

## مطالعه عملکرد کنترل وضعیت ماهواره با عملگر تراستر دو وضعیتی با استفاده از مدولاتور انتگرالی مرتبه کسری

وحید بهلوری<sup>۱</sup>

۱- استادیار، گروه مهندسی برق، دانشگاه فنی و حرفه‌ای، تهران، ایران، v\_bohlouri@tvu.ac.ir

### چکیده

در این مقاله کنترل وضعیت ماهواره با مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی مرتبه کسری بررسی شده است. ماهواره با عملگر تراستر دو وضعیتی روشن-خاموش و با ترکیب مدولاتور مرتبه کسری و الگوریتم تناسبی-مشتقی کنترل می‌شود. تمرکز اصلی این مقاله مطالعه رفتار مدولاتور پیشنهادی بوده لذا مدل عملگر ایده‌آل لحاظ شده و از یک کنترلگر تناسبی-مشتقی استفاده شده است. میانگین مصرف سوخت و فعالیت عملگر به عنوان دو شاخص اصلی ارزیابی لحاظ شده و از طرفی مقدار میانگین مطلق خطای نشانه‌روی وضعیت ماهواره نیز به عنوان شاخص محوری در مطالعه رفتار مدولاتور پیشنهادی، لحاظ شده است. به منظور مقایسه منصفانه نتایج، مسئله کنترل وضعیت به‌ازای شرایط مفروض یکسان و برای مدولاتور مرتبه صحیح و مرتبه کسری بطور توأمان انجام شده است. مقایسه نتایج به‌ازای تغییر توان کسری فیلتر مدولاتور مذکور و بررسی سه معیار عملکرد پیشنهادی انجام شده است. نتایج بدست آمده از حل عددی نشانگر تغییر معیار عملکرد به‌ازای تغییر مرتبه فیلتر کسری مدولاتور بوده و عملکرد مناسب‌تر مدولاتور پیشنهادی را به‌ازای بازه‌ای از توان‌های کسری نشان می‌دهد. همچنین به‌ازای شرایط مفروض شبیه‌سازی، با افزایش مرتبه انتگرال‌گیری مدولاتور کسری، خطای نشانه‌روی افزایش یافته، فعالیت عملگر کاهش یافته و مصرف سوخت دچار تغییرات شده است. افزایش درجه آزادی طراح در انتخاب قابلیت‌هایی نظیر افزایش دقت نشانه‌روی یا کاهش مصرف سوخت یا کاهش فعالیت عملگر که می‌تواند برای مودهای مختلف عملیاتی ماهواره لحاظ شود، مزیت عمده استفاده از این مدولاتور پیشنهادی است.

**واژه‌های کلیدی:** کنترل وضعیت ماهواره-مدولاتور پهنا و فرکانس پالس-مرتبه کسری-خطای نشانه‌روی-تراستر

### ۱- مقدمه

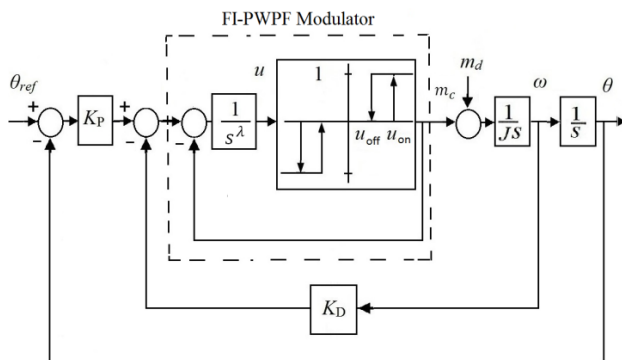
در فرآیندهای کنترلی برای فعالسازی عملگرهای دو وضعیتی روشن-خاموش نیاز به مدولاتورهایی است که سیگنال پیوسته کنترلی را به سیگنال مدوله شده صفر و یک تبدیل نماید که بدین منظور رله‌ها و مدولاتورهای زیادی توسعه یافته است. در ماهواره‌ها عموماً از عملگرهای مغناطیسی (Magnetorquer)، تراستر و چرخ عکس‌العملی (Reaction wheel) برای کنترل وضعیت و کنترل موقعیت استفاده می‌شود [۱]. تراسترها عملگرهای دو وضعیتی روشن-خاموش بوده که به دلیل سرعت پاسخ سریع و گشتاور بالای تولیدی در مودهای مختلف کاری و مأموریتی نظیر مود تزریق مداری، مستهلک‌سازی سرعت زاویه‌ای (De-tumbling)، پایدارسازی وضعیت،

کنترل وضعیت و مانور ملاقات مداری (Docking maneuvering) مورد استفاده قرار می‌گیرند [۲-۵]. برای راه‌اندازی تراسترها از کنترل‌های ساده بنگ-بنگ (Bang-bang)، بنگ-بنگ با ناحیه مرده (Dead-band) و بلوک اشمیت تریگر (Schmitt trigger) استفاده می‌شود همچنین در کلاس دیگر از مدولاتورهای پهنای پالس، فرکانس پالس، نرخ کاذب و مدولاتور پهنا و فرکانس پالس (Pulse-width pulse-frequency, PWPF) استفاده می‌شود [۶-۸]. در این بین مدولاتورهای پهنا و فرکانس پالس به دلیل تنظیم همزمان عرض پالس و فرکانس پالس مزایایی دارد که باعث کاربرد بیشتر آن شده است. رفتار شبه‌خطی، ارتعاشات کم، مصرف سوخت کمتر و دقت بیشتر از جمله مهمترین مزیت‌های این نوع مدولاتور هاست [۹]. البته برای رسیدن به عملکرد مطلوب، لازم است پارامترهای این مدولاتور بطور مناسبی تنظیم شوند. از طرف دیگر به منظور رسیدن به عملکرد مطلوب سیستم کنترل وضعیت، مدولاتور پهنا و فرکانس پالس با کنترلگرهای متعددی ترکیب می‌شود که در اکثر منابع، از ترکیب کنترلگرهای خانواده PID استفاده شده است. بطور نمونه در مراجع [۱۰-۱۲] مدولاتور پهنا و فرکانس پالس و کنترلگرهای PID ترکیب شده است. همچنین این مدولاتور با کنترلگرهای نظیر مود لغزشی و کنترل تطبیقی نیز ترکیب شده است [۱۳، ۱۴]. بطور نمونه در مرجع [۳۰] چند نوع کنترلر تناسبی-انتگرالی-مشتقی بهبودیافته با مدولاتور PWPF ترکیب شده و نتایج آن‌ها بررسی و مقایسه شده است.

دستیابی به عملکرد مطلوب کنترلی در بهره‌گیری از مدولاتور پهنا و فرکانس پالس مستلزم تنظیم مناسب پارامترهای آن است که در این زمینه مطالعاتی در منابع انجام شده است [۱۵-۱۸]. معادلات کنترل وضعیت با مدولاتور پهنا و فرکانس پالس به صورت بی‌بُعد و تنظیم و بهینه‌سازی پارامترهای آن در مرجع [۱۹ و ۲۰] ذکر شده است. تنظیم پارامترها و ارائه بازه انتخاب پارامترهای مدولاتور در حالت اعمال نویز در [۲۱ و ۲۲] انجام شده است. همچنین استخراج محدودۀ ترجیحی در تحلیل استاتیکی در مرجع [۲۳] انجام شده است.

از نظر بهبود ساختار مدولاتور، اصلاحی بر مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی (Integral pulse-width pulse-frequency, IPWPF) با یک شرط منطقی در مرجع [۲۴] انجام شده و عملکرد این مدولاتور در دو مود نشانه‌روی و پایدارسازی بهبود یافته است.

در بسیاری از سیستم‌های کنترل برای بهبود عملکرد از حسابان مرتبه کسری (fractional calculation) استفاده شده است در این خصوص مقاله مروری [۲۵] دسته‌بندی مفصلی از سیستم‌های کنترل مرتبه کسری ارائه کرده است. بطور ویژه در مرجع [۲۶] از یک کنترلگر تناسبی-مشتقی مرتبه



شکل ۲- کنترل وضعیت تک محوره ماهواره با کنترل تناسبی-مشتقی و مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی مرتبه کسری

در شکل ۲، دینامیک ماهواره بصورت تک محوره و جسم صلب در نظر گرفته شده و گشتاور اغتشاشی  $m_d$  بر دینامیک ماهواره اعمال می شود. معادلات حالت سیستم مذکور با فرض مرتبه صحیح انتگرال گیر به صورت زیر استخراج می شود:

$$\dot{\theta} = \omega \quad (1)$$

$$\dot{\omega} = \frac{m_c}{J} + \frac{m_d}{J} \quad (2)$$

$$\text{If } \lambda = 1 \quad \dot{u} = e - Y \quad (3)$$

$$\text{If } \lambda \neq 1 \quad \frac{d^\lambda u}{dt^\lambda} = e - Y \quad (3)$$

$$e = K_p(\theta_{ref} - \theta) - K_D \omega \quad (4)$$

که در آن  $\theta_{ref}$  زاویه ورودی مرجع موقعیت زاویه ای،  $\theta$  موقعیت زاویه ای ماهواره،  $J$  ممان اینرسی ماهواره صلب، تابع  $F$  نمایانگر بلوک اشمیت تریگر است که سیگنال مدوله شده خروجی آن به صورت  $Y = F(u, y_{old}, u_{off}, u_{on}, u_m)$  و تابعی از متغیرهای داخلی این بلوک است. مطالعه و بررسی دقیق تر رفتار مدولاتور پهنا و فرکانس پالس و بیان روابط ریاضی آن در مراجع [۲۰] و [۲۹] با جزئیات بیان شده است. دقت شود که به دلیل استفاده از بلوک اشمیت تریگر، سیستم کنترل غیرخطی بوده و نمی توان تحلیلی بر مبنای سیستم های خطی ارائه نمود. بهره های تناسبی و مشتقی کنترل کننده P-D به ترتیب با  $K_p$  و  $K_D$  نمایش داده شده است.

### ۳- حسابان مرتبه کسری و حل عددی

حل عددی معادلات حالت با استفاده از روش اویلر (Euler) و گام زمانی  $(h) 0.01$  ثانیه در نرم افزار متلب (MATLAB) انجام شده است. شرایط اولیه زاویه و سرعت زاویه ای صفر انتخاب شده و مقدار ممان اینرسی ۱ کیلوگرم بر مترمربع انتخاب شده است. مقدار بهره کنترل تناسبی و مشتقی به ترتیب ۱۰ و ۲۰ انتخاب شده و شبیه سازی با مدت زمان نهایی  $(t_f) 30$  ثانیه انجام شده است. مقدار آستانه روشن و خاموش شدن بلوک اشمیت-

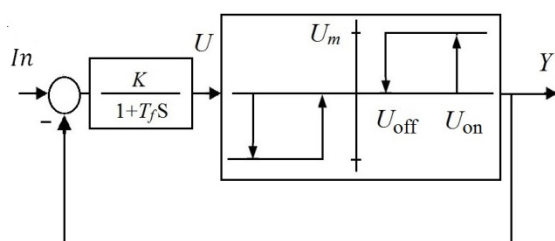
کسری برای کنترل وضعیت یک ماهواره با مدولاتور پهنا و فرکانس پالس استفاده شده است. تغییر ساختار مدولاتور پهنا و فرکانس پالس با استفاده از حسابان کسری می تواند نتایج جالب توجهی بدست دهد. از طرفی عملکرد مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی وابستگی زیادی به انتگرال گیر دارد، چنانچه مرتبه انتگرال گیری تغییر کند معیارهای عملکرد و رفتار مدولاتور نیز تغییرات زیادی خواهند داشت.

مطالعه عملکرد کنترل وضعیت ماهواره با مدولاتور IPWPF و با استفاده از حسابان کسری به منظور رسیدن به رفتار مناسب تر می تواند نتایج جالبی در بر داشته باشد. لذا در این مقاله کنترل وضعیت ماهواره با استفاده از مدولاتور IPWPF مرتبه کسری بررسی شده و نتایج با مدولاتور مرتبه صحیح مقایسه می شود. نوآوری و تمرکز اصلی این مقاله در استفاده از مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی مرتبه کسری در کنترل وضعیت ماهواره و مطالعه رفتار این مدولاتور و بررسی معیارهای عملکردی تعریف شده می باشد. نتایج برای دو کنترلگر مرتبه صحیح و مرتبه کسری به ازای مفروضات مختلف، اغتشاشات، عدم قطعیت ها و معیارهای عملکردی قابل مقایسه است.

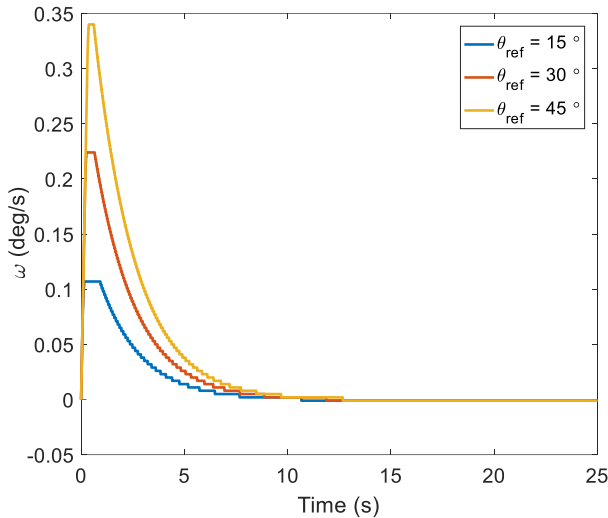
### ۲- مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی مرتبه کسری در کنترل وضعیت ماهواره

ساختار یک مدولاتور پهنا و فرکانس پالس در شکل ۱ ترسیم شده است. این مدولاتور از یک فیلتر با ثابت زمانی  $T_f$  و بهره  $K$  و یک بلوک اشمیت تریگر با مقدار آستانه روشن شدن  $U_{on}$ ، آستانه خاموش شدن  $U_{off}$ ، سیگنال ورودی به بلوک اشمیت تریگر  $U$  و سطح خروجی  $U_m$  و یک فیدبک واحد منفی تشکیل شده است. سیگنال ورودی  $In$  پس از مقایسه با سیگنال خروجی مدولاتور  $Y$  وارد فیلتر (دینامیک مرتبه اول) شده و نهایتاً به بلوک غیرخطی و حافظه دار اشمیت تریگر وارد می شود. به دلیل بلوک اشمیت تریگر این مدولاتور رفتار غیرخطی داشته و  $\delta$  پارامتر تنظیمی دارد. چنانچه به جای فیلتر یک انتگرال گیر  $(1/s)$  قرار گیرد، مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی خواهد بود. در صورتی که توان انتگرال گیر بصورت کسری باشد  $\lambda$ ، مدولاتور FI-PWPF خواهد بود.

در شکل ۲ مدار کنترل وضعیت تک محوره یک ماهواره صلب با مدل عملگر ایده آل و کنترلگر تناسبی-مشتقی و مدولاتور F-IPWPF نمایش داده شده است. در این شکل سیگنال کنترلی از کنترلگر P-D (بهره مشتقی کنترلگر در مسیر فیدبک قرار دارد) وارد مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی مرتبه کسری شده و فرمان مدوله شده پالسی وارد عملگر ایده آل تراستر شده و تبدیل به گشتاور  $m_c$  می شود.



شکل ۱- مدولاتور پهنا و فرکانس پالس



شکل ۴- سرعت زاویه‌ای سیستم کنترل وضعیت با مدولاتور FI-PWPF و کنترل تناسبی-مشتقی

به منظور مطالعه رفتار کنترل وضعیت ماهواره با مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی مرتبه کسری، مقدار میانگین مطلق خطای نشانه‌رویی وضعیت ماهواره ( $Err$ ) مطابق رابطه (۶) به عنوان معیار اصلی کنترلی و همچنین مقدار میانگین مصرف سوخت ( $\Delta V$ ) مطابق رابطه (۷) و فعالیت تراستر ( $N$ ) نیز به عنوان دو معیار عملکرد دیگر مورد بررسی قرار گرفته است. توان انتگرال کسری بین  $0.75$  تا  $1.25$  تغییر داده شده است. بدیهی است به ازای  $\lambda = 1$  مدولاتور مرتبه صحیح خواهد بود.

$$Err = \frac{1}{(t_f - t_0)} \int_{t_0}^{t_f} |\theta_{ref} - \theta| dt \quad (6)$$

$$\Delta V = \frac{1}{(t_f - t_0)} \int_{t_0}^{t_f} m_c dt \quad (7)$$

مقدار میانگین مطلق خطای نشانه‌رویی وضعیت ماهواره ( $Err$ )، مقدار مصرف میانگین سوخت ( $\Delta V$ ) و فعالیت تراستر ( $N$ ) بر حسب  $\lambda$  به ازای سه زاویه ورودی مرجع  $15^\circ$ ،  $30^\circ$  و  $45^\circ$  در شکل‌های ۶، ۷ و ۸ ترسیم شده است. مطابق شکل‌های مذکور رفتار در هر سه زاویه ورودی مرجع تقریباً یکسان بوده و به ازای  $\lambda > 1$  مقدار  $Err$  افزایشی است. به ازای مقادیر  $\lambda < 1$  تقریباً خطا مقدار ثابتی را دارد. به منظور بررسی دقیق‌تر، شکل ۸ با وضوح بالاتر و به ازای زاویه ورودی مرجع  $30^\circ$  درجه ترسیم شده است. مطابق شکل ۶، حوالی  $\lambda = 1$  بیشترین میزان مصرف سوخت اتفاق می‌افتد و با انحراف  $\lambda$  از مقدار واحد مصرف سوخت کاهش می‌یابد.

تریگر به ترتیب  $0.5/0$  و  $0.2/0$  انتخاب شده و سطح خروجی بلوک اشمیت-تریگر نیز واحد انتخاب شده است. مبنای انتخاب مقادیر عددی پارامترها، مطالعاتی است که در مراجع [۲۰-۲۳] انجام شده است.

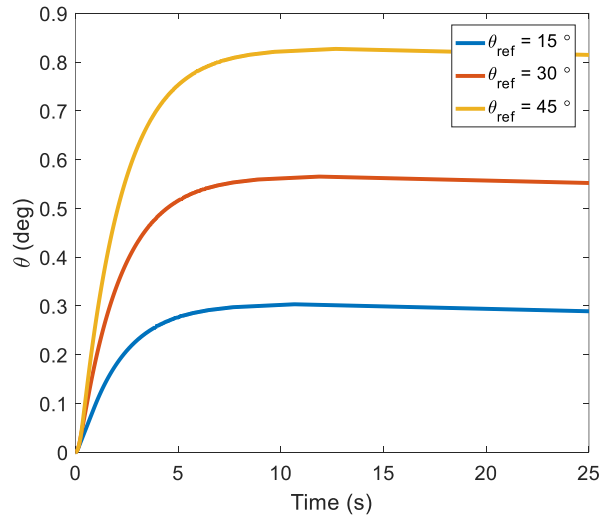
انتگرال مرتبه کسری تعمیمی از انتگرال مرتبه صحیح هست. طبق تعریف انتگرال مرتبه کسری تابع  $f(t)$  از مرتبه  $\alpha$  در بازه  $a$  تا  $t$  را می‌توان از بازنویسی فرمول کوشی بر اساس تابع گاما به عنوان تعمیمی از تابع فاکتوریل به صورت زیر به دست آورد [۲۷].

$${}^{RL}I_1^\alpha f(t) \triangleq \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau \quad (8)$$

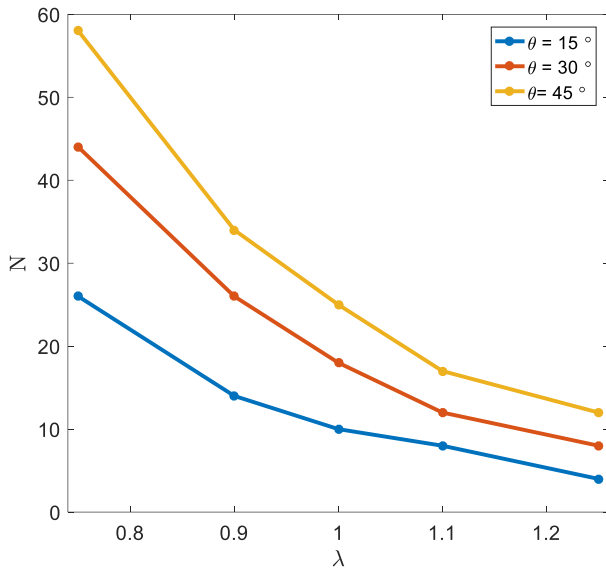
$$\alpha \in \mathbb{R}^+$$

که در آن نماد  ${}^{RL}I_1^\alpha f(t)$  به معنی عملگر انتگرال کسری ریمان-لیوویل (Riemann-Liouville) است. تابع  $f(t)$  از  $a$  (کران پایین انتگرال) تا  $t$  (کران بالای انتگرال) به ازای  $t > a$  و مرتبه انتگرالگیری است. در اینجا با توجه به تعمیم مفهوم انتگرال، می‌توان انتگرال مرتبه کسری را در ساختار بلوک دیگرام کنترلی در نظر گرفت [۲۷].

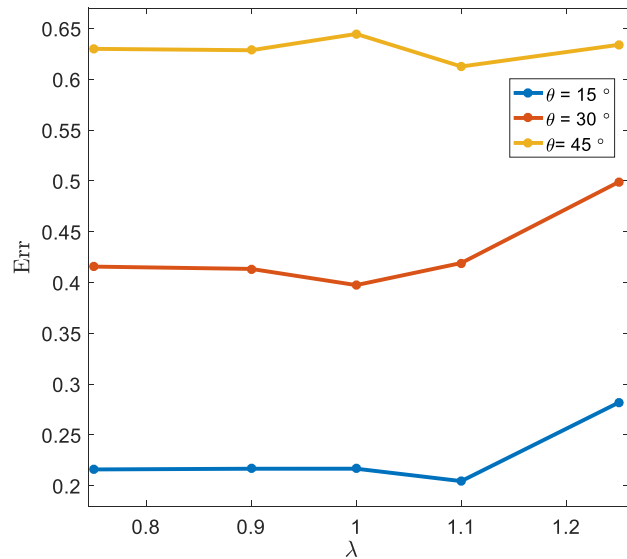
شبیه‌سازی کنترل وضعیت تک‌محوره ماهواره بر اساس شکل ۲ و با مدولاتور پهنا و فرکانس پالس مرتبه کسری و با ترکیب کنترلگر تناسبی-مشتقی انجام شده است. در شکل‌های ۳ و ۴ به ترتیب زاویه و سرعت زاویه‌ای ماهواره به ازای سه زاویه مرجع ورودی  $15^\circ$ ،  $30^\circ$  و  $45^\circ$  درجه ترسیم شده است. مطابق این دو شکل کنترلگر با دقت مناسبی توانسته زاویه مرجع ورودی را دنبال نماید.



شکل ۳- پاسخ پله سیستم کنترل وضعیت با مدولاتور FI-PWPF و کنترل تناسبی-مشتقی



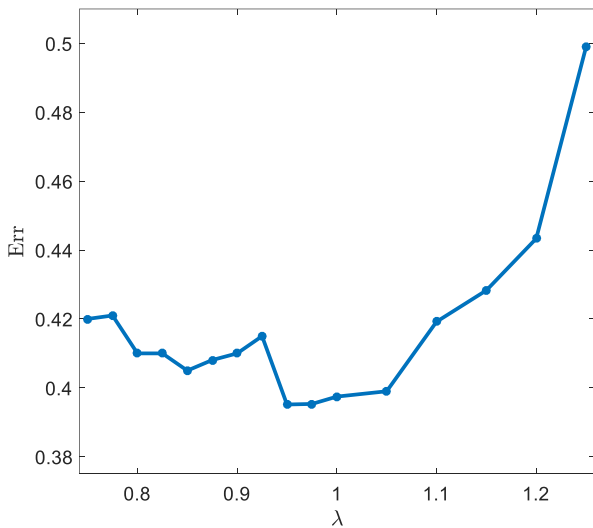
شکل ۷- فعالیت عملگر بر حسب تغییرات توان انتگرال کسری به ازای سه زاویه ورودی مرجع



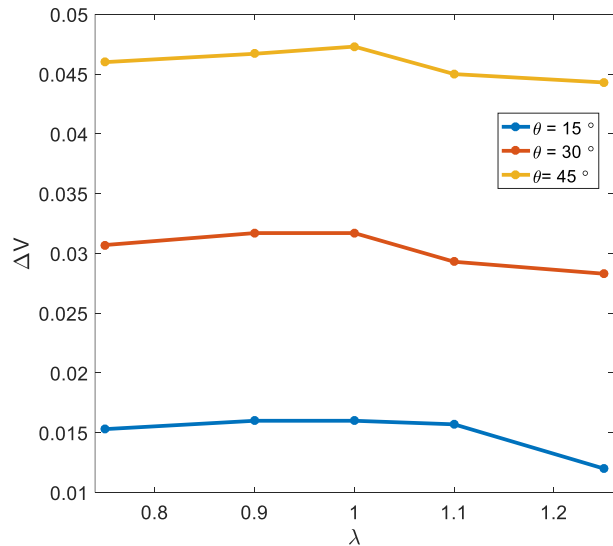
شکل ۵- میانگین خطای نشانه روی وضعیت بر حسب تغییرات توان انتگرال کسری به ازای سه زاویه ورودی مرجع

در شکل ۹ و شکل ۱۰ به ترتیب میزان مصرف سوخت و فعالیت عملگر بر حسب توان کسری فیلتر مدولاتور ترسیم شده است. این دو شکل بر حسب  $\lambda$  و با فواصل کوتاه تر و وضوح بیشتر نشان داده است.

میزان فعالیت عملگر بر حسب  $\lambda$  در شکل ۷ به ازای سه زاویه ورودی مرجع ترسیم شده است. شکل ۷ به وضوح افزایش فعالیت تراستر را با کاهش  $\lambda$  نشان می دهد.

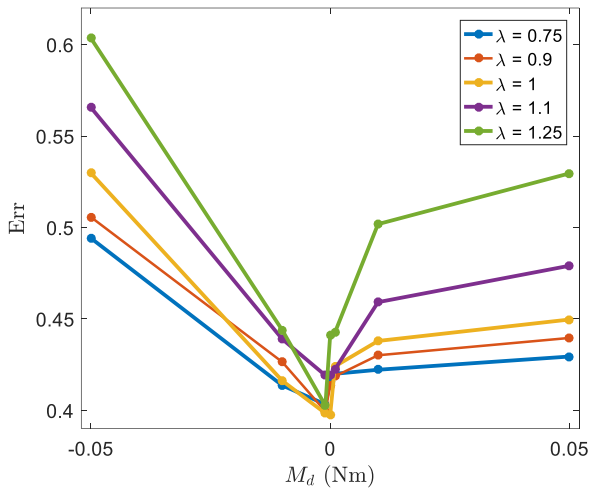


شکل ۸- میانگین خطای نشانه روی وضعیت بر حسب تغییرات توان انتگرال کسری مدولاتور FI-PWPF

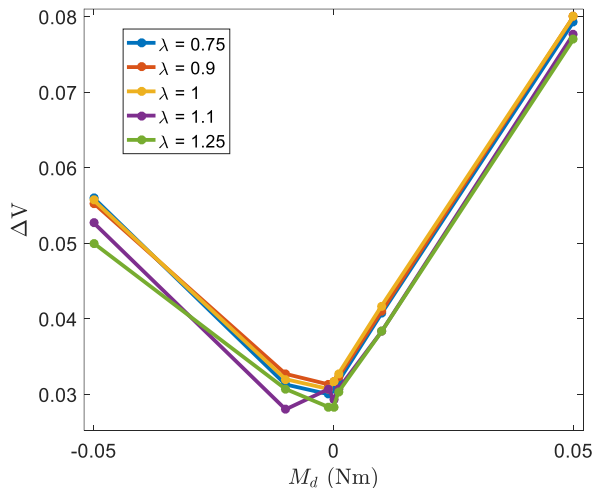


شکل ۶- میانگین مصرف سوخت بر حسب تغییرات توان انتگرال کسری به ازای سه زاویه ورودی مرجع

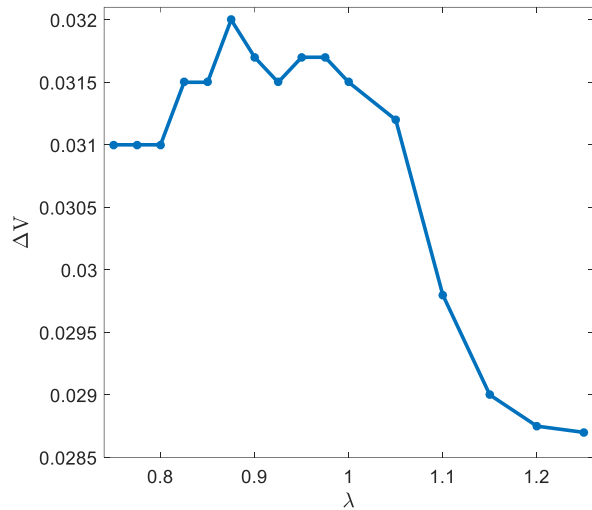
عملگر بر حسب دامنه اغتشاشات خارجی مطالعه شده است. مطابق پیش‌بینی در این دو شکل نیز با افزایش مطلق دامنه اغتشاشات مصرف سوخت و فعالیت تراستر افزایش یافته است. تغییرات مصرف سوخت بر حسب اغتشاش و به ازای  $\lambda$ ها تفاوت محسوسی ندارد اما در نمودار فعالیت تراستر با کاهش  $\lambda$  مقدار فعالیت عملگر بر حسب اغتشاش افزایش داشته است. نکته جالب توجه دیگر که به نوعی صحنه‌گذاری نتایج را هم تأیید می‌نماید، تقارن نسبی نمودارهای بدست آمده است.



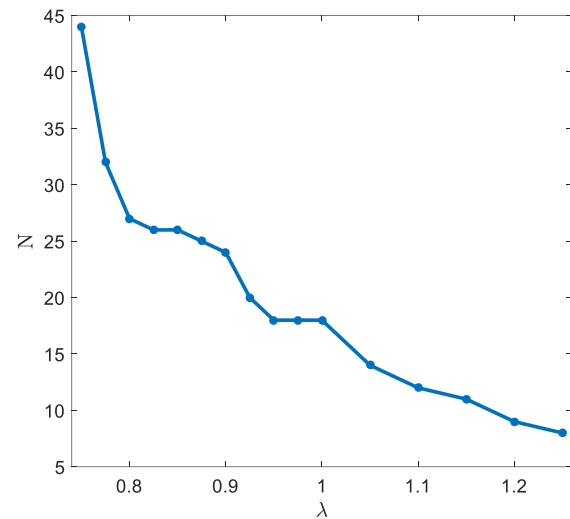
شکل ۱۱- میانگین خطای نشانه‌روی بر حسب دامنه اغتشاشات خارجی به‌ازای مقادیر مختلف توان انتگرال کسری



شکل ۱۲- میانگین مصرف سوخت بر حسب دامنه اغتشاشات خارجی به- ازای مقادیر مختلف توان انتگرال کسری



شکل ۹- میانگین مصرف سوخت بر حسب تغییرات توان انتگرال کسری مدولاتور FI-PWPF



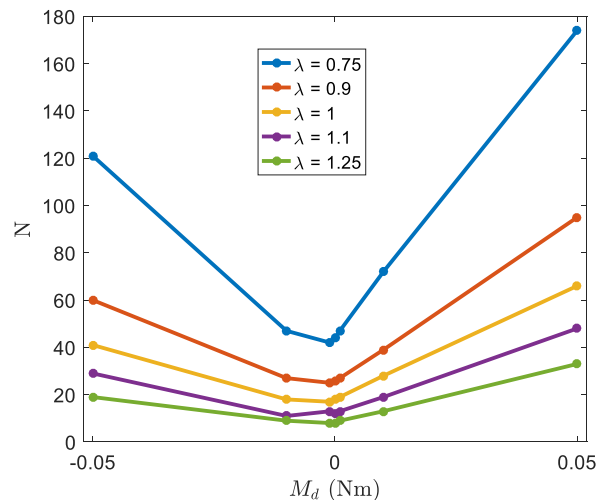
شکل ۱۰- فعالیت عملگر بر حسب تغییرات توان انتگرال کسری مدولاتور FI-PWPF

اغتشاشات خارجی از جمله عوامل تضعیف دقت کنترلی در ماهواره‌ها هستند بطوریکه دقت کنترلی را در مودهای مختلف عملکردی ماهواره تحت تأثیر قرار می‌دهند. در این بخش به منظور بررسی اثر اغتشاشات خارجی، رفتار سیستم کنترلی بر حسب تغییرات دامنه اغتشاش از مقدار  $-0.05$  تا  $+0.05$  نیوتن‌متر و به ازای مقادیر مختلف  $\lambda$  و با فرض زاویه ورودی مرجع  $30^\circ$  درجه بررسی شده است. در شکل ۱۱ میانگین خطای نشانه‌روی بر حسب دامنه اغتشاش ترسیم شده است. مطابق شکل ۱۱ به ازای اغتشاشات حوالی صفر، کمترین میزان خطا اتفاق می‌افتد و با افزایش دامنه اغتشاش خطای نشانه‌روی افزایش می‌یابد اما نکته مهم تغییرات کمتر خطای نشانه‌روی در  $\lambda$ های کوچک نسبت به  $\lambda$ های بزرگ است بطوری که تفاوت  $Err$  در  $\lambda = 1.25$  و  $\lambda = 0.75$  حدود  $25\%$  است. قابل ذکر است که اغتشاشات خارجی از جنس گشتاور اغتشاشی در بازه  $-0.05$  تا  $+0.05$  نیوتن‌متر انتخاب شده و بصورت تابع پله به کنترل وضعیت ماهواره اعمال شده است. همچنین در دو شکل ۱۲ و ۱۳ میانگین مصرف سوخت و فعالیت

بازهای از توان‌های کسری مناسب‌تر بوده و استفاده از این مدولاتور پیشنهادی به ویژه برای افزایش دقت نشانه‌روی وضعیت ماهواره ارجحیت دارد.

#### ۱- مراجع

- [1] M. J. Sidi, *Spacecraft Dynamics and Control, A Practical Engineering Approach*, First Edition, Cambridge University Press, 1997.
- [2] E. S. Webster, "Active Nutation Control for Spinning Solid Motor Upper Stage," McDonnell Douglas Astronautics Company, Presented in AIAA, 1985.
- [3] G. B. Johnson, "Nutation Correction System For Spin-Stabilized Satellite," United States Patent, 1968.
- [4] Y. Lian, and G. Tang, "Libration Point Orbit Rendezvous Using PWPF Modulated Terminal Sliding Mode Control," *Advances in Space Research*, vol. 52, no. 12, pp. 2156-2167, 2013.
- [5] D. V. Lebedev and A. I. Tkachenko, "High-Precision Attitude Control of Remote Sensing Satellite," *IFAC Automatic Control in Aerospace*, Russia, 2004.
- [6] P. Fortescue, J. Stark, G. Swinerd, eds., *Spacecraft Systems Engineering*, John Wiley and Sons Inc., 2011.
- [7] R. Wertz, *Spacecraft Attitude Determination and Control*, Kluwer Academic Publisher, 1978.
- [8] M. Navabi and H. Rangraz, "Comparing Optimum Operation of Pulse Width-Pulse Frequency and PseudoRate Modulators in Spacecraft Attitude Control Subsystem Employing Thruster," *Proceeding of 6th International Conference on Recent Advances in Space Technologies*, IEEE, pp. 625-630, 2013.
- [9] T. C. Anthony and B. Wie, "Pulse-Modulated Control Synthesis for a Flexible Spacecraft," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 13, no. 6, pp. 1014-1022, 1990.
- [10] M. A. Johnson and M. H. Moradi, *PID Control, New Identification and Design Methods*, Springer, 2005.
- [11] F. G. Shinsky, *Process Control System: Application, Design and Tuning*, Fourth Edition, McGraw-Hill, USA, 1996.
- [12] C. C. Yu, *Auto tuning of PID Controllers, A Relay Feedback Approach*, 2nd Edition, Springer, 2006.
- [13] Q. L. Hu and G. F. Ma, "Flexible spacecraft vibration suppression using PWPF modulated input component command and sliding mode control" *Asian Journal of Control*, vol. 9, no. 1, pp. 20-29, 2007.
- [14] A. Fazlyab, A. Ajorkar, and M. Kabganian, "Design of an adaptive controller of a satellite using thruster actuator" *International Journal of Computer Applications*, vol. 102, no. 10, pp. 6-12, 2014.
- [15] N. V. Buck, "Minimum Vibration Maneuvers Using Input Shaping and Pulse-Width Pulse-Frequency Modulated Thruster Control," Naval Postgraduate School, Monterey, CA, 1996.
- [16] G. Song, N. V. Buck, and B. N. Agrawal, "Spacecraft Vibration Reduction Using Pulse-Width Pulse-Frequency Modulated Input Shaper," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 22, pp.433-440, 1999.
- [17] G. Song and B. Agrawal, "Vibration Suppression of Flexible Spacecraft During Attitude Control," *Acta Astronautica*, vol. 49, no. 2, pp. 73-83, 2001.
- [18] T. D. Krovel, *Optimal Tuning of PWPF Modulator for Attitude Control*, MS Thesis, Norwegian University.



شکل ۱۳- فعالیت عملگر بر حسب دامنه اغتشاشات خارجی به‌ازای مقادیر مختلف توان انتگرال کسری

مطالعه رفتار سیستم کنترل وضعیت ماهواره با مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی مرتبه کسری نشان می‌دهد که با استفاده از توان کسری می‌توان در محدوده‌هایی به بهبود عملکرد سیستم کنترلی رسید و دقت نشانه‌روی وضعیت را بهبود داد. بطور ویژه استفاده از این ساختار در مودهای دقیق کنترلی ماهواره نظیر مود نشانه‌روی دقیق ماهواره پیشنهاد می‌شود. همچنین در مودهایی غیردقیق ماهواره و مودهایی که کاهش مصرف انرژی مورد نظر هستند می‌توان با تنظیم توان کسری فعالیت عملگر یا مصرف سوخت را کاهش داد.

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله مدولاتور پهنا و فرکانس پالس انتگرالی مرتبه کسری برای کنترل وضعیت ماهواره صلب با عملگر دو وضعیتی روشن-خاموش مطالعه و بررسی شد است. در مدولاتور پیشنهادی که با کنترلگر تناسبی-مشتقی ترکیب شده، توان انتگرال‌گیر بصورت مرتبه کسری تغییر یافته است. میانگین مطلق خطای نشانه‌روی وضعیت ماهواره، میانگین مصرف سوخت و فعالیت عملگر به عنوان سه شاخص اصلی لحاظ شده است. کنترل وضعیت به‌ازای شرایط مفروض یکسان برای مدولاتور مرتبه صحیح و مرتبه کسری انجام شده و نتایج مقایسه شده‌اند. میانگین مطلق خطای نشانه‌روی، میانگین مصرف سوخت و فعالیت عملگر بر حسب توان کسری انتگرال‌گیر بررسی شد. نتایج بدست آمده نشانگر افزایش نسبی میانگین خطا با افزایش توان کسری انتگرال‌گیر و کاهش نسبی مصرف سوخت با کاهش توان کسری است. همچنین کاهش فعالیت تراستر با افزایش توان کسری انتگرال‌گیر اتفاق می‌افتد. بطور نمونه به ازای مانور ۳۰ درجه وضعیت ماهواره و شرایط مفروض با کاهش توان کسری مدولاتور، میانگین خطا حدود ۱۹ درصد کاهش یافته، مصرف سوخت تقریباً ثابت بوده و فعالیت عملگر حدود ۴ برابر افزایش یافته است. ارزیابی معیارهای عملکرد بر حسب دامنه اغتشاشات خارجی نیز مطالعه شده که نتایج نشانگر کاهش نرخ خطا با کاهش توان انتگرال‌گیر کسری است. علاوه بر این تاثیر عدم قطعیت ممان اینرسی ماهواره و عدم قطعیت زاویه ورودی مرجع و اغتشاش نیز قابل بررسی است. با مطالعه نتایج بدست آمده می‌توان نشان داد که عملکرد مدولاتور پیشنهادی در

- [25] O. W. Abdulwahhab, and N. H. Abbas, "Survey Study of Fractional Order Controllers," *Journal of Engineering*, vol. 26, no. 4, pp. 188-201, 2020.
- [26] W. Xinsheng and Z. Huaqiang, "Fractional order controller for satellite attitude control system with PWPF modulator", In *2015 34th Chinese Control Conference (CCC)*, IEEE, 2015.
- [27] F. Mainardi, "An historical perspective on fractional calculus in linear viscoelasticity", *Fractional Calculus and Applied Analysis*, vol. 15, no. 4, pp. 712-717, 2012.
- [28] V. Bohlouri, S. H. Jalali-Naini, "Application of reliability-based robust optimization in spacecraft attitude control with PWPF modulator under uncertainties", *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, vol. 41, no. 10, pp.1-15, 2019.
- [29] V. Bohlouri, M. Ebrahimi, and S. H. Jalali-Naini, "Robust optimization of satellite attitude control system with on-off thruster under uncertainty", In *2017 International Conference on Mechanical, System and Control Engineering (ICMSC)*, pp. 328-332. IEEE, 2017.
- [30] S. Moghadaszadeh, V. Bohlouri and S. H. Jalali-Naini "Attitude control of a rigid satellite with pulse-width pulse-frequency modulation using observer-based modified PID controller", *Modares Mechanical Engineering*, vol. 16, no. 8, pp. 139-148, 2016, (in Persian).
- [19] S. H. Jalali-Naini, "Normalizing the Single-Axis Spacecraft Attitude Control Equations with Pulse-Width Pulse-Frequency Modulator," *the 13th Conference of Iranian Aerospace Society*, 2014 (in Persian).
- [20] S. H. Jalali-Naini and S. Ahmadi, "Preliminary Design of Spacecraft Attitude Control with Pulse-Width Pulse-Frequency Modulator for Rest-to-Rest Maneuver," *Journal of Aerospace Science and Technology, Iranian Aerospace Society*, vol. 11, no. 1, pp. 1-8, 2017.
- [21] S. H. Jalali-Naini and V. Bohlouri, "Quasi-Normalized Static and Dynamic Analysis of Pulse-Width Pulse-Frequency Modulator in Presence of Input Noise," *Modares Mechanical Engineering*, vol. 16, no. 12, pp. 455-466, 2016 (in Persian).
- [22] S. H. Jalali-Naini and V. Bohlouri, "Quasi-Normalized Analysis of Satellite Stabilization with Pulse-Width Pulse-Frequency Modulator in Presence of Input Noise," *Modares Mechanical Engineering*, vol. 18, no. 1, pp. 165-176, 2018, (in Persian).
- [23] S. H. Jalali-Naini, "Static Analysis of Pulse-Width Pulse-Frequency Modulator Based on Analytical and Numerical Solutions," *Journal of Aerospace Science and Technology*, vol. 11, no. 1, pp. 13-29, 2018, (in Persian).
- [24] S. H. Jalali-Naini, O. Omid, "A Modification to Integral Pulse-Width Pulse-Frequency Modulator", *Journal of Aerospace Science and Technology*, vol. 14, no. 1, pp. 46-55, 2021, (in Persian).