

## بررسی عددی برداشت انرژی از ارتعاشات ناشی از گردابه یک سیلندر دایره‌ای با استفاده از دو مدل آرایش نصب تیر پیزوالکتریک

شیوا شریفی<sup>۱</sup>، علی اسماعیلی<sup>۲\*</sup>

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، sh.sharifi@mail.um.ac.ir

۲- استادیار گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، aliesmaeli@ferdowsi.um.ac.ir

### چکیده

برداشت انرژی از ارتعاشات ناشی از جریان در طول دهه گذشته بسیار مورد توجه قرار گرفته است و با توجه به آنکه جریان سیال دارای چگالی انرژی بالایی است آن را به یکی از بهترین گزینه‌ها برای سیستم‌های برداشت انرژی تبدیل می‌کند. پیشرفت‌های اخیر در حسگرهای بی‌سیم و فناوری‌ها در سیستم‌های میکروالکترومکانیکی، تقاضا برای برداشت انرژی پیزوالکتریک از تعامل سیال-سازه را افزایش داده است. از آنجایی که برداشت انرژی پیزوالکتریک از جریان سیال شامل برهمکنش سه طرفه بین جریان سیال آشفته، مدار الکتریکی و رفتار ساختاری تیر است، چالش‌های موجود در مدل‌سازی ریاضی و روش‌های حل عددی مناسب به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد. در این مقاله یک مدل کوپل سه طرفه که آیرودینامیک، ارتعاشات ساختاری و پاسخ الکتریکی مبدل پیزوالکتریک را در نظر می‌گیرد، توسعه داده شده است. به منظور اعتبارسنجی مدل پیشنهادی، یک مطالعه موردی در نظر گرفته شد و نتایج شبیه‌سازی‌های عددی با داده‌های تجربی موجود مقایسه شد. این روش برای یک سیلندر دایره‌ای اعمال شد و دو مدل آرایش نصب تیر پیزوالکتریک در گردابه‌های پشت سیلندر دایره‌ای مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است کار فعلی نشان می‌دهد که آرایش موازی سه تیر پیزوالکتریک در پشت سیلندر دایره‌ای منجر به افزایش قابل توجه برداشت انرژی و توان خروجی بالاتر نسبت به آرایش یک تیر پیزوالکتریک در پشت سیلندر می‌شود.

**واژه‌های کلیدی:** برداشت انرژی-کوپل سه طرفه-مواد پیزوالکتریک-ارتعاشات ناشی از گردابه

### ۱- مقدمه

در سال‌های اخیر فن‌آوری‌های برداشت انرژی ارتعاشی بسیار مورد توجه محققان قرار گرفته است. پیشرفت‌های اخیر در فناوری سیستم‌های میکروالکترومکانیکی (MEMS) و اجزای الکترونیکی کوچک‌شده که بدون منبع برق سیمی یا باتری کار می‌کنند، منجر به توسعه دستگاه‌های خود تغذیه می‌شوند که نیروی مورد نیاز خود را از انرژی موجود محیط، مانند ارتعاشات مکانیکی تولید می‌کنند. به طور کلی در این حوزه تحقیقاتی سه روش برداشت انرژی شامل استفاده از مبدل‌های الکترومگنتیک [۱]، الکترواستاتیک [۲] و پیزوالکتریک [۳-۵] معرفی شده است. از آنجایی که مبدل‌های پیزوالکتریک ساختار ساده‌ای دارند و می‌توانند ارتعاشات مکانیکی را به انرژی الکتریکی با چگالی توان بالاتر تبدیل کنند و همچنین می‌توانند امواج مکانیکی را در بازه وسیعی از فرکانس دریافت کنند بنابراین گزینه مناسبی برای برداشت انرژی از منابع ارتعاشاتی محسوب می‌شوند. از

نقطه نظر طراحی و اجراء، ارتعاشات ناشی از جریان یکی از منابع ارتعاشی قابل دسترس است که می‌تواند برای برداشت انرژی مورد توجه قرار گیرد. سه مکانیزم اصلی ارتعاشات ناشی از جریان عبارت‌اند از ارتعاشات ناشی از گردابه [۶، ۷]، فلاتر [۸] و گلوپینگ [۹]. برداشت انرژی از ارتعاشات ناشی از گردابه در تحقیقات بسیاری مورد بررسی قرار گرفته است. در این پدیده، جسمی در معرض جریان سیال قرار می‌گیرد و جریان از بخش بزرگی از سطح آن جدا می‌شود و گردابه‌هایی را در پشت جسم ایجاد می‌کند که خیابان گردابه‌ای فون کارمن نامیده می‌شود با قرار دادن تیر پیزوالکتریک در گردابه‌های موجود در این جریان، یک نیروی دوره‌ای به تیر ایجاد می‌شود که وقتی با فرکانس تشدید آن تنظیم شود، حداکثر ولتاژ خروجی تولید می‌شود. آلن و اسمیت [۱۰] رفتار نوارهای پیزوالکتریک طولانی و بسیار انعطاف‌پذیر (به اصطلاح "مارماهی") را در دنباله یک صفحه مسطح نرمال به جریان مطالعه کردند. آنها نتایجی را در مورد پاسخ ساختاری مارماهی بر اساس تحلیل مودال ارائه کردند و تصاویر سرعت سنجی تصویری ذرات (PIV) را برای پشتیبانی و تفسیر پیش‌بینی‌های خود ارائه کردند. تیولور و همکاران [۱۱] به منظور برداشت انرژی از امواج اقیانوس، از ساختار مارماهی ساخته شده از یک ماده پلیمری پیزوالکتریک بایمورف استفاده کردند و آن را در پشت یک جسم بلاف در اقیانوس‌ها و جریان‌های رودخانه نصب کردند تا نیروی الکتریکی را از آب جاری استخراج کنند. آکایدین و همکاران [۱۲]، با در نظر گرفتن یک تیر پیزوالکتریک در گردابه‌های یک استوانه دایره‌ای با هدف برداشت انرژی از جریان سیال به صورت عددی برهمکنش سه طرفه بین جریان آشفته، ساختار پیزوالکتریک و مدار الکترونیکی برداشت کننده را مطالعه کرده‌اند. در کار آنها، تیر پیزوالکتریک با استفاده از یک مدل SDOF شبیه‌سازی شده است، که برای مدل‌سازی برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک به اندازه کافی دقیق نیست علاوه بر این، تنها یک نسخه ساده شده از کوپلینگ الکترومکانیکی با فرض شرایط مدار باز استفاده می‌شود، بنابراین اعتبارسنجی در مسائل اتصال کوتاه از دست می‌رود. امینی و همکاران [۱۳] رویکرد پیشرفته‌تری را در شبیه‌سازی برهمکنش سه طرفه دنبال کرده‌اند، که در آن ساختار پیزوالکتریک توسط روش اجزای محدود (FEM) تقریب زده شده است. چنین مدلی به شرایط مدار باز محدود نمی‌شود، بنابراین اجازه می‌دهد از هر مقدار مقاومت الکتریکی در شبیه‌سازی‌ها استفاده شود با این وجود، به دست آوردن راه حل برای سیستم‌های فیزیکی پیچیده (به عنوان مثال در فضای سه بعدی، با در نظر گرفتن یک هندسه خاص) از طریق این رویکرد عملی نیست، زیرا حل بخش ساختاری توسط روش اجزای محدود هزینه‌های محاسباتی را افزایش می‌دهد و پیچیدگی‌هایی را برای الگوریتم کوپل ایجاد می‌کند.

متطابق با این مفروضات، معادله حرکت مکانیکی با کوپل الکتریکی در قاب  $(x, y)$  مطلق را می توان به صورت زیر نوشت [۱۴]:

$$YI \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} + c_s I \frac{\partial^5 y(x, t)}{\partial x^4 \partial t} + c_a \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} + m \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + \vartheta v(t) \left[ \frac{d\delta(x)}{dx} - \frac{d\delta(x-L)}{dx} \right] = F(t) \quad (1)$$

که در آن  $\delta(x)$  تابع دلتای دیراک است و  $c_s I$  عبارت میرایی معادل مقطع مرکب به دلیل ویسکوالاستیسیته ساختاری است  $c_s$  نشان دهنده ضریب معادل میرایی نرخ کرنش است،  $I$  معادل گشتاور دوم سطح مقطع مرکب است،  $c_a$  ضریب میرایی ویسکوزیته هوا،  $m$  جرم در واحد طول تیر،  $L$  طول تیر، و  $F$  نیروی ناشی از جریان سیال است. علاوه بر این،  $YI$  سختی خمشی سطح مقطع کامپوزیت است و  $\vartheta$  عبارت کوپلینگ الکترومکانیکی است که به صورت رابطه (۳) نوشته می شود:

$$YI = b \left[ \frac{Y_s (h_b^3 - h_a^3) + Y_p (h_c^3 - h_b^3)}{3} \right] \quad (2)$$

$$\vartheta = - \frac{Y_p d_{31} b}{2h_p} (h_c^2 - h_b^2) \quad (3)$$

که  $Y$  و  $b$  به ترتیب نشان دهنده مدول یانگ و عرض تیر هستند. علاوه بر این، زیرنویس های  $p$  و  $s$  مربوط به لایه های پیزوالکتریک و زیرلایه هستند،  $h_a$  موقعیت پایین لایه زیرین از محور خنثی،  $h_b$  موقعیت پایین لایه پیزوالکتریک از محور خنثی و  $h_c$  موقعیت بالای لایه پیزوالکتریک از محور خنثی است [۱۴]. علاوه بر این،  $d$  نشان دهنده ثابت کوپلینگ پیزوالکتریک است، و زیرمجموعه های ۱ و ۳ به ترتیب جهت کرنش محوری و قطبش را نشان می دهند.

در رابطه با معادله مدار الکتریکی با کوپلینگ مکانیکی، با فرض یک برداشت کننده یکسرگیردار نازک و در نظر گرفتن تئوری تیر اویلر-برنولی، اجزای تنش یک تیر نازک به جز تنش خمشی محوری ناچیز است. همراه با این ساده سازی، اگر یک جفت الکتروود وجه عمود بر ۳ جهت را بپوشاند (حالت {۱-۳})، مولفه کرنش محوری در موقعیت  $x$  و زمان  $t$  در لایه پیزوالکتریک با انحنای تیر و فاصله مرکز لایه پیزوالکتریک تا محور خنثی ( $h_{pc}$ ) متناسب است. بنابراین، معادله تشکیل دهنده الکتریکی را می توان به صورت زیر نوشت:

$$D_3(x, t) = Y_p h_{pc} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} - \varepsilon_{33}^S \frac{v(t)}{h_p} \quad (4)$$

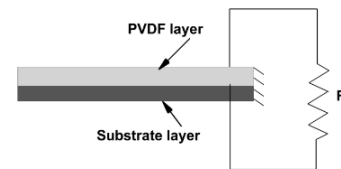
که در آن  $D$  جابجایی الکتریکی است،  $\varepsilon$  ثابت گذردهی است و بالانویس  $S$  نشانگر کرنش صفر یا ثابت است. برای یک لایه پیزوالکتریک منفرد که در اتصال به مدار ورودی  $1/R$  کار می کند، معادله مدار الکتریکی کوپل شده از رابطه زیر به دست می آید [۱۴]:

$$\frac{\varepsilon_{33}^S b L}{h_p} \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{R} = - \int_{x=0}^L d_{31} Y_p h_{pc} \frac{\partial^3 y(x, t)}{\partial x^2 \partial t} dx \quad (5)$$

بنابراین، توسعه یک مدل ریاضی دقیق برای پیش بینی کارایی و ویژگی های عملیاتی دستگاه های برداشت انرژی در آینده، با هدف افزایش استحکام و عملکرد آنها، بسیار مطلوب است و انتظار می رود در دسترس بودن آن، بررسی های محاسباتی پدیده های فیزیکی و ویژگی های کوپل را تسهیل کند. در مقاله حاضر به منظور برآورد کارآمد توان خروجی تولید شده از ارتعاشات ناشی از گردابه یک سیلندر دایره ای، یک مدل آنالکترومکانیکی دقیق کوپل شده توسعه داده شده است به طوری که یک مدل الکترومکانیکی برای یک برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک یکسر گیردار، بر اساس روش انرژی و تئوری تیر اویلر-برنولی که با معادلات حاکم بر جریان سیال (معادلات ناویر-استوکس) همراه است، ارائه شده است. در رابطه با ساختار پیزوالکتریک، معادلات کوپلینگ کلی به دست آمده و پاسخ مکانیکی تیر و ولتاژ خروجی از جواب های ریاضی دقیق این معادلات محاسبه می شود. برخلاف تلاش های قبلی در مورد مدل سازی این کوپل سه طرفه، مطالعه حاضر یک راه حل دقیق از معادلات الکترومکانیکی برای تیر پیزوالکتریک با الهام از کار ارتورک و اینمن [۱۴] معرفی می کند، به طوری که هزینه محاسباتی شبیه سازی های عددی پایین نگه داشته می شود و علاوه بر این، رویکرد پیشنهادی محدود به شرایط مدار باز نیست. نیروی ناشی از سیال یک ترم کوپل کننده بین بخش های آیرودینامیکی و ساختاری است زیرا برداشت کننده انرژی توسط جریان سیال اطراف برانگیخته می شود. از این رو، یک بیان ریاضی برای نیروهای فشاری و ویسکوز وارد بر سطوح تیر ارائه شده است، به طوری که می توان نیروی خالص القایی را محاسبه کرد. در نهایت، دو مدل آرایش نصب تیر پیزوالکتریک در گردابه های پشت سیلندر دایره ای مورد بررسی قرار گرفته است.

### ۱- مدل الکترومکانیکی تیر پیزوالکتریک

در این تحقیق، یک برداشت کننده انرژی یونیمورف همانطور که در شکل ۱ نشان داده شده است در نظر گرفته شده است. این برداشت کننده شامل یک تیر کامپوزیت اویلر-برنولی ساخته شده از یک لایه پلی وینیلیدین فلوراید (PVDF) که کاملاً به زیرلایه متصل است، می باشد. فرض بر این است که این برداشت کننده به طور مداوم توسط جریان سیال برانگیخته می شود، بنابراین به طور پیوسته می توان خروجی های الکتریکی را از بار مقاومتی استخراج کرد. تیر برداشت کننده توسط نیروی سیال اعمال شده توسط یک گرداب عبوری تحریک می شود.



شکل ۱- مدل شماتیک برداشت کننده پیزوالکتریک یونیمورف

جابجایی مطلق تیر در هر نقطه  $x$  در امتداد محور تیر در جهت عرضی (یعنی در جهت  $y$ ) در اینجا با  $y(x, t)$  نشان داده می شود. علاوه بر این، دو نوع مکانیزم میرایی شامل می شود: میرایی ویسکوزیته هوا و میرایی کلویین ویت.

$$= -\frac{d_{31}Y_p h_{pc} h_p}{\epsilon_{33}^s L} \frac{d\phi_r(x)}{dx} \Big|_{x=L} \quad (13)$$

که در آن  $c$  یک ثابت دلخواه بسته به شرط اولیه اعمال شده در معادله (۱۲) است. از آنجایی که هم جابجایی اولیه و هم سرعت اولیه تیر صفر در نظر گرفته شده است، این ثابت دلخواه صفر است ( $c = 0$ ).

معادلات الکترومکانیکی کوپل شده، یعنی معادلات (۹) و (۱۲)، به گونه ای حاصل شده است که ولتاژ خروجی ( $v(t)$ ) و پاسخ مکانیکی ( $\eta_r(t)$ ) با حل عددی این معادلات به دست می آید. پس از آن، جابجایی عرضی تیر در هر موقعیت را می توان از پاسخ مکانیکی در معادله (۶) تعیین کرد.

### ۲- معادلات حاکم بر جریان سیال

معادلات حاکم بر جریان سیال لزج و تراکم ناپذیر توسط معادلات ناپایا نایر-استوکس توصیف می شود. معادلات بقاء جرم و مومنتوم برای یک سیال تراکم ناپذیر به صورت زیر بدست می آید:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial(u_i)}{\partial t} + u_i \frac{\partial(u_i)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left( \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} \right) \quad (15)$$

که  $\rho$  نشان دهنده چگالی ثابت،  $\mu$  ویسکوزیته سینماتیکی،  $p$  فشار، و  $u_i$  مخفف  $i$  امین مولفه سرعت است.

به منظور شبیه سازی عددی، لازم است معادلات نایر-استوکس به روش حجم محدود حل گرد [۱۶]. مدل آشفتگی  $k-\omega$  SST در مطالعه حاضر به دلیل عملکرد برتر آن در پیش بینی جریان ها در حضور گرادیان های فشار نامطلوب انتخاب شده است [۱۷].

روش عددی مورد استفاده در این تحقیق از الگوریتم سیمپل (یک روش نیمه ضمنی برای معادلات متصل به فشار) و یک گسسته سازی با دقت مرتبه دوم برای فشار استفاده می کند. علاوه بر این، از حلگر درونیایی درجه دوم (درونیایی درجه دوم بالادست جهت حرکت شناسی همرفتی) در مقاله ای که پریرا و همکاران انجام دادند [۱۸] در گسسته سازی حجم محدود معادلات بقا مورد استفاده قرار گرفته است. باین حال، انتگرال گیری زمانی به روش ضمنی با دقت مرتبه دوم، به منظور کاهش محدودیت های پایداری عددی در نظر گرفته شده است.

### ۳- سیستم کوپل شده

برداشت انرژی از تیرهای پیزوالکتریک انعطاف پذیر که توسط سیال اطراف برانگیخته می شوند، شامل برهمکنش متقابل جریان سیال، ساختار مکانیکی و مدار الکتریکی متصل است، بنابراین به یک الگوریتم کوپل سه طرفه نیاز دارد. فشار جریان سیال یک نیروی توزیع شده بر روی سطوح برداشت کننده اعمال می کند که باعث تغییر شکل آن و در نتیجه ایجاد کرنش های مکانیکی در لایه های پیزوالکتریک می شود. کرنش مکانیکی باری را در لایه های پیزوالکتریک ایجاد می کند که سپس توسط مدار برداشت کننده استفاده می شود. پاسخ مدار به ساختار پیزوالکتریک باز می گردد و شکل آن

از این رو، معادلات (۱) و (۵) معادلات الکترومکانیکی برای یک برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک یکسرگیردار هستند. برای حل این معادلات کوپل الکترومکانیکی، جابجایی عرضی تیر  $y(x, t)$  را می توان به صورت رابطه (۶) بیان کرد:

$$y(x, t) = \sum_{r=1}^{\infty} \phi_r(x) \eta_r(t) \quad (6)$$

که در آن  $\phi_r(x)$  و  $\eta_r(t)$  به ترتیب تابع شکل مود نرمالیزه شده و تابع پاسخ زمانی در مود  $r$ -ام هستند. تابع شکل مود نرمالیزه شده را می توان از عبارت زیر تعیین کرد:

$$\phi_r(x) = \sqrt{\frac{1}{mL}} \left[ \cosh \frac{\lambda_r}{L} x - \cos \frac{\lambda_r}{L} x - \frac{\sinh \lambda_r - \sin \lambda_r}{\cosh \lambda_r + \cos \lambda_r} \left( \sinh \frac{\lambda_r}{L} x - \sin \frac{\lambda_r}{L} x \right) \right] \quad (7)$$

معادله مشخصه معتبر برای شرایط مرزی مرتبط با تیر یکسرگیردار، به شرح زیر است:

$$1 + \cos \lambda \cosh \lambda = 0 \quad (8)$$

اکنون، جابجایی نسبی تیر که توسط معادله (۶) معرفی شده است را می توان در معادلات الکترومکانیکی جایگزین کرد (معادلات (۱) و (۵)). با در نظر گرفتن شرایط متعامد توابع ویژه [۱۵] و استفاده از معادله (۶) در معادله (۱)، معادله دیفرانسیل معمولی کوپل شده الکترومکانیکی به دست می آید و حل این معادله را می توان با استفاده از انتگرال دوهامل [۱۴] به صورت زیر بدست آورد:

$$\eta_r(t) = \frac{1}{\omega_{rd}} \int_{\tau=0}^t [f(t) - \chi_r v(\tau)] e^{-\zeta_r \omega_r (t-\tau)} \sin(\omega_{rd}(t-\tau)) d\tau$$

$$\chi_r = \vartheta \frac{d\phi_r(x)}{dx} \Big|_{x=L} \quad (9)$$

که در آن  $\omega_{rd} = \sqrt{1 - \zeta_r^2}$  فرکانس طبیعی میرایی مود  $r$ -ام است. فرکانس طبیعی  $\omega_r$  و نسبت میرایی  $\zeta_r$  را می توان با استفاده از عبارات زیر محاسبه کرد:

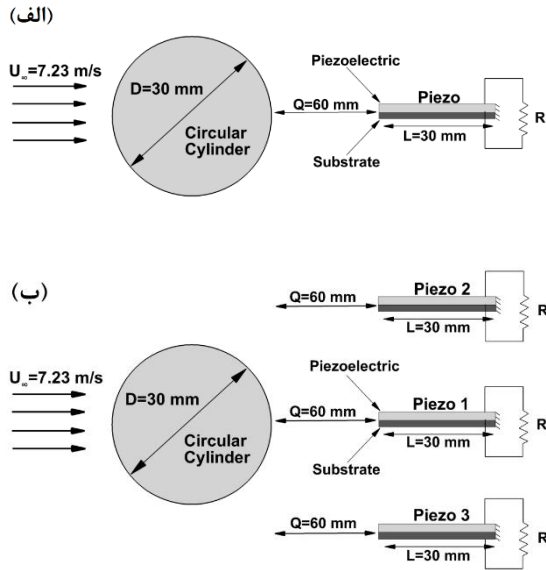
$$\omega_r = \lambda_r^2 \sqrt{\frac{YI}{mL^4}} \quad (10)$$

$$\zeta_r = \frac{c_s I \omega_r}{2YI} + \frac{c_a}{2m\omega_r} \quad (11)$$

فرمول نسبت میرایی، شامل اثرات هر دو میرایی نرخ کرنش به عنوان نسبتی از سفتی خمشی تیر، و میرایی ویسکوزیته هوا است که یک رابطه متقابل با جرم واحد طول تیر دارد. مجدداً با استفاده از معادله (۶) در معادله (۵)، حل نهایی ولتاژ در مدار الکتریکی به صورت رابطه زیر حاصل می شود:

$$v(t) = e^{-t/\tau_c} \left( \int e^{t/\tau_c} \sum_{r=1}^{\infty} \varphi_r \frac{d\eta_r(t)}{dt} dt + c \right) \quad (12)$$

$$\varphi_r = -\frac{d_{31}Y_p h_{pc} h_p}{\epsilon_{33}^s L} \int_0^L \frac{d^2 \phi_r(x)}{dx^2} dx$$



شکل ۲- مدل شمانیک سیلندر و برداشت کننده انرژی  
الف) آرایش یک تیر، ب) آرایش موازی سه تیر

جدول ۱- مقادیر عددی پارامترهای فیزیکی تیرهای پیزوالکتریک

پارامتر فیزیکی	نماد	مقدار
طول تیر	$L (mm)$	۳۰
عرض تیر	$w (mm)$	۱۶
مدول یانگ پیزوالکتریک	$Y_p (GPa)$	۳
ضریب کوپلینگ پیزوالکتریک	$e_{31} (C/m^2)$	۰.۰۷
ضریب گذردهی در کرنش ثابت	$\epsilon_{33}^S (nF/m)$	۰.۰۸
ضخامت پیزوالکتریک	$h_p (\mu m)$	۲۸
چگالی پیزوالکتریک	$\rho_p (kg/m^3)$	۱۷۸۰
چگالی زیرلایه	$\rho_s (kg/m^3)$	۱۳۹۰
مدول یانگ زیرلایه	$Y_s (GPa)$	۳.۷۹
ضخامت زیرلایه	$h_s (\mu m)$	۱۷۲

## ۵- شبکه بندی و شرایط مرزی

شبکه محاسباتی مورد استفاده در شبیه سازی های حاضر شامل توپولوژی های با سازمان و بی سازمان می باشد. به منظور تسهیل فرآیند شبکه بندی مجدد دینامیکی، یک توپولوژی بدون ساختار (سلول های مثلثی) در مجاورت تیر اعمال می شود و سلول های چهار ضلعی در سایر مناطق دامنه محاسباتی استفاده می شود، همانطور که در شکل ۳ نشان داده شده است، مرزهای دور میدان حل با فاصله تقریباً ۱۰ برابر قطر از مرکز استوانه جانمایی شده است. در مرز ورودی سرعت ورودی و در مرز خروجی از شرط مرزی فشار خروجی استفاده شده که این مرز دارای فاصله ۲۰ برابر قطر در پایین دست استوانه مدور وضع شده است و شرایط عدم لغزش نیز در تمام سطوح دیواره جامد، از جمله تیر پیزوالکتریک و سطوح سیلندر اعمال شده است. در این میان می توان به عوامل مؤثر بر کیفیت شبکه اشاره کرد که از جمله

را تغییر می دهد و در نتیجه میدان جریان سیال را اصلاح می کند. همه این برهمکنش ها را می توان با معادلات حاکم در هر زمینه با افزودن ترم های کوپل مناسب مدل سازی کرد.

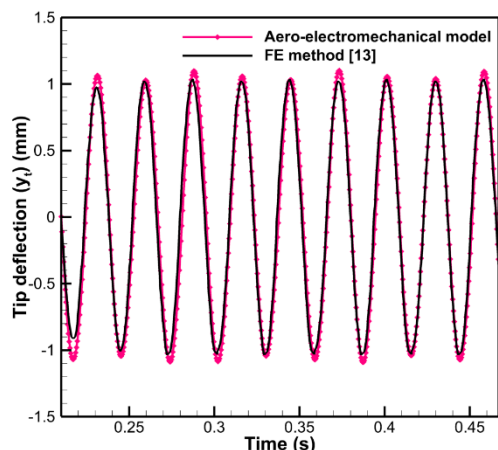
نیروی ناشی از جریان سیال، از توزیع فشار و تنش برشی ویسکوز دیواره با انتگرال گیری روی سطح تیر پیزوالکتریک محاسبه می شود. سپس نیروی سیال توزیع شده در هر سلول شبکه بر روی تابع شکل مود نرمالیزه شده به صورت زیر پیش بینی می شود:

$$f_r(t) = \int_{x=0}^L (f_p(x, t) + f_v(x, t)) \phi_r(x) dx \quad (16)$$

که در آن  $f_p(x, t)$  و  $f_v(x, t)$  فشار خالص و نیروهای ویسکوز هستند که بر سطح تیر وارد می شوند. در هر گام زمانی، نیروی مودال ناشی از سیال  $f_r$  ثابت می ماند و در حل معادله ساختاری استفاده می شود. معادلات کوپل شده الکترومکانیکی (یعنی معادلات (۹) و (۱۲)) به صورت مکرر حل می شوند تا زمانی که مقادیر همگرا ولتاژ و پاسخ مکانیکی حاصل شود. جابجایی تیر با استفاده از معادله (۶) تعیین می شود. و شبکه جریان سیال متعاقباً بر این اساس تغییر می کند. در نهایت معادلات RANS در دامنه محاسباتی تغییر شکل یافته حل شده و نیروهای تصحیح شده بر روی سطوح تیر محاسبه می شوند. این مراحل حل در هر گام زمانی تکرار می شوند تا زمانی که تغییرات جابجایی تیر با یک معیار از پیش تعیین شده همگرا شوند.

## ۴- مطالعه موردی

با توجه به آنکه خیابان گردابی تشکیل شده در پشت سیلندر دایره ای یک مسئله مناسب برای شفاف سازی مکانیزم های ارتعاشات ناشی از گردابه فراهم می کند و از آنجا که وجود برداشت کننده انرژی در مجاورت سیلندر بر ویژگی های ریزش گرداب تأثیر می گذارد و چنین تأثیراتی به محل تیر و همچنین به پیکربندی نصب بستگی دارد. همانطور که در شکل ۲ نشان داده شده است، یک برداشت کننده یونیمورف متشکل از یک لایه ماده پیزوالکتریک (PVDF) و یک لایه مایلار (زیر لایه) در دنباله استوانه دایره ای قرار داده شد. سرعت جریان آزاد ۷.۲۳ متر بر ثانیه می باشد که با عدد رینولدز ۱۴۸۰۰ مطابقت دارد و دارد و شدت آشفتگی در حدود ۱ درصد تنظیم شده است. این مقدار سرعت جریان آزاد برای فراهم شدن فرکانس ریزش گردابی نزدیک به فرکانس رزونانس تیر پیزوالکتریک، انتخاب شده است و با توجه به اینکه فرکانس تشدید تیر ۴۸.۵ هرتز است، یک استوانه با قطر ۰.۰۳ متر با سرعت جریان آزاد ۷.۲۳ متر بر ثانیه گرداب هایی را در رزونانس با فرکانس طبیعی تیر می ریزد و در این شرایط با توجه به عدد استروهال فرکانس غالب ریزش گرداب یک استوانه ۴۸.۸۷ هرتز می باشد [۱۲]. در این شرایط جریان، یک خیابان گردابی کاملاً متلاطم تشکیل می شود که برای استخراج انرژی از آن مناسب است. در مطالعه حاضر، دو نوع آرایش نصب برای برداشت کننده انرژی پیزوالکتریک در نظر گرفته شده است. در آرایش اول، یک تیر پیزوالکتریک به صورت پرچم معکوس در فاصله ۶۰ میلی متر (۲ برابر قطر) از مرکز سیلندر با قطر ۰.۰۳ متر قرار گرفته است و در آرایش دوم ۳ تیر پیزوالکتریک (پرچم معکوس) به صورت موازی با یکدیگر در فاصله ۶۰ میلی متر از مرکز سیلندر با قطر ۰.۰۳ متر قرار گرفته اند. خواص تیر پیزوالکتریک در جدول ۱ آورده شده است.

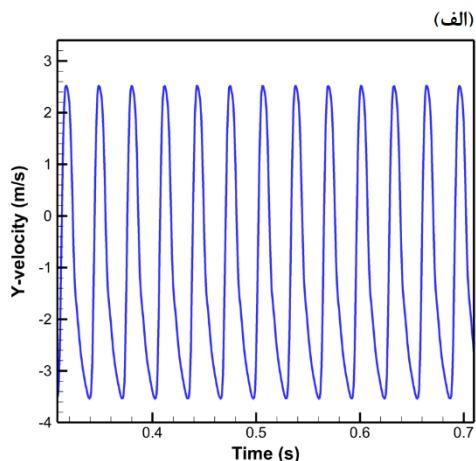


شکل ۴- مقایسه تاریخچه زمانی جابجایی نوک تیر حاصل شده توسط رویکرد آنروالکترومکانیکی حاضر، با نتایج روش اجزای محدود توسط امینی و همکاران [۱۳].

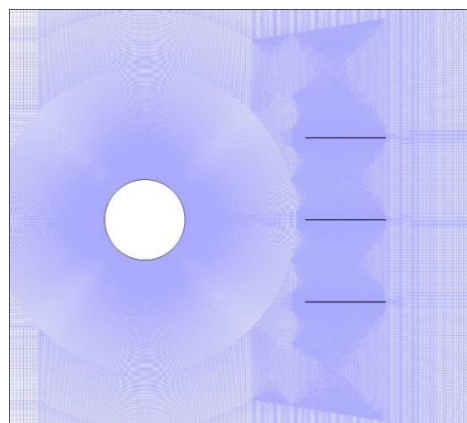
علاوه بر این، برخلاف الگوریتم مورد استفاده امینی و همکاران [۱۳]، مدل آنروالکترومکانیکی پیشنهادی به دلیل فرمول‌بندی شدیداً کوپل شده‌اش، نیازی به اعمال کوپلینگ در هر گام زمانی ندارد. بنابراین در رویکرد پیشنهادی، حل دقیق معادلات الکترومکانیکی بدون نیاز به حل عددی این معادلات با روش اجزای محدود که امینی و همکاران انجام داده اند، بدست آمده است.

#### ۷- نتایج

با توجه به حضور تیر پیزوالکتریک، حداکثر تبدیل توان الکتریکی باید زمانی حاصل شود که تیر برداشت کننده در اولین فرکانس طبیعی خود ارتعاش کند. علاوه بر این، فرکانس غالب جریان سیال باید دقیقاً با اولین فرکانس تشدید تیر مطابقت داشته باشد. مولفه سرعت عمودی لحظه ای (سرعت  $Y$ ) در نقطه ای در امتداد خط مرکزی استوانه در فاصله ۴ برابر قطر در پشت استوانه و تیرها و فرکانس غالب ریزش گرداب توسط تحلیل تبدیل فوریه سریع (FFT) برای هر دو شبیه سازی در شکل های ۵ و ۶ نشان داده شده است.



آنها عبارت اند از اسکینوس و نسبت منظری بر همین مبنا تلاش شده است تا مقادیر حدی پارامترهای مذکور در کل ناحیه محاسباتی در بازه مناسبی قرار گیرد. حلگر مورد استفاده در این تحقیق، نرم افزار تجاری انسیس فلونت نسخه ۲۰۲۰ می باشد که میدان سیال را محاسبه می کند. از این رو، معادلات کوپل الکترومکانیکی و برهمکنش های بین جریان، ساختار و مدار الکتریکی از طریق یک تابع تعریف شده توسط کاربر (UDF) در فلونت انجام می شود. گام زمانی مورد استفاده در هر شبیه سازی گزارش شده در این مقاله ۰.۰۰۰۵ ثانیه است، همچنین به منظور تأیید استقلال گام زمانی، این مقدار زمانی در مرحله مقدماتی نصف شده است.



شکل ۳- شبکه بندی آرایش موازی سه تیر

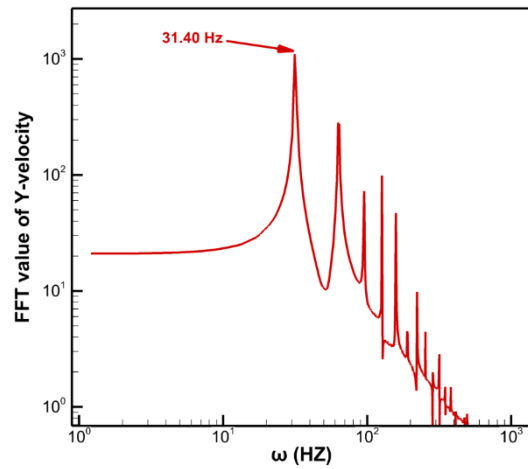
#### ۶- اعتبار سنجی

مسئله ای که قبلاً در شکل ۲-الف نشان داده شده بود توسط آکایدین و همکاران به صورت تجربی و عددی مورد مطالعه قرار گرفته است [۱۹، ۱۲]. در شبیه سازی حاضر روش SDOF مورد استفاده توسط آکایدین و همکاران [۱۲] به منظور مقایسه، نتایج جابجایی نوک تیر پیزوالکتریک ( $v_t$ ) با داده های به دست آمده توسط نویسندگان فوق، استفاده شده است. با این حال باید تاکید کرد که روش SDOF، با فرض مقاومت الکتریکی بی نهایت، تنها می تواند شرایط مدار باز را پیش بینی کند. در نتیجه معادله الکتریکی یک رابطه بین جابجایی نوک و ولتاژ را ساده می کند، در نتیجه دقت نتایج را کاهش می دهد و از هرگونه ارزیابی از اثر مقاومت الکتریکی متغیر جلوگیری می کند. برخلاف روش SDOF، مدل آنروالکترومکانیکی قادر به شبیه سازی این مسئله برای مقادیر مختلف مقاومت بار است. با هدف اعتبار سنجی رویکرد دوم، یک شبیه سازی با استفاده از الگوریتم آنروالکترومکانیکی پیشنهادی انجام می شود. در شکل ۴ نتایج مربوط به جابجایی نوک تیر تحت ارتعاشات ناشی از گرداب با نتایج محاسبات اجزای محدود انجام شده توسط امینی و همکاران مقایسه شده است [۱۳]، و در هر دو مقاومت ۱۰۰ کیلو اهم است. به نظر می رسد رویکرد پیشنهادی با مزیت کاهش قابل توجه در هزینه های محاسباتی، و دسترسی آسان به پیچیدگی های خاص کوپل سه طرفه، یک توافق عالی بین مدل فعلی و شبیه سازی اجزای محدود ایجاد می کند.

سه تیر پیزوالکتریک در پشت استوانه فرکانس غالب ریزش گرداب ۳۹.۶۸ هرتز می‌باشد. از طرفی در غیاب تیر پیزوالکتریک، فرکانس غالب ریزش گرداب یک استوانه ۴۸.۸۷ هرتز حاصل شده است که در رزونانس با فرکانس طبیعی تیر می‌باشد [۱۲]. بنابراین در هر دو شبیه سازی بررسی شده در این تحقیق، فرکانس غالب ریزش گرداب کمتر می‌شود همچنین در مقالات متعددی نشان داده شده است که وجود صفحات شکاف در پایین دست سیلندر های دایره ای، ریزش گرداب از سیلندر را کاهش می‌دهد [۲۰]. از طرفی با توجه به اینکه در هر دو شبیه سازی فرکانس طبیعی تیرها ۴۸.۵ هرتز می‌باشد به منظور افزایش برداشت انرژی می‌توان تیرها را طوری طراحی کرد که فرکانس طبیعی آن‌ها به فرکانس غالب ریزش گرداب حاصل شده در این تحقیق نزدیک شود.

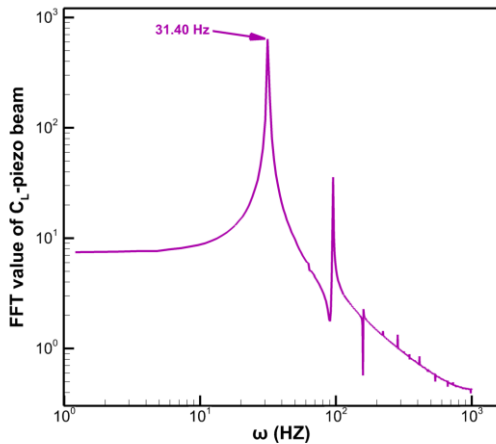
با استفاده از تبدیل فوریه ضریب برآ تیرهای پیزوالکتریک، فرکانس اجباری در حال نوسان تیرهای پیزوالکتریک در شکل ۷ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود در آرایش یک تیر، تیر با فرکانس ۳۱.۴۰ هرتز در حال نوسان است و در آرایش موازی سه تیر، هر سه تیر با فرکانس ۴۰ هرتز در حال نوسان می‌باشند.

(ب)

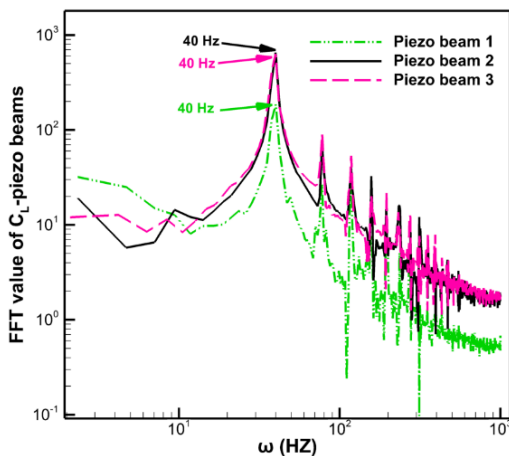


شکل ۵- الف) مولفه سرعت عمودی لحظه ای، ب) پاسخ فرکانسی سرعت عمودی در آرایش یک تیر

(الف)

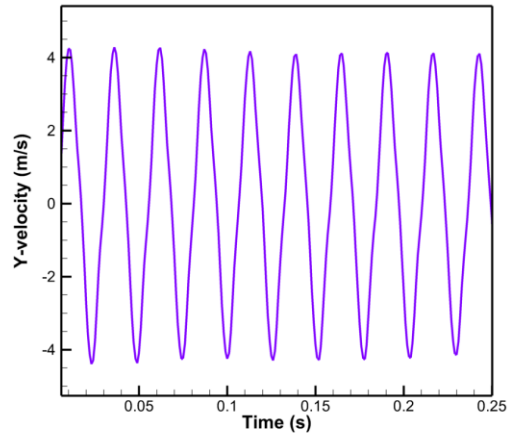


(ب)

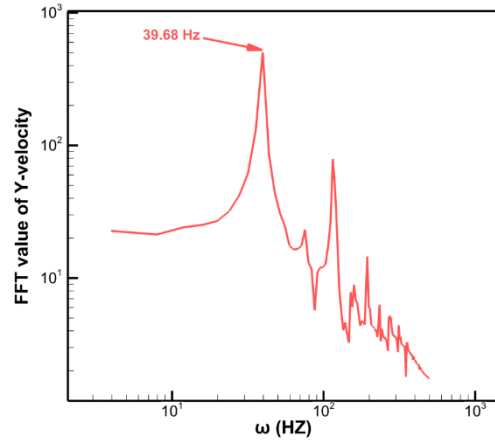


شکل ۷- پاسخ فرکانسی ضریب برآ تیرهای پیزوالکتریک الف) در آرایش یک تیر، ب) در آرایش موازی سه تیر

(الف)

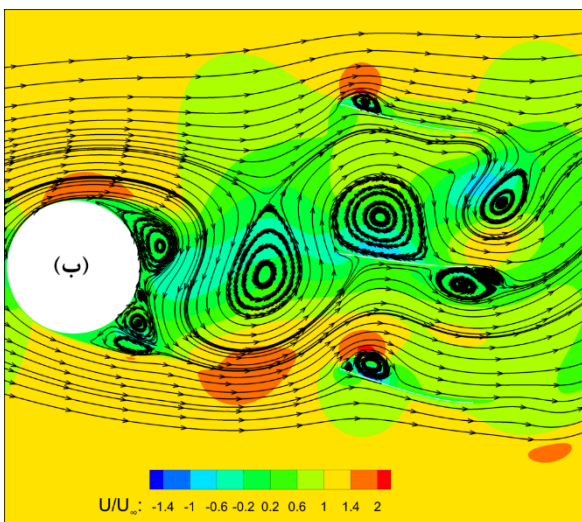
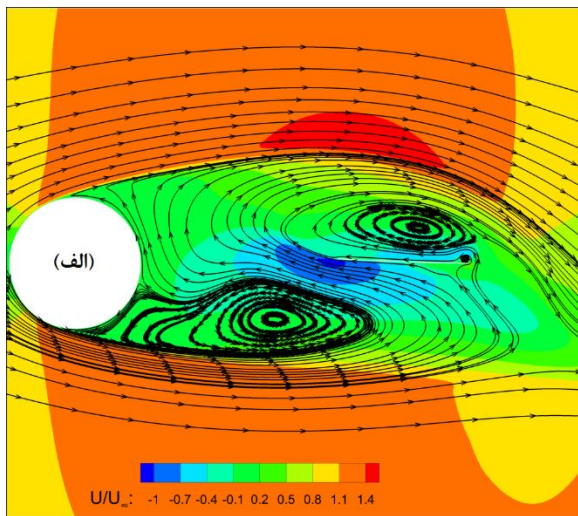


(ب)



شکل ۶- الف) مولفه سرعت عمودی لحظه ای، ب) پاسخ فرکانسی سرعت عمودی در آرایش موازی سه تیر

نتایج شبیه سازی ها نشان می‌دهند که با وجود یک تیر پیزوالکتریک در پشت استوانه فرکانس غالب ریزش گرداب ۳۱.۴۰ هرتز می‌شود و با وجود



شکل ۸- مقایسه سرعت نرمال شده در جهت جریان: (الف) در آرایش یک تیر، (ب) در آرایش موازی سه تیر

#### ۸- نتیجه گیری

در این مقاله، یک مدل اثرالکترومکانیکی برای برداشت کننده های پیزوالکتریک یکسرگردار ارائه شده است و نشان داده شد که نیروی ایجاد شده بر روی سطح تیر نتیجه ریزش گردابی است که از پشت سیلندر دایره ای نشأت می گیرد. از این رو یک الگوریتم کوپل سه طرفه اعمال شده است به طوری که معادلات حاکم بر دینامیک سیالات، ارتعاشات ساختاری و الکتریکی کوپل می شوند. نیروی جریان سیال با حل معادلات ناویر استوکس و مدل آشفتگی  $k-\omega$  SST به دست آمده است. علاوه بر این، یک مدل الکترومکانیکی پارامتر توزیع شده همانطور که توسط ارتورک و اینمن [۱۴] معرفی شد برای تیر پیزوالکتریک مشتق شد که منجر به یک فرمول تحلیلی بر اساس مفروضات تیر اوپلر- برنولی شد. با هدف شبیه سازی تیر پیزوالکتریک در جریان سیال، مدل الکترومکانیکی توزیع شده برای ترکیب با معادلات جریان سیال اصلاح شده است و مدل اثرالکترومکانیکی حاصل شد. نتایج به دست آمده با این روش با داده های منتشر شده قبلی مقایسه شده است، که تطابق خوبی را با آن ها نشان می دهد. همچنین این مدل

همانطور که نتایج بالا نشان می دهند، در هر دو شبیه سازی، فرکانس غالب ریزش گرداب نزدیک به فرکانس اجباری در حال نوسان تیر ها می باشد.

مقادیر جذر میانگین مربعات (RMS) ولتاژهای ثبت شده، جابه جایی نوک تیرها و توان به ازای مقاومت ۱ کیلو اهم برای هر دو شبیه سازی آرایش اول و آرایش دوم تیرها در جداول ۱ و ۲ مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می شود در آرایش موازی، هر سه تیر ولتاژ و توان الکتریکی بسیار بیشتری را نسبت به آرایش یک تیر خروجی می دهند. و در آرایش موازی، تیرهای بالا و پایین توان بیشتری را نسبت به تیر وسط خروجی می دهند و حداکثر توان الکتریکی برای تیر شماره ۲ (بالایی) بدست می آید. با این شرایط می توان نتیجه گرفت که بهتر است تیر وسط مشخصات متفاوت تری نسبت به تیرهای مجاورش داشته باشد.

جدول ۱- کمیت های محاسبه شده در شبیه سازی شماره ۱

$U_{\infty}$ (m/s)	Re	r.m.s v (volt)	r.m.s. $y_t$ (mm)	r.m.s P ( $\mu$ W)
۷.۲۳	۱۴۸۰۰	۰.۳۵	۰.۹۴	۱۲۵.۳۸

جدول ۲- کمیت های محاسبه شده در شبیه سازی شماره ۲

$U_{\infty}$ (m/s)	r.m.s v (volt)	r.m.s. $y_t$ (mm)	r.m.s P ( $\mu$ W)	شماره تیر
۷.۲۳	۰.۸۹	۲.۱۶	۷۹۹.۴	تیر شماره ۱
۷.۲۳	۲.۵۲	۶.۲۳	۶۳۳۰.۲	تیر شماره ۲
۷.۲۳	۲.۲۵	۵.۸۶	۵۵۳۱.۹	تیر شماره ۳

به طور طبیعی علت ارتعاش تیر، گرداب هایی است که در پشت استوانه ایجاد می شوند و با عبور از سطوح بالا و پایین تیر به طور دینامیکی فشار استاتیک روی سطح تیر را تغییر داده و در نتیجه باعث نوسان آن می شوند. در شکل ۸ کانتور سرعت نرمال شده در جهت جریان در شرایطی که تیرها به سمت بالا حرکت کرده اند برای هر دو شبیه سازی نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می شود در شبیه سازی اول (آرایش یک تیر) جدایش جریان زودتر و در زاویه ۸۰ درجه اتفاق می افتد و اندازه گردابه ها بزرگ می باشد در حالیکه در شبیه سازی دوم (آرایش سه تیر)، جدایش جریان دیرتر و در زاویه ۹۵ درجه رخ می دهد و در این حالت گردابه ها شکسته شده و کوچکتر شده اند بنابراین انتظار می رود که فرکانس غالب ریزش گرداب در آرایش سه تیر بیشتر از آرایش یک تیر باشد. و همانطور که در این تحقیق بررسی شد، در آرایش موازی سه تیر، فرکانس غالب ریزش گرداب ۳۹.۶۸ هرتز است که بیشتر از آرایش یک تیر با فرکانس غالب ریزش گرداب ۳۱.۴۰ هرتز می باشد.

- 95034, 2014.
- [14] A. Erturk and D. J. Inman, "A distributed parameter electromechanical model for cantilevered piezoelectric energy harvesters," *J. Vib. Acoust.*, vol. 130, no. 4, 2008.
- [15] A. Erturk and D. J. Inman, "On mechanical modeling of cantilevered piezoelectric vibration energy harvesters," *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, vol. 19, no. 11, pp. 1311–1325, 2008.
- [16] A. Esmacili, H. E. C. Delgado, and J. M. M. Sousa, "Numerical simulations of low-Reynolds-number flow past finite wings with leading-edge protuberances," *J. Aircr.*, vol. 55, no. 1, pp. 226–238, 2018.
- [17] D. C. Wilcox, *Turbulence modeling for CFD*, vol. 2. DCW industries La Canada, CA, 1998.
- [18] J. C. F. Pereira and J. M. M. Sousa, "Finite volume calculations of self-sustained oscillations in a grooved channel," *J. Comput. Phys.*, vol. 106, no. 1, pp. 19–29, 1993.
- [19] H. D. Akaydin, N. Elvin, and Y. Andreopoulos, "Wake of a cylinder: a paradigm for energy harvesting with piezoelectric materials," *Exp. Fluids*, vol. 49, no. 1, pp. 291–304, 2010.
- [20] S. Shukla, R. N. Govardhan, and J. H. Arakeri, "Flow over a cylinder with a hinged-splitter plate," *J. Fluids Struct.*, vol. 25, no. 4, pp. 713–720, 2009.
- برخلاف مدل SDOF قابلیت شبیه‌سازی برای هر مقدار مقاومت و سرعت جریان آزاد را دارد. برای این منظور، دو مدل آرایش نصب تیر یکسرگیردار پیزوالکتریک در پشت سیلندر دایره ای در نظر گرفته شد و نشان داده شد که در آرایش موازی سه تیر، توان خروجی هر سه تیر بسیار بیشتر از توان خروجی در آرایش یک تیر می‌باشد.
- ۹- مراجع
- [1] X. Li *et al.*, "Optimization strategy of wind energy harvesting via triboelectric-electromagnetic flexible cooperation," *Appl. Energy*, vol. 307, p. 118311, 2022.
- [2] P. D. Mitcheson, P. Miao, B. H. Stark, E. M. Yeatman, A. S. Holmes, and T. C. Green, "MEMS electrostatic micropower generator for low frequency operation," *Sensors Actuators A Phys.*, vol. 115, no. 2–3, pp. 523–529, 2004.
- [3] A. Erturk and D. J. Inman, *Piezoelectric energy harvesting*. John Wiley & Sons, 2011.
- [4] S. R. Anton and H. A. Sodano, "A review of power harvesting using piezoelectric materials (2003–2006)," *Smart Mater. Struct.*, vol. 16, no. 3, p. R1, 2007.
- [5] A. Esmacili and J. M. M. Sousa, "Flow-driven piezoelectric energy harvester on a full-span wing for micro-aerial-vehicle (MAV) application," *Arab. J. Sci. Eng.*, vol. 45, no. 7, pp. 5713–5728, 2020.
- [6] M. Zhang, Y. Song, A. Abdelkefi, H. Yu, and J. Wang, "Vortex-induced vibration of a circular cylinder with nonlinear stiffness: Prediction using forced vibration data," *Nonlinear Dyn.*, vol. 108, no. 3, pp. 1867–1884, 2022.
- [7] A. Mehmood, A. Abdelkefi, M. R. Hajj, A. H. Nayfeh, I. Akhtar, and A. O. Nuhait, "Piezoelectric energy harvesting from vortex-induced vibrations of circular cylinder," *J. Sound Vib.*, vol. 332, no. 19, pp. 4656–4667, 2013.
- [8] A. Abdelkefi, M. Ghommam, A. O. Nuhait, and M. R. Hajj, "Nonlinear analysis and enhancement of wing-based piezoaeroelastic energy harvesters," *J. Sound Vib.*, vol. 333, no. 1, pp. 166–177, 2014.
- [9] C. Xu and L. Zhao, "Investigation on the characteristics of a novel internal resonance galloping oscillator for concurrent aeroelastic and base vibratory energy harvesting," *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 173, p. 109022, 2022.
- [10] J. J. Allen and A. J. Smits, "Energy harvesting eel," *J. Fluids Struct.*, vol. 15, no. 3–4, pp. 629–640, 2001.
- [11] G. W. Taylor, J. R. Burns, S. A. Kammann, W. B. Powers, and T. R. Welsh, "The energy harvesting eel: a small subsurface ocean/river power generator," *IEEE J. Ocean. Eng.*, vol. 26, no. 4, pp. 539–547, 2001.
- [12] H. D. Akaydin, N. Elvin, and Y. Andreopoulos, "Energy harvesting from highly unsteady fluid flows using piezoelectric materials," *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, vol. 21, no. 13, pp. 1263–1278, 2010.
- [13] Y. Amini, H. Emdad, and M. Farid, "An accurate model for numerical prediction of piezoelectric energy harvesting from fluid structure interaction problems," *Smart Mater. Struct.*, vol. 23, no. 9, p.