



تعیین پارامترهای شکست ترک‌های نیم‌بیضوی در پوسته استوانه‌ای مخازن تحت فشار جدارنازک

یوسف قادری دهکردی*

۱- دکترای مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، u.ghaderi@sru.ac.ir

*نویسنده مخاطب

چکیده

مخازن تحت فشار جدارنازک به عنوان یکی از پرکاربردترین سازه‌ها در صنایع مختلف از جمله نفت و انرژی، هوافضا و هسته‌ای مطرح می‌باشند. ایجاد ترک در این سازه‌ها بواسطه‌ی فرآیند تولید و یا در طول دوره کاری آن‌ها در اثر اعمال بارهای نوسانی بسیار محتمل است. با توجه به اینکه وجود ترک باعث کاهش قابل توجه حد تحمل بار در سازه‌ها می‌شود، بررسی رفتار ترک در مخازن تحت فشار از مباحث مهم در تعیین عملکرد مطمئن این سازه‌ها می‌باشد. عملاً با محاسبه پارامترهایی مانند ضرایب شدت تنش و انتگرال J برای یک ترک، امکان بررسی رفتار ترک در سازه فراهم خواهد شد. در این تحقیق معادلاتی برای محاسبه ضریب شدت تنش و انتگرال J در ترک نیم‌بیضوی موجود در هر نقطه از پوسته استوانه-ای یک مخزن تحت فشار جدارنازک ارائه شده است. در این راستا با استفاده از تئوری پوسته‌ها، معادلات نیروهای غشایی و ممان‌های خمشی در مخازن تحت فشار حاوی عدسی‌های بیضوی استخراج شده و سپس با بکارگیری این روابط، معادلات و نمودارهای ساده‌ای جهت تعیین توزیع تنش در هر نقطه از پوسته استوانه‌ای این مخازن ارائه شده است. در انتها معادلات تقریبی مناسبی برای تعیین ضریب شدت تنش و انتگرال J در ترک‌های نیم‌بیضوی موجود در قسمت استوانه‌ای مخازن با عدسی‌های بیضوی تحت فشار داخلی ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی: مخازن جدارنازک - ترک نیم‌بیضوی - ضریب شدت تنش - انتگرال J - کنترل شکست.

۱- مقدمه

به منظور تشخیص عملکرد مطمئن مخازن تحت فشار، بررسی مقاومت در برابر شکست این سازه‌ها از اهمیت چشمگیری برخوردار است. دستورالعمل‌های کنترل شکست در شناخت و مطالعه هر چه بهتر چگونگی شکست در مخازن کمک فراوانی می‌نماید. به کارگیری این دستورالعمل‌ها، به عملکرد مطمئن سازه در طول دوره کاری خود منجر خواهد شد [۱]. بر اساس این دستورالعمل‌ها امکان تعیین میزان بحرانی بودن ترک در سازه‌ها وجود داشته، و با اعمال محدودیت برای طول ترک و یا بارگذاری سازه، وقوع شکست در آن‌ها کنترل می‌شود. عملاً بررسی رشد و یا عدم رشد ترک با محاسبه پارامترهایی مانند ضریب شدت تنش و انتگرال J صورت می‌پذیرد. در اصطلاح به این پارامترها، نیروهای راننده (driving forces) گفته می‌شود. کنترل شکست در سازه نیز با محاسبه این پارامترها و مقایسه آن‌ها با مقادیر بحرانی آن‌ها صورت می‌پذیرد [۱]. به طور کلی در تئوری مکانیک شکست الاستیک خطی، پارامتر ضریب شدت تنش به طور کامل حوزه تنش نزدیک نوک ترک را تعیین کرده و جهت ارزیابی شکست ترد در سازه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. انتگرال J نیز به عنوان یک پارامتر قدرتمند در مکانیک شکست الاستوپلاستیک

مطرح بوده و استفاده از آن جهت بررسی شکست نرم در سازه‌ها بسیار رایج است. با توجه به این توضیحات محاسبه ضریب شدت تنش و انتگرال J برای ترک‌های سازه‌ای از اهمیت فوق‌العاده‌ای برخوردار می‌باشد. تحقیقات بسیار زیادی در مورد تعیین پارامترهای ترک در مخازن تحت فشار صورت گرفته است. با این حال عمده این تحقیقات بر روی تعیین این پارامترها در پوسته‌های مجزای استوانه‌ای و یا کروی تمرکز داشته [۲-۴]، و پژوهش‌های بسیار اندکی در مورد رفتار ترک‌ها در نزدیک محل اتصال پوسته استوانه‌ای به عدسی‌ها صورت پذیرفته است. این در حالیست که بواسطه عدم سازگاری در تغییرشکل استوانه و عدسی، ممان‌های خمشی قابل توجهی در نزدیک محل اتصال این دو قسمت در مخازن جدارنازک ایجاد شده، که به شدت حوزه‌ی تنش را در این محدوده تحت تأثیر قرار می‌دهد [۵-۷]. بر اساس تحلیل تنش جامعی که برای یک مخزن تحت فشار حاوی عدسی‌های بیضوی انجام گرفته، استفاده از روابط کلاسیک تنش در مخازن جدارنازک برای محاسبه حوزه‌ی تنش در نزدیک محل اتصال استوانه به عدسی منجر به خطای قابل توجهی می‌شود [۸]. بنابراین جهت بررسی رفتار ترک در این محل‌ها استفاده از معادلات کلاسیک برای تعیین پارامترهای ترک در استوانه و یا عدسی جایز نیست. علاوه بر این با توجه به استفاده از جوش جهت اتصال این دو قسمت در مخازن و احتمال زیاد وجود ترک در محل جوش‌های سازه، تعیین دقیق پارامترهای ترک در این مقاطع از مخازن بسیار اهمیت می‌یابد. بر این اساس، تحقیق حاضر با هدف ارائه روابط مناسبی برای محاسبه پارامترهای شکست ترک‌های نیم‌بیضوی در کلیه مقاطع پوسته استوانه‌ای مخازن تحت فشار از جمله مقاطع نزدیک به محل اتصال پوسته به عدسی‌ها انجام پذیرفته است.

۲- معادلات نیروهای غشایی و ممان‌های خمشی در مخازن جدار نازک استوانه‌ای تحت فشار

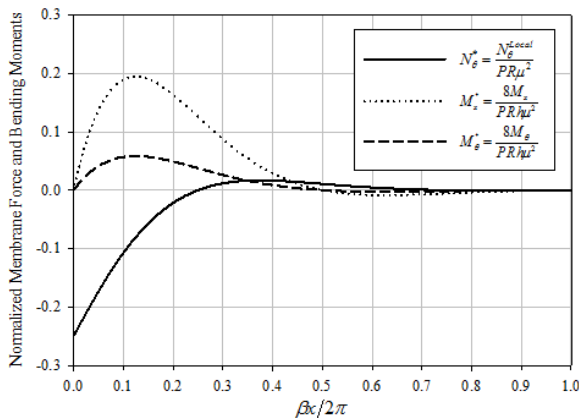
فرض می‌شود که پوسته مخزن به شکل استوانه و عدسی‌های دو انتهای آن به شکل رایج در صنعت یعنی بیضوی، می‌باشد (شکل ۱). معادلات نیروهای غشایی و ممان‌های خمشی در قسمت استوانه‌ای مخازن تحت فشار حاوی عدسی‌های بیضوی با بکارگیری تئوری پوسته‌ها و با استفاده از روش نیرو و اعمال شرایط سازگاری تغییرشکل در محل اتصال استوانه به عدسی به صورت روابط (۱) حاصل می‌شود [۸]. در این معادلات β پارامتری وابسته به شعاع (R) ، ضخامت (h) و ضریب پواسون مخزن (ν) می‌باشد. همچنین مطابق روابط (۲)، پارامتر μ نیز به صورت نسبت شعاع بزرگ به شعاع کوچک عدسی بیضوی تعریف می‌شود. اگرچه در ارائه این روابط فرض‌های ساده‌کننده‌ای برای شکل عدسی در نظر گرفته شده است، اما مقایسه نتایج این روابط با مقادیر حاصل از روش عددی اجزاء محدود حاکی از دقت بسیار خوب این معادلات در محدوده $\mu \leq 2$ می‌باشد [۸].

در این رابطه N_{θ}^{Local} به عنوان نیروی غشایی موضعی مطرح بوده و برابر با جمله دوم نیروی غشایی N_{θ} در رابطه (۱) در نظر گرفته شده است. با توجه به رابطه (۳) مشخص است که معادلات نیرو و ممان نرمالیزه شده در استوانه تنها تابعی از ضریب پواسون (ν) و فاصله نرمالیزه شده از لبه استوانه (βx) می‌باشند.

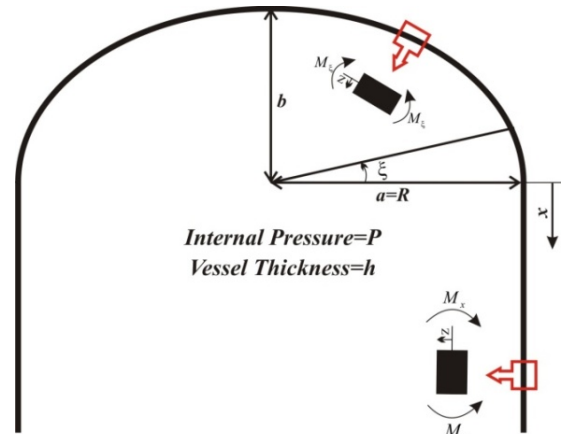
از سوی دیگر برای اکثر فلزات مهندسی ضریب پواسون تقریباً برابر با $\nu = 0.3$ در نظر گرفته می‌شود. با رسم معادلات نیروی غشایی و ممان خمشی محلی نرمالیزه شده بر حسب βx برای $\nu = 0.3$ شکل ۲ حاصل می‌شود. در این شکل βx نسبت به مقدار 2π نرمالیزه شده است، چراکه تأثیر نیروی غشایی موضعی و ممان‌های خمشی برای فاصله‌های $\beta x > 2\pi$ بسیار ناچیز می‌باشد. بنابراین نمودارهای شکل ۲ برای تعیین نیروی غشایی محیطی محلی و ممان‌های خمشی در قسمت استوانه‌ای هر مخزن جدارنازک با هر مشخصات هندسی و بارگذاری قابل استفاده خواهند بود. عملاً تنها با محاسبه پارامتر β و استفاده از شکل ۲، نیروی غشایی محلی (N_{θ}^{Local}) و ممان‌های خمشی (M_x, M_{θ}) در هر فاصله از لبه استوانه قابل تعیین می‌باشند.

حال با محاسبه پارامتر β از معادله ۲، و استخراج مقادیر N_{θ}^* ، M_x^* ، M_{θ}^* از شکل ۲ برای فاصله مورد نظر از لبه استوانه (x)، مقادیر نیروی غشایی و ممان خمشی در مکان مورد نظر از معادلات ارائه شده در رابطه (۴) محاسبه می‌شوند. توجه شود که برای مقادیر $\beta x > 2\pi$ پارامترهای M_{θ}^* ، M_x^* ، N_{θ}^* برابر با صفر در نظر گرفته می‌شوند. در نهایت نیز معادلات تنش در استوانه با جمع تنش‌های غشایی و خمشی بصورت رابطه (۵) حاصل خواهد شد. در این رابطه Z فاصله از صفحه میانی پوسته می‌باشد (شکل ۱) [۸].

$$\begin{aligned} N_x &= \frac{PR}{2} \\ N_{\theta} &= PR(1 + \mu^2 N_{\theta}^*) \\ M_x &= \frac{PRh\mu^2 M_x^*}{8} \\ M_{\theta} &= \frac{PRh\mu^2 M_{\theta}^*}{8} \end{aligned} \quad (۴)$$



شکل ۲- نیروی غشایی محلی و ممان‌های خمشی نرمالیزه شده در استوانه



شکل ۱- پیکره بندی یک مخزن جدار نازک حاوی عدسی بیضوی

$$\begin{aligned} N_x &= \frac{PR}{2} \\ N_{\theta} &= PR - \frac{PR\mu^2}{4} e^{-\beta x} \cos \beta x \\ M_x &= \frac{P\mu^2}{8\beta^2} e^{-\beta x} \sin \beta x \\ M_{\theta} = \nu M_x &= \frac{P\mu^2 \nu}{8\beta^2} e^{-\beta x} \sin \beta x \\ \beta^2 &= \frac{\sqrt{3(1-\nu^2)}}{Rh} \\ \mu &= R/S \end{aligned} \quad (۲)$$

همانطور که در این روابط مشاهده می‌شود، نیروی غشایی طولی در استوانه (N_x) در کل استوانه ثابت بوده، و تنها بواسطه اعمال فشار داخلی به مخزن ایجاد شده است. بنابراین این نیروی غشایی از نیروی برشی ایجاد شده در محل اتصال استوانه به عدسی که بواسطه اعمال شرایط سازگاری ایجاد می‌شود، تأثیر نمی‌پذیرد. این در حالیست که معادله نیروی غشایی محیطی (N_{θ}) در استوانه شامل دو جمله بوده که جمله اول ناشی از فشار داخلی و جمله دوم که تنها در نزدیک محل اتصال استوانه به عدسی اهمیت می‌یابد، ناشی از نیروی برشی ایجاد شده در محل اتصال استوانه به عدسی است. ممان‌های خمشی اعمالی به استوانه نیز تنها در ناحیه نزدیک محل اتصال عدسی به استوانه ایجاد می‌شوند. عملاً با دور شدن از محل اتصال استوانه عدسی تنها نیروهای غشایی حاصل از فشار داخلی به پوسته اعمال شده و این روابط به معادلات کلاسیک تنش در مخازن جدارنازک تبدیل می‌شوند.

حال به منظور ساده‌سازی استفاده از معادلات ارائه شده در رابطه (۱) پارامترهای N_{θ}^* ، M_x^* ، M_{θ}^* به عنوان نیروی غشایی محیطی و ممان‌های خمشی نرمالیزه شده در استوانه به صورت رابطه (۳) تعریف می‌شوند.

$$\begin{aligned} N_{\theta}^* &= \frac{N_{\theta}^{Local}}{PR\mu^2} = -\frac{1}{4} e^{-\beta x} \cos \beta x \\ M_x^* &= \frac{8M_x}{PRh\mu^2} = \frac{e^{-\beta x} \sin \beta x}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \\ M_{\theta}^* &= \frac{8M_{\theta}}{PRh\mu^2} = \frac{\nu e^{-\beta x} \sin \beta x}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \end{aligned} \quad (۳)$$

بود. بنابراین در بسیاری از مخازن جدارنازک جایگزینی پوسته انحناءدار با ورق صاف به عنوان یک تقریب مناسب مهندسی، قابل قبول می‌باشد. مزیت مهم این جایگزینی در این است که صرف‌نظر از مقدار شعاع انحناء و یا داخلی و یا خارجی بودن ترک، ضرایب شدت تنش و انتگرال J تنها از یک رابطه ساده قابل محاسبه می‌باشند.

لین و اسمیت [۹] نشان دادند که در مخازن تحت فشار، ترک با هر شکل اولیه‌ای به شکل یک ترک نیم‌بیضوی تبدیل شده، و در طول رشد نیز شکل نیم‌بیضوی خود را حفظ می‌نماید. نمونه‌هایی از ترک‌های نیم‌بیضوی در قسمت استوانه‌ای مخازن در شکل ۳ نشان داده شده‌اند. در شکل ۴ مشخصات هندسی ترک‌های نیم‌بیضوی داخلی و خارجی در استوانه‌ای به ضخامت h با صرف‌نظر از انحنای پوسته نشان داده شده است. در این ورق‌ها ابعاد ترک در مقایسه به ابعاد ورق بسیار ناچیز بوده و اثرات عرض محدود قطعه ترک‌دار وجود نخواهد داشت. مطابق با شکل ۴، ترک نیم‌بیضوی دارای طول و عمقی به ترتیب برابر با $2c$ و a بوده، و ضریب شدت تنش آن تابعی از نسبت‌های هندسی $2c/a$ و a/h خواهد بود.

به طور کلی تنها تنش‌هایی منجر به تغییر شکل در یک ترک می‌شوند که عمود بر صفحه ترک اعمال شوند. در واقع تنش‌هایی که به صورت موازی با سطوح ترک اعمال می‌شوند، منجر به هیچگونه تغییرشکلی در آن نشده و بنابراین تأثیری در ضریب شدت تنش نیز نخواهند داشت. از این‌رو در محاسبه ضریب شدت تنش مود I، تنها تنش‌های عمود بر سطح ترک در نظر گرفته می‌شوند. با توجه به این توضیحات، ضریب شدت تنش مود I برای یک ترک نیم‌بیضوی تحت یک بارگذاری کاملاً عمومی با بکارگیری

$$\sigma_x = \frac{PR}{2h} + \frac{3PR\mu^2 M_x^*}{2h^2} z \quad (5)$$

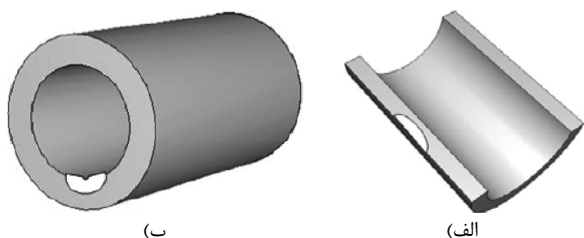
$$\sigma_\theta = \frac{PR}{h} (1 + \mu^2 N_\theta^*) + \frac{3PR\mu^2 M_\theta^*}{2h^2} z$$

۳- تعیین ضریب شدت تنش در ترک‌های نیم‌بیضوی قسمت استوانه‌ای مخازن

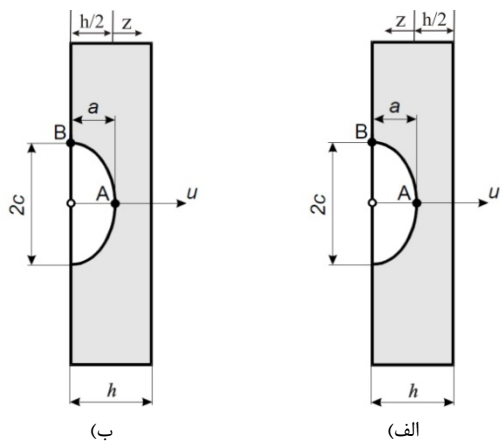
بر اساس مشاهدات تجربی ترک‌ها در مخازن عمدتاً در جهت عمود بر تنش‌های اصلی یعنی در جهات طولی و محیطی مخزن بوجود می‌آیند [۹]. جوش‌های مخازن نیز که محل‌های مستعدی برای ایجاد ترک‌ها هستند، در جهات اصلی یعنی جهات طولی و محیطی قرار گرفته و امکان ایجاد ترک در جهت عمود بر تنش‌های اصلی را افزایش می‌دهند. لذا عمده ترک‌های موجود در قسمت استوانه‌ای مخازن در جهات طولی و یا محیطی امتداد داشته، و در نتیجه تحت مود I بارگذاری یا مود کششی خالص قرار می‌گیرند. از سوی دیگر در بسیاری از مخازن تحت فشار از جمله مخازن سازه‌های هوافضایی و مخازن ذخیره‌سازی سیالات، نسبت ضخامت پوسته استوانه‌ای (h) به شعاع انحنای پوسته (R) بسیار کوچک بوده و در بسیاری از موارد این نسبت کوچکتر از 0.01 می‌باشد ($h/R < 0.01$). در این شرایط انحنای پوسته در مقایسه با ضخامت آن بسیار کم می‌باشد. بنابراین در این شرایط وجود یک ترک کوچک در پوسته می‌تواند به صورت ترکی در یک ورق صاف فرض گردد. در واقع در این حالت صرف‌نظر کردن از شعاع انحناء و تأثیر آن در رفتار ترک یک تقریب مهندسی بسیار مناسب می‌باشد. بر این اساس یک ترک سطحی نیم‌بیضوی و یا ترک سرتاسری در استوانه به صورت ترک‌های سطحی و یا سرتاسری در یک ورق صاف در نظر گرفته می‌شوند.

میورا (Miura) و همکارانش [۱۰] میزان صحت این فرض را برای ترک‌های طولی و یا محیطی نیم‌بیضوی و سرتاسری در استوانه‌ها بررسی کردند. بر اساس این نتایج، جایگزینی ترک طولی و محیطی در استوانه با ترک در یک ورق بدون انحناء در حالت $a/h < 0.6$ (عمق ترک نیم‌بیضوی و h ضخامت ورق) برای نسبت شعاع به ضخامت $R/h > 100$ منجر به خطایی کمتر از پنج درصد می‌شود. این مقدار اختلاف صرف‌نظر از اینکه ترک خارجی و یا داخلی و یا محیطی و یا طولی باشد، برای کلیه نقاط روی جبهه ترک صادق است. همچنین این تحقیقات نشان می‌دهند که در حالت کلی برای شرایط $R/h > 100$ و $a/h < 0.8$ ، اختلاف ضریب شدت تنش ترک در استوانه یا کره در مقایسه با ترک در ورق بدون انحناء در کلیه نقاط جبهه ترک‌های بیضوی داخلی و خارجی تحت کشش و یا خمش کمتر از ده درصد خواهد بود [۱۰-۱۱]. این نتایج عملاً به قابلیت تخمین ضریب شدت تنش در یک پوسته انحناءدار با استفاده از مقادیر حاصله از ضریب شدت تنش ترک متناظر در یک ورق ساده به عنوان یک تقریب مهندسی مناسب اشاره می‌کند. هم‌اکنون این جایگزینی در بسیاری از سازه‌های دارای پوسته نازک صورت گرفته و به عنوان یک روش مطمئن و سریع برای تخمین ضریب شدت تنش در پوسته بکار می‌رود [۱۰].

از سوی دیگر همانطور که گفته شد در بسیاری از مخازن تحت فشار، نسبت ضخامت به شعاع پوسته بسیار کم می‌باشد. با توجه به توضیحات ذکر شده، اختلاف ضریب شدت تنش ترک در قسمت استوانه‌ای این مخازن با ضریب شدت تنش ترک متناظر در یک ورق صاف ناچیز خواهد



شکل ۳- نمونه‌هایی از ترک‌های نیم‌بیضوی در مخازن (الف) ترک طولی خارجی در استوانه، (ب) ترک محیطی داخلی در استوانه



شکل ۴- مشخصات هندسی ترک نیم‌بیضوی در مقطعی از استوانه با صرف‌نظر از انحنای پوسته، (الف) ترک داخلی، (ب) ترک خارجی

نقاط مختلف قسمت استوانه‌ای مخزن، حالت تنش به طور کامل تعیین شده، و در کلیه نقاط مخزن $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_5 = 0$ خواهند بود. مقادیر σ_0 و σ_1 نیز وابسته به نوع قرارگرفتن ترک در استوانه (طولی، محیطی، داخلی، خارجی) با استفاده از معادلات تنش اعمالی به پوسته قابل تعیین می‌باشند.

مؤلفه تنش عمود بر سطح یک ترک نیم‌بیضی طولی داخلی یا خارجی در استوانه، تنش محیطی σ_θ بوده که قبلاً در رابطه ۵ استخراج شد. مؤلفه تنش طولی در استوانه (σ_x) نیز عمود بر سطح ترک محیطی نیم‌بیضی اعمال شده که معادله آن در رابطه ۵ آورده شده است. از سوی دیگر با توجه به شکل ۴ در حالت‌های ترک داخلی و خارجی به ترتیب روابط $z = u - h/2$ و $z = h/2 - u$ بین پارامترهای z و u برقرار می‌باشد. حال با جایگذاری معادلات تنش از روابط ۵ در ۷ و استفاده از روابط بین z و u در حالت‌های ترک داخلی و خارجی، معادلات σ_0 و σ_1 برای انواع ترک موجود در استوانه مخزن بصورت جدول ۲ حاصل خواهند شد. بدیهی است با استفاده از روابط این جدول، ضریب شدت تنش برای هر ترک نیم-بیضی در هر نقطه از مخزن با بکارگیری معادله ۶ و جدول ۱ قابل محاسبه خواهد بود.

جدول ۲- روابط σ_0 و σ_1 برای انواع ترک نیم‌بیضی موجود در قسمت استوانه‌ای مخازن

موقعیت ترک	σ_1	σ_0
ترک طولی داخلی	$-\frac{3PR\mu^2 M_\theta^* a}{2h^2}$	$\frac{PR}{h} \left(1 + \mu^2 N_\theta^* \right) + \frac{3PR\mu^2 M_\theta^*}{4h}$
ترک طولی خارجی	$\frac{3PR\mu^2 M_\theta^* a}{2h^2}$	$\frac{PR}{h} \left(1 + \mu^2 N_\theta^* \right) - \frac{3PR\mu^2 M_\theta^*}{4h}$
ترک محیطی داخلی	$-\frac{3PR\mu^2 M_x^* a}{2h^2}$	$\frac{PR}{2h} + \frac{3PR\mu^2 M_x^*}{4h}$
ترک محیطی خارجی	$\frac{3PR\mu^2 M_x^* a}{2h^2}$	$\frac{PR}{2h} - \frac{3PR\mu^2 M_x^*}{4h}$

۴- تعیین انتگرال J در ترک‌های نیم‌بیضی قسمت استوانه‌ای

مخازن

محاسبه انتگرال J نیز به عنوان یک پارامتر مهم در بررسی رفتار شکست الاستوپلاستیک مواد از اهمیت قابل توجهی در کنترل شکست سازه‌ها برخوردار است. این پارامتر علاوه بر هندسه قطعه ترک‌دار به جنس ماده نیز وابسته می‌باشد. بواسطه ورود ماده به محدوده غیرخطی در مکانیک شکست الاستوپلاستیک، محاسبه انتگرال J در این حوزه بسیار مشکل بوده، چراکه استفاده از تحلیل‌های غیرخطی برای محاسبه این پارامتر ضروری است. به همین دلیل است که بر خلاف ضرایب شدت تنش که برای قطعات ترک‌دار مختلف در هندبوک‌ها ارائه شده است، ارائه معادلات انتگرال J در قطعات ترک‌دار محدود به چند هندسه بسیار ساده می‌باشد [۲].

اگرچه یکی از متداول‌ترین روش‌ها برای محاسبه انتگرال J روش اجزاء محدود بوده، اما پیچیدگی‌های موجود در مدل‌سازی و تحلیل غیرخطی قطعات ترک‌دار محققین را به این سمت سوق داده است که با استفاده از ضریب شدت قطعه‌ی ترک‌دار، روش‌هایی ساده برای تخمین این پارامتر مهم ارائه کنند. در واقع با توجه به وجود مقادیر ضرایب شدت تنش برای

رابطه ۶ قابل محاسبه است [۱۲]. در این رابطه σ_i ($i=0$ to 5) ثابت تابع تنش عمود بر سطح ترک بوده، و استفاده از این ثابت حالت تنش σ را مطابق با رابطه ۷ بیان خواهد کرد [۱۲]. توجه شود که σ تابع تنش نرمال اعمالی به سطح ترک با فرض عدم وجود ترک در آن قسمت در نظر گرفته می‌شود. به طور کلی ثابت σ_i ($i=0$ to 5) با برازش پروفیل تنش اعمالی بر سطح ترک با فرض عدم وجود آن بر روی معادله ۷ محاسبه می‌شوند. لازم به ذکر است مختصات u در رابطه ۷، قبلاً در شکل ۴ تعریف شده است.

$$K_I = \sqrt{\pi a} \sum_{i=0}^5 \sigma_i f_i \left(\frac{a}{h}, \frac{2c}{a} \right) \quad (6)$$

$$\sigma = \sigma(u) = \sum_{i=0}^5 \sigma_i \left(\frac{u}{a} \right)^i \quad \text{for } 0 \leq u \leq a \quad (7)$$

معادله ۷ تابع تنشی کاملاً عمومی در روی سطح ترک را تعریف نموده که در آن σ_0 ضریب متناظر با قسمت ثابت یا یکنواخت تنش بر روی سطح ترک، σ_1 متناظر با قسمت خطی تغییرات تنش بر حسب u ، و $\sigma_2, \sigma_3, \sigma_4$ و σ_5 نیز به ترتیب ضرایب جملات مرتبه ۲، ۳، ۴، ۵ تنش نسبت به متغیر u می‌باشند. همچنین ثابت f_i ($i=0$ to 5) تابعی از نسبت‌های هندسی a/h و $2c/a$ بوده، که برای عمیق‌ترین نقطه بر روی جبهه‌ی ترک (نقطه A در شکل ۴) با عنوان f_i^A ، و برای نقطه برخورد جبهه ترک با سطح آزاد (نقطه B در شکل ۴) با عنوان f_i^B در حالت $2c/a=2$ برای مقادیر مختلف a/h در جدول ۱ ارائه شده‌اند. جداول جامع این ضرایب در مرجع ۱۲ ارائه شده است. به طور کلی می‌توان گفت که بحرانی‌ترین نقطه بر روی جبهه ترک نیم‌بیضی برای شرایط مختلف هندسی و بارگذاری یا عمیق‌ترین نقطه بر روی جبهه ترک (نقطه A) بوده و یا محل برخورد جبهه ترک با سطح آزاد (نقطه B) می‌باشد [۱۲]. بنابراین پس از محاسبه ضریب شدت تنش برای هر دو نقطه‌ی A و B، مقدار بزرگتر به عنوان ضریب شدت تنش بحرانی‌تر ترک مورد نظر استفاده خواهد شد.

از سوی دیگر با توجه به توضیحات قسمت قبل، تنش اعمالی به پوسته یک مخزن تحت فشار یا حاصل از نیروی غشایی بوده که به صورت تنشی یکنواخت اعمال می‌شود، و یا ناشی از ممان خمشی بوده، و تغییرات خطی تنش در ضخامت وجود خواهد داشت. بنابراین با تعیین σ_0 و σ_1 در

جدول ۱- مقادیر پارامترهای f_i ($i=0$ to 5) برای نقاط A و B واقع بر روی جبهه ترک در حالت $2c/a=2$ [۱۲]

a/h	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
۰	۰.۶۵۹	۰.۴۷۱	۰.۳۸۷	۰.۳۳۷	۰.۲۹۹	۰.۲۶۶
۰.۲	۰.۶۶۳	۰.۴۷۳	۰.۳۸۸	۰.۳۳۷	۰.۲۹۹	۰.۲۶۹
۰.۴	۰.۶۷۸	۰.۴۷۹	۰.۳۹۰	۰.۳۳۹	۰.۳۰۰	۰.۲۷۱
۰.۶	۰.۶۹۲	۰.۴۸۶	۰.۳۹۶	۰.۳۴۲	۰.۳۰۴	۰.۲۷۴
۰.۸	۰.۶۹۷	۰.۴۹۷	۰.۴۰۵	۰.۳۴۹	۰.۳۰۹	۰.۲۷۸

a/h	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
۰	۰.۷۱۶	۰.۱۱۸	۰.۰۴۱	۰.۰۲۲	۰.۰۱۴	۰.۰۱۰
۰.۲	۰.۷۲۹	۰.۱۲۳	۰.۰۴۵	۰.۰۲۳	۰.۰۱۴	۰.۰۱۰
۰.۴	۰.۷۷۷	۰.۱۳۳	۰.۰۵۰	۰.۰۲۶	۰.۰۱۵	۰.۰۱۱
۰.۶	۰.۸۳۹	۰.۱۴۸	۰.۰۵۸	۰.۰۲۹	۰.۰۱۸	۰.۰۱۲
۰.۸	۰.۹۱۷	۰.۱۶۷	۰.۰۶۶	۰.۰۳۵	۰.۰۲۲	۰.۰۱۵

$$L_r = \frac{g(\eta)\frac{\sigma_b}{3} + \sqrt{g^2(\eta)\frac{\sigma_b^2}{9} + (1-\eta)^2\sigma_m^2}}{(1-\eta)^2\sigma_f}$$

$$\sigma_f = (\sigma_Y + \sigma_U)/2 \quad (9)$$

$$\eta = \frac{ac}{h(c+h)}$$

$$g(\eta) = 1 - 20\eta^3 \left(\frac{a}{2c}\right)^{0.75}$$

$$\sigma = \sigma(u) = \sigma_m + \sigma_b \left(1 - \frac{2u}{h}\right) \quad (10)$$

جدول ۳- روابط σ_m و σ_b برای انواع ترک نیم‌بیضی موجود در قسمت استوانه‌ای مخازن

σ_m	σ_b	موقعیت ترک
$\frac{PR}{h} (1 + \mu^2 N_{\theta}^*)$	$\frac{3PR\mu^2 M_{\theta}^*}{4h}$	ترک طولی داخلی در استوانه
$\frac{PR}{h} (1 + \mu^2 N_{\theta}^*)$	$-\frac{3PR\mu^2 M_{\theta}^*}{4h}$	ترک طولی خارجی در استوانه
$\frac{PR}{2h}$	$\frac{3PR\mu^2 M_x^*}{4h}$	ترک محیطی داخلی در استوانه
$\frac{PR}{2h}$	$-\frac{3PR\mu^2 M_x^*}{4h}$	ترک محیطی خارجی در استوانه

به طور کلی برای تخمین انتگرال J با بکارگیری کدهای R6 و A16 مراحل زیر به ترتیب انجام می‌گیرند:

(۱) ضریب شدت تنش (K_I) اعمالی به ترک در اثر نیروهای غشایی و ممان‌های خمشی با توجه به نوع ترک و محل قرارگیری آن با استفاده از رابطه ۶ محاسبه می‌شود. سپس با بکارگیری معادله اول در رابطه ۸، قسمت الاستیک انتگرال J (J_e) از ضریب شدت تنش تعیین می‌گردد. عملاً J_e قسمت الاستیک انتگرال J در بار P و شرایط کرنش صفحه‌ای می‌باشد. توجه شود که در این قسمت ضریب شدت تنش بحرانی‌تر در بین نقاط A و B جهت محاسبه J_e استفاده می‌شود.

(۲) با بکارگیری رابطه ۹، ضریب L_r با توجه به راستای قرارگیری ترک و بارگذاری اعمالی به آن محاسبه می‌شود. همچنین وابسته به نوع و چگونگی قرارگیری ترک، σ_m و σ_b با استفاده از یکی از روابط موجود در جدول ۳ تعیین می‌شود. حال با تعیین σ_{ref} از رابطه دوم در معادلات ۸ از ضریب L_r ، بکارگیری منحنی تنش-کرنش منجر به تعیین ϵ_{ref} می‌شود. عملاً در انتهای این مرحله سه پارامتر اساسی L_r ، σ_{ref} و ϵ_{ref} محاسبه شده‌اند.

(۳) با استفاده از مقادیر L_r و ϵ_{ref} و همچنین ثوابت مادی σ_f و مدول یانگ ماده (E)، پارامترهای تصحیح K_{R6} و K_{A16} از رابطه ۸ محاسبه می‌شوند. عملاً بکارگیری این ضرایب تصحیح منجر به تعیین انتگرال J از مقدار الاستیک انتگرال J (J_e) خواهد شد.

با توجه به تخمین محافظه‌کارانه انتگرال J توسط کدهای R6 و A16، این روش‌ها از قابلیت اطمینان بالایی برخوردار بوده و در صنایع مختلف برای تخمین مهندسی انتگرال J استفاده می‌شوند. مطابقت بسیار خوب نتایج تخمینی این روش‌ها با مقادیر حاصل از روش اجزاء محدود، حاکی از

قطعات مختلف ترک‌دار در هندبوک‌ها، وجود روشی که بتواند از این مقادیر برای تخمین انتگرال J استفاده نماید، از لحاظ مهندسی بسیار با ارزش می‌باشد.

کدهای بسیار معتبری مانند R6 [۱۳] و A16 [۱۴] روش‌های مناسبی برای تخمین انتگرال J از ضریب شدت تنش ارائه نموده‌اند، که هم‌اکنون به طور گسترده جهت محاسبه این پارامتر در سازه‌های مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرند. هر دوی این کدها، انتگرال J را با استفاده از اطلاعات مربوط به منحنی تنش-کرنش، میزان بار حدی (limit load) و یک رابطه اصلاحی برای بیان ارتباط بین انتگرال J در محدوده الاستیک و الاستوپلاستیک محاسبه می‌نمایند. معادلات تخمین انتگرال J طبق کدهای R6 و A16 در رابطه ۸ ارائه شده‌اند [۳].

$$R6 \text{ Code : } \begin{cases} J_e = \frac{1-\nu^2}{E} K_I^2 \\ L_r = \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_f} = \frac{P}{P_L} \\ K_{R6} = \frac{J_{R6}}{J_e} = \frac{E\epsilon_{ref}}{L_r\sigma_f} + \frac{L_r^3\sigma_f}{2E\epsilon_{ref}} \end{cases} \quad (8)$$

$$A16 \text{ Code : } \begin{cases} J_e = \frac{1-\nu^2}{E} K_I^2 \\ L_r = \frac{\sigma_{ref}}{\sigma_f} = \frac{P}{P_L} \\ K_{A16} = \frac{J_{A16}}{J_e} = \frac{E\epsilon_{ref}}{L_r\sigma_f} + \frac{1}{2} \frac{L_r^2}{1+L_r^2} \end{cases}$$

به طور کلی بار حدی P_L میزان باری است که منجر به تسلیم کامل ماده در سطح مقطع سازه می‌شود. برای یک قطعه ترک‌دار بار حدی برابر با مقدار باری در نظر گرفته می‌شود، که در امتداد صفحه‌ای عمود بر جبهه ترک، کل سطح مقطع ماده تسلیم شود [۱۵]. به این ترتیب ضریبی با عنوان L_r به صورت نسبت بار عملکردی به بار حدی ($L_r = P/P_L$) تعریف شده که مبین میزانی از نسبت اندازه ناحیه پلاستیک نوک ترک به میزان لیگامنت باقیمانده در جلوی ترک می‌باشد [۱۲، ۱۵]. از آنجاییکه بار حدی تابعی از هندسه و رفتار مادی قطعه ترک‌دار بوده، ضریب L_r نیز پارامتری هندسی و مادی بوده که با استفاده از روش‌های تحلیلی و عددی برای قطعات مختلف ترک‌دار قابل محاسبه است [۱۲، ۱۵]. در مرجع [۱۲] بار حدی و ضریب L_r برای هندسه‌های مختلف قطعات ترک‌دار ارائه شده‌است. از سوی دیگر با توجه به توضیحات قسمت قبل در بسیاری از مخازن تحت فشار جدارنازک جایگزینی ترک در پوسته‌ی انحناء‌دار با ترک متناظر در ورق صاف به عنوان یک تقریب مناسب مهندسی مطرح می‌باشد. در معادله ۹ رابطه پیشنهادی در مرجع [۱۲] برای ضریب L_r یک ورق صاف دارای ترک نیم‌بیضی مطابق شکل ۴ آورده شده است. در این رابطه σ_f میانگین تنش تسلیم σ_Y و تنش نهایی σ_U ماده بوده و σ_m و σ_b نیز با برازش تابع تنش در محل ترک بر روی رابطه ۱۰ محاسبه می‌شوند. با جایگذاری معادلات تنش ارائه شده در رابطه ۵ در معادله ۱۰، روابط σ_m و σ_b برای انواع ترک مخازن به صورت جدول ۳ حاصل می‌شوند.

- [9] X.B. Lin. and R.A. Smith, "Fatigue growth prediction of internal surface cracks in pressure vessels", *Journal of Pressure Vessel Technology*, Transactions of the ASME, vol. 120, pp. 17-23, 1998.
- [10] N. Miura, Y. Takahashi, H. Shibamoto and K. Inoue, "Comparison of stress intensity factor solutions for cylinders with axial and circumferential cracks", *Nuclear Engineering and Design*, vol. 238, pp. 423-434, 2008.
- [11] T.L. Anderson and D.A. Osage, "API 579: a comprehensive fitness-for-service guide", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, vol. 77, pp. 953-963, 2000.
- [12] S.A. Laham, *Stress intensity factor and limit load handbook*, British Energy Generation Ltd, Bethlehem, UK, 1998.
- [13] R.A. Ainsworth, *R6: assessment of the integrity of structures containing defects*, British Energy Generation Ltd. R/H/R6 -Revision 3, 1999.
- [14] B. Drubay, S. Marie, S. Chapuliot, M.H. Lacire, B. Michel and H. Deschanels, "A16: guide for defect assessment at elevated temperature", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, vol. 80, pp. 499-516, 2003.
- [15] I. Sattari-Far and P. Dillstrom, "Local limit load solutions for surface cracks in plates and cylinders using finite element analysis", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, vol. 81, pp. 57-66, 2004.

قابلیت اطمینان بالای این روش‌ها جهت تخمین انتگرال J می‌باشد [۳].
[۱۴، ۱۳].

۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق معادلات صریحی برای محاسبه ضریب شدت تنش و انتگرال J در ترک‌های نیم‌بیضی موجود در قسمت استوانه‌ای مخازن جدارنازک تحت فشار داخلی ارائه شد. استفاده از روابط ارائه شده در این تحقیق بسیار ساده بوده، و نتایج آن‌ها از دقت بسیار خوبی برخوردار می‌باشند. در روش ارائه شده، ممان‌های خمشی ایجاد شده در این مقاطع جهت تعیین ضریب شدت تنش و انتگرال J لحاظ می‌شوند. از این‌رو ویژگی منحصر به فرد این معادلات، قابلیت تعیین بادقت پارامترهای ترک در نزدیکی محل اتصال استوانه به عدسی می‌باشد. جهت ساده‌سازی در استفاده از معادلات ارائه شده، گراف‌هایی تنظیم شده است که به محاسبه سریع پارامترهای ترک کمک فراوان می‌نمایند. براساس نتایج این تحقیق، تنش‌های اعمالی به پوسته در نزدیک محل اتصال استوانه به عدسی با مقادیر حاصل از معادلات کلاسیک پوسته‌های جدارنازک بسیار متفاوت بوده، و خمش اعمالی به پوسته در این قسمت قابل توجه می‌باشد. بنابراین استفاده از روابط موجود در مقالات و هندبوک‌ها که تأثیر خمش اعمالی به پوسته را لحاظ نمی‌نمایند، جهت تعیین پارامترهای ترک در نزدیکی محل اتصال استوانه به عدسی منجر به خطای بسیار زیادی خواهد شد. این در حالیست که روابط ارائه شده در این مقاله، پارامترهای ترک را در کلیه مقاطع مخزن از جمله در نواحی نزدیک به محل اتصال استوانه به عدسی با دقت بسیار خوبی محاسبه می‌نمایند.

۶- مراجع

- [1] J.M. Barsom and S.T. Rolfe, *Fracture and Fatigue Control in Structures*. Butterworth-Heinemann, Woburn, USA, 1999.
- [2] T.L. Anderson and Fracture Mechanics, *Fundamentals and Applications*. CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton, Florida, USA, 2005.
- [3] A.E. Hakimi, P.L. Grogneq and S. Hariri, "Numerical and analytical study of severity of cracks in cylindrical and spherical shells", *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 75, pp. 1027-104, 2008.
- [4] B. Mechab, B. Serier, B.B. Bouiadjra, K. Kaddouri and X. Feaugas, "Linear and non-linear analyses for semi-elliptical surface cracks in pipes under bending", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, vol. 88, pp. 57-63, 2011.
- [5] E. Ventsel and T. Krauthammer, *Thin Plates and Shells, Theory, Analysis, and Applications*, CRC Press LLC, Boca Raton, Florida, USA, 1981.
- [6] E.H. Baker, L. Kovalevsky and F.L. Rish, *Structural Analysis of Shells*, McGraw-Hill, Inc, New York, USA, 1972.
- [7] M.h. Jawad, *Design of Plate and Shell Structures, The American Society of Mechanical Engineers (ASME Press)*, Three Park Avenue, New York, NY 10016, USA, 2004.
- [8] B.S. Kumar, P. Prasanna and J. Sushma, "Stress Analysis And Design Optimization of a Pressure Vessel Using Ansys Package", *Materials Today: Proceedings*, 5: 4551-4562, 2017.