AUTOMATICA SINICA*, 6(3), pp. 667–675. doi: 10.1109/JAS.2019.1911474. Hu, WF. Liu, L. and Feng, G. (2016). Consensus of linear multi-agent systems by distributed event-triggered strategy. *IEEE transactions on cybernetics*, 46(1), pp. 148-57. doi:10.1109/TCYB.2015.2398892 Hu, QL. Han, T. and Xin, M. (2018). New impact time and angle guidance strategy via virtual target approach, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 41(8), pp. 1755–1765. doi: 10.2514/1.G003436 Jeon, IS. Lee, JI. and Tahk, MJ. (2010). Homing guidance law for cooperative attack of multiple missiles, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 33(1), pp. 275–280. doi:10.2514/1.40136. Lyu, T. Guo, YN. and Other, A.N

در شکل ۳، آشکار است که موشک های تحت اختلالات بزرگ در مقایسه با شکل ۱ انحراف آشکاری داشتند. اگرچه هر سه موشک با کنترل تحت اغتشاشات بزرگ به موقعیت مورد نظر همگرا شدند، اما زمان شبیه سازی طولانی تر شد. این واقع بینانه تر است و توانایی کنترل کننده در مقاومت در برابر تداخل را نشان می دهد.

۵. نتیجه گیری ها

در این مقاله، یک روش کنترل همگرایی چند موشک پیشنهاد شده است و یک کنترل کننده ساییدگی با شاخص عملکرد L_2/L_∞ به منظور ضد تداخل طراحی شده است. طراحی کنترلر نسبتاً واضح است. فرآیند حل ساده است و سود کنترلر را می توان مستقیماً توسط رایانه حل کرد که برای استفاده از سیستم کنترل پرواز موشک راحت است. این روش را می توان به راحتی با سایر روش های کنترل ترکیب کرد و پتانسیل استفاده در موقعیت واقعی میدان جنگ را دارد.