

فرود خودکار در حضور باد جانبی با استفاده از کنترل مدل پیش‌بین مبتنی بر نظریه بازی دیفرانسیلی

مریم مجلسی^۱، هادی نوبهاری^{۲*}، یوسف سیفوری پور^۳

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد، مهندسی هوافضا، دانشکده هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، maryam.majlesi1395@sharif.edu

۲- دانشیار، مهندسی هوافضا، دانشکده هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، nobahari@sharif.edu

۳- دانشجوی دکتری، مهندسی هوافضا، دانشکده هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، ysefourii@ae.sharif.edu

*نویسنده مخاطب

چکیده

در این پژوهش، یک کنترل‌کننده پیش‌بین مقاوم برای فرود هواپیما در حضور باد جانبی شدید و نامعینی‌هایی مثل اثر زمین طراحی شده است. به این منظور، کنترل‌کننده ترکیبی پیش‌بین EDMC و بازی دیفرانسیلی ارائه شده است. در این کنترل‌کننده از یک مدل آماده شش درجه آزادی هواپیما استفاده شده است. طراحی و پیاده‌سازی ساختار کنترلی هواپیما در فاز فرود، بر مبنای یک ساختار آماده اجرا شده است. این ساختار شامل حلقه‌های کنترلی مختلف صفحه طولی و عرضی هواپیما است که در آن از کنترل‌کننده H_∞ استفاده شده است. در این پژوهش، کنترل‌کننده H_∞ صفحه عرضی هواپیما با EDMCDG جایگزین شده است. همچنین، تغییراتی در ساختار کنترلی متناسب با کنترل‌کننده جدید داده شده است. برای بررسی عملکرد کنترل‌کننده، شبیه‌سازی فرود هواپیما با وجود باد جانبی با سرعت ۱۰ متر بر ثانیه انجام شده و نمودارهای مسیر، ورودی‌های کنترلی و متغیرهای حالت عرضی آماده است.

واژه‌های کلیدی: کنترل پیش‌بین - بازی دیفرانسیلی - فرود خودکار - باد جانبی - اثر زمین

۱- مقدمه

فاز فرود هواپیما یکی از حادثه‌خیزترین فازهای پروازی است. هواپیما در هنگام فرود با اغتشاشاتی مثل باد و نامعینی‌هایی مثل اثر زمین مواجه است. اگر سیستم کنترل فرود خودکار برای شرایط معمول آب و هوایی طراحی شده باشد و مثلاً باد جانبی از حد معینی بیشتر باشد، این سیستم عملکرد قابل قبولی نخواهد داشت. در این حالت، خلبان باید فرود را به صورت دستی انجام دهد که باعث سوانح زیادی در فاز فرود توسط خلبان‌های کم‌تجربه می‌شود. به همین علت، پژوهش‌های زیادی روی بالابردن حد تحمل‌پذیری اغتشاشات توسط کنترل‌کننده صورت گرفته است. آزمایشگاه اِیرا (ONERA) واقع در کشور فرانسه به همراه شرکت ایرباس (Airbus)، یک مسابقه برای طراحی کنترل‌کننده‌ای که در شرایط باد جانبی بتواند هواپیما را به صورت مقاوم فرود بیاورد، برگزار کرده است. این مسابقه، مراحل فرود هواپیما، از شروع مرحله‌ی تقرب بر اساس ILS تا انتهای مراحل فلر (flare) و هم‌راستاسازی هواپیما با باند را شامل می‌شود. به این منظور، یک مدل شبیه‌سازی در محیط سیمولینک (simulink) از یک هواپیمای دومتوره به همراه مدل‌سازی اثر زمین را در اختیار شرکت‌کنندگان گذاشته است [۱]. مراجع [۲]-[۸] از این مدل برای طراحی کنترل‌کننده‌ی خود برای فرود استفاده کرده‌اند. در مرجع [۲]، از ترکیب کنترل‌کننده‌ی تناسبی-مشتقی-

انتگرالی و کنترل‌کننده‌ی H_∞ در طراحی کنترل‌کننده مقاوم برای دینامیک‌های طولی و عرضی با وجود باد جانبی استفاده شده است. در مرجع [۳] برای فرود هواپیما در حضور باد جانبی با وجود عدم قطعیت‌ها، یک کنترل‌کننده‌ی تطبیقی طراحی شده و ایمنی و عملکرد سیستم کنترلی از طریق شبیه‌سازی‌های مونت‌کارلو (Monte Carlo) ارزیابی شده است. در مرجع [۴] از روش‌های classical loopshaping و H_∞ برای کنترل هواپیما در فاز فرود استفاده شده است. برای بهبود کیفیت فرود، اختلاف ارتفاع بین چرخ‌ها و گیرنده سیگنال رادیویی نیز در نظر گرفته شده و کنترل مسیر فرود به نحوی انجام شده است که چرخ‌ها (و نه گیرنده رادیویی) مسیر مطلوب را دنبال کنند. در مراجع [۵] و [۶] برای طراحی کنترل‌کننده با وجود باد جانبی شدید در فرود از مدل‌های خطی متغیر با زمان استفاده شده است که برای فرود با در نظر گرفتن اثر زمین مزیت دارد. در این مراجع، از ساختار کنترلی آبخاری استفاده شده است که برای حلقه‌های خارجی از کنترل‌کننده‌های تناسبی-انتگرالی و برای برای حلقه‌های داخلی از کنترل‌کننده‌ی مقاوم بهینه با حل معادلات ریکاتی استفاده شده است. در مرجع [۸]، کنترل‌کننده‌ی مقاوم H_∞ با وجود باد جانبی، اثر زمین و تغییرات سرعت (ناشی از عدم کنترل سرعت در فاز فلر) طراحی شده است. همچنین، عدم قطعیت در ارتفاع ارباه‌های فرود، وزن هواپیما و مرکز جرم آن در فاز فلر در نظر گرفته شده است. برای کنترل فاصله‌ی عرضی از باند فرود از راهبر BTT (Bank to Turn) استفاده شده است که در آن یک کنترل‌کننده‌ی تناسبی-مشتقی، زاویه‌ی رول مطلوب را تولید می‌کند. عملکرد کنترل‌کننده با وجود نویز ILS، باد ثابت و باد متلاطم بررسی شده است.

در مسئله‌ی فرود خودکار از روش‌های پیش‌بین نیز استفاده شده است [۹]-[۱۵] که در آن‌ها عملکرد کنترل فرود در شرایط باد جانبی ارزیابی نشده است.

در مرجع [۱۶] از روش ترکیبی کنترل پیش‌بین و بازی دیفرانسیلی برای مسئله هدایت دونقطه‌ای استفاده شده است. کنترل پیش‌بین استفاده شده در این مرجع از نوع غیرخطی است.

هدف از این پژوهش، طراحی کنترل‌کننده‌ای با استفاده از مدل پیش‌بین و نظریه‌ی بازی دیفرانسیلی برای کنترل فرود هواپیما در حضور باد جانبی است. نوآوری این پژوهش نسبت به پژوهش‌های قبلی، افزودن بازی دیفرانسیلی به کنترل‌کننده‌ی پیش‌بین EDMC (Extended Dynamic Matrix Control) [۱۷] و پیاده‌سازی کنترل‌کننده‌ی ترکیبی EDMCDG (Extended Dynamic Matrix Control Differential) [۱۸] روی مدل هواپیمای در حال فرود است.

$$\mathbf{F}_g = \mathbf{R}_{B \rightarrow V}(\Phi)^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} = mg \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \sin \phi \\ \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mathbf{F}_a = q_d S \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -C_D \\ C_Y \\ -C_L \end{bmatrix} \quad (7)$$

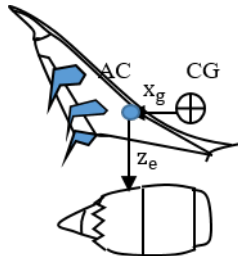
$\mathbf{R}_{S \rightarrow B}(\alpha)$

همچنین، بردار \mathbf{M} بیانگر گشتاورهای خارجی وارد بر هواپیما در دستگاه بدنی است که شامل دو بخش گشتاور ناشی از نیروی موتور (\mathbf{M}_{eng}) و گشتاور آیرودینامیک (\mathbf{M}_a) است که به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\mathbf{M}_{eng} = [0 \quad z_e F_x \quad 0]^T \quad (8)$$

$$\mathbf{M}_a = q_d S L \begin{bmatrix} C_l \\ C_m \\ C_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \mathbf{F}_a \quad (9)$$

که در آن x_g و z_e به ترتیب فاصله‌ی عمودی موتور و فاصله‌ی افقی مرکز آیرودینامیک هواپیما از مرکز جرم است که در شکل ۱ نشان داده شده‌است.



شکل ۱- شماتیک محل قرارگیری موتور و بال هواپیما

اگر زوایای انحراف ایلرون، الویتور و رادر را به ترتیب با δ_e ، δ_a و δ_r نمایش دهیم، ضرایب نیرو و گشتاور به صورت معادلات زیر می‌شود:

$$C_L = C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha + \frac{L}{V_a} C_{L_q} q + C_{L_{\delta_e}} \delta_e + \underbrace{C_{L_H} e^{-\lambda_L H_L G}}_{\text{اثر زمین}} \quad (10)$$

$$C_Y = C_{Y_\beta} \beta + C_{Y_{\delta_r}} \delta_r \quad (11)$$

$$C_D = C_{D_0} + C_{D_\alpha} \alpha + C_{D_{\alpha^2}} \alpha^2 \quad (12)$$

$$C_l = C_{l_\beta} \beta + \frac{L}{V_a} (C_{l_p} p + (C_{l_{r_0}} + C_{l_{r_\alpha}} \alpha) r) + C_{l_{\delta_a}} \delta_a + C_{l_{\delta_r}} \delta_r \quad (13)$$

$$C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha + \frac{L}{V_a} C_{m_q} q + C_{m_{\delta_e}} \delta_e + \underbrace{(C_{m_{H_0}} + C_{m_{H_\alpha}} \alpha) e^{-\lambda_m H_L G}}_{\text{اثر زمین}} \quad (14)$$

$$C_n = (C_{n_{\beta_0}} + C_{n_{\beta_\alpha}} \alpha) \beta + \frac{L}{V_a} C_{n_r} r + \frac{L}{V_a} p (C_{n_{p_0}} + C_{n_{p_\alpha}} \alpha) + C_{n_{\delta_a}} \delta_a + C_{n_{\delta_r}} \delta_r \quad (15)$$

نیروی برآ و گشتاور پیچ به علت اثر زمین با نزدیک شدن هواپیما به زمین زیاد می‌شود که در معادلات بالا به صورت e به توان منفی ارتفاع از زمین ظاهر شده‌است.

سرعت هواپیما نسبت به باد در دستگاه بدنی (\mathbf{V}_a)، فشار دینامیکی (q_d)، زاویه‌ی حمله (α) و زاویه‌ی سرش جانبی هواپیما (β) به صورت زیر محاسبه می‌شود.

در فصل دوم این پژوهش، مروری بر مدل شش درجه آزادی هواپیما و معادلات آن آمده‌است. در فصل سوم، روابط ریاضی کنترل کننده‌ی ترکیبی EDMC و بازی دیفرانسیلی توضیح داده شده‌است. همچنین، ساختار کنترلی هواپیما و جایگاه کنترل کننده‌ی پیش‌بین در آن در این فصل ارائه شده‌است. در فصل چهارم، نتایج پیاده‌سازی کنترل کننده‌ی EDMCDG روی هواپیمای در حال فرود ارائه شده‌است. در فصل پنجم، نتیجه‌گیری پژوهش بیان شده‌است.

۱- معرفی مدل و معادلات آن

معادلات شش درجه آزادی مدل از پروژه‌ی SMAC (در مسابقه‌ی مشترک آزمایشگاه انرا و شرکت ایرباس) آورده شده‌است [۱]:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}} &= \frac{1}{m} \mathbf{F} - \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V} \\ \dot{\boldsymbol{\Omega}} &= \mathbf{I}^{-1} (\mathbf{M} - \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{I} \boldsymbol{\Omega}) \\ \dot{\boldsymbol{\Phi}} &= \mathbf{T}(\boldsymbol{\Phi}) \cdot \boldsymbol{\Omega} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{R}_{B \rightarrow V}(\boldsymbol{\Phi}) \cdot \mathbf{V}$$

که در آن $\mathbf{V} = [u \quad v \quad w]^T$ ، $\boldsymbol{\Omega} = [p \quad q \quad r]^T$ و $\boldsymbol{\Phi} = [\phi \quad \theta \quad \psi]^T$ به ترتیب بیانگر بردار سرعت زاویه‌ای و بردار سرعت خطی مرکز جرم در دستگاه بدنی، زوایای اوپلر و بردار مکان مرکز جرم هواپیما در دستگاه زمین تخت (قاب V) هستند که محورهای مختصات این دستگاه، شامل محور x به سمت شمال جغرافیایی، محور y به سمت شرق و محور z به سمت پایین است. ماتریس ممان اینرسی، ماتریس تبدیل سرعت‌های زاویه‌ای در دستگاه بدنی به مشتق زوایای اوپلر و ماتریس تبدیل دستگاه بدنی به دستگاه زمین تخت به ترتیب در معادلات (۲) تا (۴) آمده‌است.

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{T}(\boldsymbol{\Phi}) = \begin{bmatrix} 1 & S_\phi t_\theta & C_\phi t_\theta \\ 0 & C_\phi & -S_\phi \\ 0 & \frac{S_\phi}{C_\theta} & \frac{C_\phi}{C_\theta} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{B \rightarrow V} &= \begin{bmatrix} C_\theta C_\psi & S_\phi S_\theta C_\psi - C_\phi S_\psi & C_\psi S_\theta C_\phi + S_\phi S_\psi \\ C_\theta S_\psi & C_\psi C_\phi + S_\phi S_\theta S_\psi & S_\psi S_\theta C_\phi - C_\psi S_\phi \\ -S_\theta & S_\phi C_\theta & C_\theta C_\phi \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} C_\theta C_\psi & S_\phi S_\theta C_\psi - C_\phi S_\psi & C_\psi S_\theta C_\phi + S_\phi S_\psi \\ C_\theta S_\psi & C_\psi C_\phi + S_\phi S_\theta S_\psi & S_\psi S_\theta C_\phi - C_\psi S_\phi \\ -S_\theta & S_\phi C_\theta & C_\theta C_\phi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

که در آن C_i ، S_i و t_i به ترتیب بیانگر $\cos i$ ، $\sin i$ و $\tan i$ است. بردار \mathbf{F} بیانگر نیروهای خارجی وارد بر هواپیما در دستگاه بدنی است که از سه بخش نیروی موتور (\mathbf{F}_{eng})، نیروی گرانش (\mathbf{F}_g) و نیروی آیرودینامیک (\mathbf{F}_a) تشکیل می‌شود.

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{eng} + \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_a \quad (5)$$

که $\mathbf{F}_{eng} = [F_x \quad 0 \quad 0]^T$ بردار نیروی موتور است. بردار نیروی گرانش و آیرودینامیک و انتقال آن‌ها به ترتیب از دستگاه‌های زمین تخت و پایداری به دستگاه بدنی در ادامه آمده‌است.

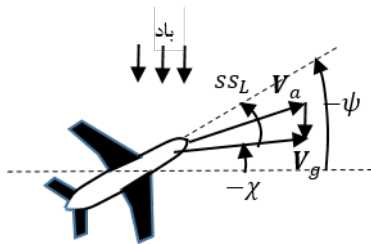
$$\begin{aligned} X_{GL} &= (-77.5864980052022 \tan^5 \gamma_{GL} \\ &+ 24.3925997427633 \tan^4 \gamma_{GL} \\ &- 3.19457336562435 \tan^3 \gamma_{GL} \\ &+ 0.223079862384287 \tan^2 \gamma_{GL}) \times 10^7 \\ &- 87604.0775635378 \tan \gamma_{GL} \\ &+ 1834.34434821045 \end{aligned} \quad (27)$$

مختصات اراهی فرود (L) و نسبت به مرکز جرم در دستگاه بدنی هواپیما $\mathbf{x}_L^B = [\Delta x_L \ 0 \ \Delta z_L]^T$ است که مختصات آن در دستگاه زمینی از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$\mathbf{x}_L^V = \mathbf{X} + \mathbf{R}_{B \rightarrow V} \mathbf{x}_L^B \quad (28)$$

ارتفاع اراهی فرود از زمین (H_L) و فاصله‌ی آن تا آستانه‌ی (Threshold) باند (D_L) به ترتیب برابر با $H_L = -\mathbf{x}_L^V(3)$ و $D_L = \mathbf{x}_L^V(1)$ است. همچنین، زاویه‌ی جانبی اراهی فرود (SS_L) از اختلاف زاویه‌ی مسیر هواپیما در صفحه‌ی افقی (χ) با زاویه‌ی هدینگ (ψ) محاسبه می‌شود که در ادامه آمده‌است [۴]. همچنین این زاویه در شکل ۲ نشان داده شده‌است.

$$\begin{aligned} \chi &= \tan^{-1} \frac{\dot{y}}{x} \\ SS_L &= \chi - \psi \end{aligned} \quad (29)$$



شکل ۲- زاویه‌ی جانبی اراهی فرود [۴]

هواپیما در ابتدای فاز تقرب در نقطه‌ای با مشخصات ارائه شده در جدول ۲ ترمیم شد. در این جدول، مختصات مرکز جرم بر حسب ضریبی از طول مرجع هواپیما (L) بیان شده‌است.

جدول ۲- مشخصات ترمیم هواپیما در ابتدای مرحله‌ی تقرب

V_c	z	T_0	dy_{ILS}	dz_{ILS}	X_{CG}	m	γ_{GL}
۶۶	۳۰۰	۱۵°C	۵۰m	-۳۰	۰.۲۱L	۱۵۰	۳۰
m/s	m			m	(m)	ton	

۲- کنترل کننده EDMCDG

کنترل کننده‌ی طراحی شده برای کنترل صفحه‌ی عرضی هواپیما در برابر باد جانبی، یک کنترل کننده‌ی چندرودی- چندخروجی ترکیبی مدل پیش‌بین EDMC با بازی دیفرانسیلی است که شماتیک آن در شکل ۳ آمده‌است. این کنترل کننده برای تولید سیگنال کنترلی مطلوب، تابع هزینه‌ی را کمینه می‌کند که در برابر بیشترین تلاش اغتشاش برای دورکردن از خروجی مطلوب، کمترین تلاش کنترلی را برای رسیدن به خروجی مطلوب تعیین کند که این تابع هزینه در ادامه آمده‌است.

$$J = (\mathbf{Y}_d - \mathbf{Y})^T \mathbf{Q} (\mathbf{Y}_d - \mathbf{Y}) + \Delta \mathbf{U}^T \mathbf{R} \Delta \mathbf{U} - \mathbf{V}^T \mathbf{\Gamma} \mathbf{V} \quad (30)$$

که در آن $\mathbf{\Gamma} = r \mathbf{I}_{M \times M}$ و $\mathbf{R} = \gamma \mathbf{I}_{M \times M}$ ، $\mathbf{Q} = q \mathbf{I}_{P \times P}$ و ماتریس وزن ردیابی مسیر در افق پیش‌بین، ماتریس وزن تلاش کنترلی و ماتریس وزن اغتشاشات در تابع هزینه است که به صورت ضریبی از ماتریس همانی

$$\mathbf{V}_a = \mathbf{V} - \mathbf{R}_{V \rightarrow B} \mathbf{W} \quad (16)$$

$$V_a = \|\mathbf{V}_a\|, \quad q_d = \frac{1}{2} \rho V_a^2 \quad (17)$$

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{V_a(3)}{V_a(1)}, \quad \beta = \sin^{-1} \frac{V_a(2)}{V_a} \quad (18)$$

به خاطر کمبود تغییر ارتفاع در مرحله‌ی فرود هواپیما، دما و چگالی ثابت و برابر با دما و چگالی فرودگاه است. رابطه‌ی دما (T_{RWY}) و چگالی هوا (ρ) در فرودگاه و سرعت کالیبره هواپیما به ترتیب در معادلات (۱۹) تا (۲۱) آمده‌است که در آن $T_0 = 288 \text{ K}$ و $\rho_0 = 1.2257 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ چگالی و دمای سطح دریا و H_{RWY} ارتفاع فرودگاه است.

$$T_{RWY} = T_0 - 6.5 * 10^{-3} H_{RWY} \quad (19)$$

$$\rho = \frac{353}{T_{RWY}} \left(\frac{T_{RWY}}{T_0} \right)^{5.25} \quad (20)$$

$$V_c = \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}} \cdot V_a \quad (21)$$

تراست موثر هواپیما به صورت تابعی از نسبت فشار خروجی (EPR) با معادله‌ی زیر بیان شده‌است.

$$F_{ENG} = G_a \cdot EPR + G_b \quad (22)$$

که در آن G_a و G_b ثوابت موتور هستند. دینامیک موتور (EPR)، ایلرون (δ_a)، الویتور (δ_e) و رادر (δ_r) با تابع تبدیل مرتبه یک و بلوک‌های اشباع روی اندازه و سرعت پاسخ آن‌ها مدل شده‌است که مقادیر اشباع و ثابت زمانی این توابع تبدیل در جدول ۱ آمده‌است.

جدول ۱- مشخصه‌های موتور و عملگرها

ثابت زمانی (s)	حد بالا	حد پایین	حد سرعت	
۲	۱.۶	۰.۹۵	۰.۱	EPR
۰.۰۶	۵۵°	-۵۵°	۶۰/s	δ_a
۰.۰۷	۲۵°	-۲۵°	۲۰/s	δ_e
۰.۲	۳۰°	-۳۰°	۳۰/s	δ_r

گیرنده‌های ILS روی هواپیما شامل دو گیرنده‌ی GL (Glide Slope) و LO (Localizer) است که بردار آن‌ها نسبت به مرکز جرم هواپیما در دستگاه بدنی هواپیما به ترتیب برابر است با $\mathbf{x}_{LO}^B = [\Delta x_{LO} \ 0 \ \Delta z_{LO}]^T$ و $\mathbf{x}_{GL}^B = [\Delta x_{GL} \ 0 \ \Delta z_{GL}]^T$ از تبدیل مختصات مرکز جرم هواپیما به مختصات گیرنده‌های ILS روی هواپیما در دستگاه مختصات زمین تخت و محاسبه‌ی اختلاف فاصله‌ی طولی و عرضی گیرنده‌ها با بیم GL و LO به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\mathbf{x}_{GL}^V = \mathbf{R}_{B \rightarrow V} \mathbf{x}_{GL}^B \quad (23)$$

$$\mathbf{x}_{LO}^V = \mathbf{R}_{B \rightarrow V} \mathbf{x}_{LO}^B \quad (24)$$

$$dy_{ILS} = y + \mathbf{x}_{LO}^V(2) \quad (25)$$

$$dz_{ILS} = (x + \mathbf{x}_{GL}^V(1) - x_{GL}) \tan \gamma_{GL} - (z + \mathbf{x}_{GL}^V(3)) \quad (26)$$

که در آن x ، y و z مختصات مرکز جرم هواپیما و γ_{GL} و x_{GL} زاویه‌ی بیم GL و مختصات x محل فرستنده‌ی GL است که معادله‌ی آن بر اساس زاویه‌ی بیم GL به صورت زیر است [۱۸].

V	ΔU	
0	0	Y_{past}
0	$[\delta, \mathbf{0}_{1 \times P-1}]^T$	Y_{per}
$[\delta, \mathbf{0}_{1 \times P-1}]^T$	0	Y_{per_d}

که δ مقدار اغتشاشی از ورودی (کنترلی و اغتشاشی) است که برابر با ۱۰٪ ورودی فرض می‌شود. ماتریس \mathbf{G} و Ψ به ترتیب از کنار هم قراردادن پاسخ‌های پله (h_i) مدل غیرخطی نسبت به ورودی‌های کنترلی و پاسخ‌های ضربه (h_i) مدل غیرخطی نسبت به ورودی‌های اغتشاش به صورت معادلات (۳۳) و (۳۴) تشکیل می‌شود. همچنین نحوه‌ی محاسبه‌ی پاسخ پله و پاسخ ضربه‌ها در معادلات (۳۵) و (۳۶) آمده‌است.

$$\mathbf{G}_{P \times M} = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ g_2 & g_1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ g_P & g_{P-1} & g_{P-2} & \dots & g_{P-M} \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\Psi_{P \times M} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ h_2 & h_1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ h_P & h_{P-1} & h_{P-2} & \dots & \sum_{i=1}^{P-M+1} h_i \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$[g_1, \dots, g_P]^T = \frac{(Y_{per} - Y_{past})}{\delta} \quad (35)$$

$$[h_1, \dots, h_P]^T = \frac{(Y_{per} - Y_{past})}{\delta} \quad (36)$$

کنترل‌کننده پیش‌بین مدل پایه است. بنابراین، در صورتی که مدل اغتشاش در دسترس باشد، عملکرد بهتری دارد. اغتشاش (\mathbf{D}) از دو قسمت اغتشاش ناشی از نامعینی‌ها یا اغتشاشات محیطی غیرقابل اندازه‌گیری (\mathbf{D}^{ext}) و عدم قطعیت‌های ناشی از استفاده از مدل خطی شده به‌عنوان مدل پیش‌بین (\mathbf{D}^{nl}) تشکیل شده‌است. برای قسمت اول اغتشاشات، مدل غیرخطی به‌صورت موازی با پلنت در زمان جلو می‌رود و اختلاف خروجی آن با خروجی پلنت (که شامل اغتشاشات غیرقابل اندازه‌گیری است) به‌عنوان قسمتی از مدل اغتشاش در افق پیش‌بین به بهینه‌ساز داده می‌شود. این اختلاف از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

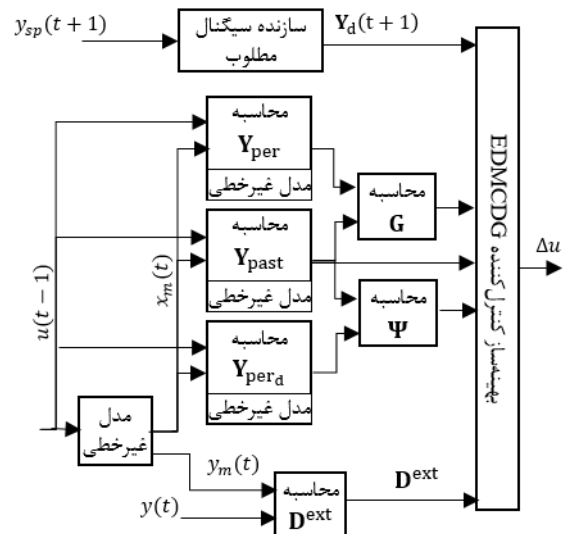
$$\mathbf{D}^{ext} = \mathbf{L}(y(t) - y_m(t)) \quad (37)$$

برای قسمت دوم اغتشاش، عدم قطعیت ناشی از اختلاف مدل غیرخطی با مدل پیش‌بین خطی شده در افق پیش‌رو (\mathbf{D}^{nl}) در یک حلقه‌ی تکراری طوری تعیین می‌شود که اگر به‌عنوان پسماند ($bias$) با خروجی مدل پیش‌بین خطی جمع شود (\mathbf{Y}^{eli})، اختلاف با خروجی مدل غیرخطی از حد معینی (tol) کمتر شود؛ سپس عنصر اول بردار ΔU به پلنت اعمال می‌شود. شماتیک بلوک بهینه‌ساز در شکل ۳ نشان داده شده‌است.

است. همچنین، P و M به ترتیب افق پیش‌بین و افق کنترل است. بردار $\mathbf{Y}_p = \mathbf{G} \Delta U + \mathbf{Y}_{past} + \Psi \mathbf{V}$ بردار خروجی مدل در افق پیش‌بین است که برابر با $\mathbf{Y}_{past} + \Psi \mathbf{V}$ است. بردار ΔU بردار ورودی در افق پیش‌بین است که برای محاسبه‌ی آن مشتق تابع هزینه نسبت به بردار ΔU و \mathbf{V} برابر صفر قرار داده می‌شود که ΔU حاصل در ادامه آمده‌است:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{\Delta U^*} &= (\mathbf{G}^T \mathbf{Q} \mathbf{G} + \mathbf{R})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{Q} \\ \mathbf{K}_{V^*} &= (\Psi^T \mathbf{Q} \Psi - \Gamma)^{-1} \Psi^T \mathbf{Q} \\ \mathbf{K} &= (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{\Delta U^*} \Psi \mathbf{K}_{V^*} \mathbf{G})^{-1} \mathbf{K}_{\Delta U^*} (\mathbf{I}_{P \times P} - \Psi \mathbf{K}_{V^*}) \\ \Delta U &= \mathbf{K} \bar{\mathbf{E}}, \quad \bar{\mathbf{E}} = \mathbf{Y}_d - \mathbf{Y}_{past} - \mathbf{D} \end{aligned} \quad (31)$$

که \mathbf{D} مدلی از اغتشاش است.



شکل ۳- شماتیک کنترل‌کننده‌ی EDMCDG

بلوک سازنده‌ی سیگنال مطلوب، خروجی‌های مطلوب در افق پیش‌بین را با عبور مقدار ورودی مطلوب گام بعد (یعنی $y_{sp}(t+1)$) از یک فیلتر هموارکننده می‌سازد که معادله‌ی این بلوک در ادامه آمده‌است.

$$\mathbf{Y}_d(t+1) = \bar{\alpha} y_{pr}(t) + (\mathbf{L} - \bar{\alpha}) y_{sp}(t+1) \quad (32)$$

که در آن $\mathbf{L}_{P \times 1} = [1, 1, \dots, 1]^T$ و پلنت در زمان t است. همچنین، $\mathbf{Y}_d(t+1)$ بردار خروجی مطلوب در P گام زمانی پیش‌رو است. بردار $\bar{\alpha}$ برابر با $[\alpha^1, \alpha^2, \dots, \alpha^P]^T$ است که $\alpha = e^{-\frac{T_s}{\lambda}}$ و پارامتر λ یکی از پارامترهای کنترل‌کننده و T_s گام زمانی گسسته‌سازی است.

برای محاسبه‌ی \mathbf{Y}_{per} ، \mathbf{Y}_{past} و \mathbf{Y}_{per_d} طبق جدول ۳، ورودی‌های کنترلی و اغتشاشی به مدل غیرخطی داده و خروجی‌های آن در بردارها ذخیره می‌شود. برای این کار، نیاز به مقدار اولیه‌ی همه‌ی متغیرهای حالت در هر گام زمانی است. که مقادیر این متغیرهای حالت می‌تواند مانند شکل ۳ از متغیرهای حالت یک مدل غیرخطی (که به‌صورت موازی با پلنت حل می‌شود) استخراج شود یا با یک تخمین‌گر، تمام متغیرهای حالت پلنت تخمین زده شود. برای طراحی کنترل‌کننده در پژوهش حاضر، فرض شده‌است که تمام متغیرهای حالت در هر گام زمانی قابل اندازه‌گیری هستند.

جدول ۳- ورودی‌های مدل غیرخطی برای محاسبه‌ی بردارهای \mathbf{Y}_{per} و \mathbf{Y}_{per_d}

شده است. در این حلقه تا رسیدن به ارتفاع فلر، سرعت عمودی مرجع با کنترل کننده‌ی تناسبی از رابطه‌ی (۴۲) تعیین می‌شود و زمانی که ارتفاع هواپیما از ارتفاع فلر کمتر شود، سرعت عمودی مرجع با نزدیک شدن هواپیما به زمین کاهش می‌یابد تا به نمری به زمین برخورد کند. به این منظور، کنترل کننده از رابطه‌ی (۴۳) سرعت عمودی مرجع را خروجی می‌دهد.

$$\delta_e = -15 \left(\frac{1}{s} + 0.71 \right) (q_{ref} - q) + 1.5 q_{ref} \quad (41)$$

$$V_{zref} = 0.6 \Delta \hat{z} \quad (42)$$

$$V_{zref} = \tau (H_0 + H_{bias}) \quad (43)$$

مقدار τ و H_{bias} به سرعت مطلوب در زمان تماس با زمین (touch down) و سرعت هواپیما در آغاز مرحله‌ی فلر وابسته است. همچنین، مقدار τ در طول زمان متغیر است. جزئیات محاسبه این متغیرها در مرجع [۲] آمده است.

کنترل کننده‌ی عرضی هواپیما یک کنترل کننده‌ی آشاری شامل دو حلقه است که داخلی‌ترین حلقه‌ی آن، کنترل کننده EDMCDG است. این کنترل کننده مقادیر ایلرون و رادر را طوری تعیین می‌کند که سرعت زاویه‌ای رول (p)، سرعت زاویه‌ای یاو (r)، زاویه‌ی رول (ϕ) و فاصله‌ی عرضی هواپیما از ILS ($\Delta \hat{y}$)، مقادیر مرجع صفر را دنبال کنند. همچنین، مرجع شتاب عرضی هواپیما (n_{yref}) تا ابتدای مرحله‌ی decrab (همراستاسازی) برابر با مقدار صفر است. از ارتفاع decrab تا سطح زمین، مرجع شتاب عرضی هواپیما برابر با $n_{yref} = 5(\psi - \chi)$ است که زاویه‌های ψ و χ در شکل ۲ نشان داده شد.

گیرنده‌های ILS روی هواپیما نزدیک دماغه هواپیما است که از ارابه‌ی اصلی فرود فاصله دارند. برای زاویه‌های سمت و پیچ بزرگ (که در شرایط باد جانبی در فرود برای هواپیما اتفاق می‌افتد) این فاصله‌ها قابل صرف نظر کردن نیست. بنابراین، مقادیر خروجی ILS اصلاح و در معادلات استفاده می‌شود. همچنین، برای از بین بردن نویز و اغتشاشات فرکانس بالا در خروجی ILS، از فیلتر مرتبه یک ($\omega_y = 0.3 \frac{rad}{s}$, $\omega_z = 2 \frac{rad}{s}$) استفاده شده است. معادلات اصلاح و فیلتر این مقادیر در زیر آمده است [۴].

$$\Delta \hat{y} = \frac{\omega_y}{s + \omega_y} \left((1 - \Delta x_{LO} \sin \psi) \Delta y + \frac{V_g \sin \chi}{\omega_y} \right) \quad (44)$$

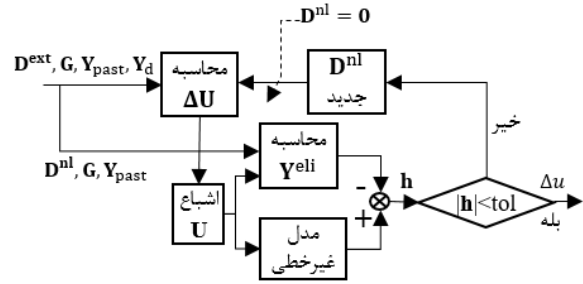
$$\Delta \hat{z} = \frac{\omega_z}{s + \omega_z} \left((1 - \Delta x_{GL} \sin \theta) \Delta z + \Delta z_{GL} + \frac{V_z}{\omega_z} \right) \quad (45)$$

اگر باند فرود شیب‌دار باشد، سرعت عمودی واقعی ارابه‌ی فرود هواپیما نسبت به سطح زمین با سرعت عمودی اینرسی هواپیما نسبت به زمین که خروجی معادلات است، متفاوت می‌شود. بنابراین، برای محاسبه‌ی سرعت عمودی دقیق‌تر، ارتفاع ارابه‌های فرود نسبت به سطح زمین از یک فیلتر مشتقی گذرانده و خروجی آن به عنوان سرعت عمودی ارابه‌های فرود در نظر گرفته می‌شود که معادله‌ی آن به صورت زیر است [۴].

$$\hat{V}_z = \frac{15s}{s + 15} H_L \quad (46)$$

۴- نتایج شبیه‌سازی

مدل شش درجه آزادی هواپیما بدون در نظر گرفتن اثر زمین با ورودی‌های δ_a و δ_r و خروجی‌های n_y , ϕ , r , ψ و $\Delta \hat{y}$ به عنوان مدل غیرخطی در کنترل کننده‌ی EDMCDG استفاده شد. لازم به ذکر است که سایر ورودی‌ها (شامل δ_e و δ_{th}) در هر گام زمانی به کنترل کننده ورودی داده



شکل ۳- شماتیک بلوک بپینه‌ساز کنترل کننده

در هر گام زمانی حلقه‌ی تکرار شکل ۳ اجرا می‌شود که اولین دور حلقه در هر گام زمانی، $D^{nl} = 0$ است. در بلوک محاسبه‌ی ΔU از معادله‌ی (۳۱) استفاده شده که $D = D^{nl} + D^{ext}$ است. در دوره‌های بعد، به‌روزرسانی D^{nl} با معادله‌ی (۳۸) انجام می‌گیرد که β یکی از پارامترهای کنترل کننده و $h = Y^{nl} - Y^{eli}$ است و بردار Y^{eli} از رابطه‌ی (۳۹) محاسبه می‌شود.

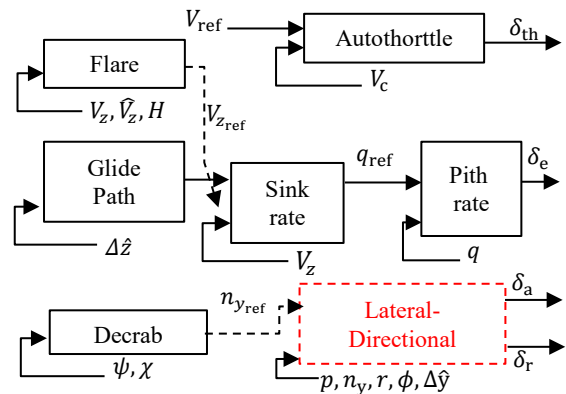
$$D_{i+1}^{nl} = D_i^{nl} + \beta h \quad (38)$$

$$Y^{eli} = G \Delta U + Y_{past} + D^{nl} \quad (39)$$

۳- ساختار کنترلی هواپیما

ساختار کنترل فرود هواپیما مشابه مرجع [۲] با کمی تغییرات برای متناسب‌سازی با کنترل کننده‌ی جدید انتخاب شده است. ساختار کنترلی از سه بخش شامل بخش کنترل کننده‌ی تناسبی- انتگرالی، ارائه شده در رابطه‌ی (۴۰)، برای ثابت نگه داشتن سرعت هواپیما (V_c) با تغییر ورودی تراتل (δ_{th})، بخش کنترل کننده‌ی آشاری طولی و بخش کنترل کننده‌ی آشاری عرضی است که شماتیک آن در شکل ۴ آمده است.

$$\delta_{th} = 0.0019 \left(\frac{1}{s} + 15 \right) (V_{ref} - V_c) \quad (40)$$



شکل ۴- ساختار کنترلی هواپیما

ساختار کنترل کننده طولی از سه حلقه به صورت آشاری تشکیل شده است. داخلی‌ترین حلقه، حلقه‌ی کنترل سرعت زاویه‌ای پیچ (q) است که الیوتور (δ_e) را با کنترل کننده‌ی تناسبی- انتگرالی از رابطه‌ی (۴۱) طوری تعیین می‌کند که سرعت زاویه‌ای پیچ مرجع را دنبال کند. حلقه‌ی میانی، سرعت عمودی (sink rate) هواپیما به روش H_∞ طوری تعیین می‌کند که سرعت عمودی مرجع را دنبال کند. خروجی این حلقه سرعت زاویه‌ای مرجع است. بیرونی‌ترین حلقه‌ی کنترل کننده طولی برای تعیین سرعت عمودی مرجع (V_{zref}) از دو کنترل کننده‌ی مجزای فلر و شیب فرود (glide slope) تشکیل

حالت ماندگار دارد. نمودار سوم شکل ۴ فاصله‌ی عمودی گیرنده‌ی ILS روی هواپیما از بیم glide slope است که در نهایت به مقدار ثابتی همگرا شده‌است که این مقدار صفر نیست چون در صورتی که مرکز جرم هواپیما مسیر تعیین شده توسط ILS را دنبال کند، تا قبل از مرحله‌ی فلر، گیرنده‌ی glide slope روی هواپیما از بیم ILS فاصله‌ی ثابتی خواهد داشت. آستانه‌ی باند با خط قرمز در نمودار سوم شکل ۴ مشخص شده‌است.

در شکل ۵ زاویه‌ی سرش جانبی (β) و هدینگ (ψ) هواپیما به علت وزش باد جانبی مقادیر غیر صفر دارند. مقدار زاویه‌ی رول (ϕ) در نزدیکی سطح زمین به صفر نزدیک می‌شود که باعث می‌شود هر دو چرخ هم‌زمان به زمین برسند و بار هواپیما روی هر دو چرخ تقسیم شود. همچنین موجب می‌شود که نوک بال هواپیما با زمین برخورد نکند. مقدار شتاب جانبی هواپیما (n_y) در نمودار کم است و سرنشینان در هنگام فرود احساس راحتی می‌کنند. دستورات کنترلی ایلرون (δ_a) و رادر (δ_r) نرم، هموار و قابل اجرا هستند.

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، کنترل‌کننده‌های آبخاری برای کنترل صفحه‌ی طولی و عرضی مدل شش‌درجه آزادی هواپیمای آنرا برای فرود در باد جانبی طراحی شد که برای مقاوم‌سازی کنترل‌کننده در برابر اغتشاشات، برای داخلی‌ترین کنترل‌کننده‌ی صفحه‌ی عرضی هواپیما از کنترل‌کننده‌ی ترکیبی EDMC با بازی دیفرانسیلی یعنی EDMCDG استفاده شد. کنترل‌کننده‌ی طراحی شده، اثر باد را برای دور کردن هواپیما از باند فرود خنثی کرد، ولی در پژوهش‌های آینده با تغییر ساختار کنترلی می‌توان خطای حالت ماندگار به‌وجودآمده در فاصله‌ی عرضی هواپیما از باند را کاهش داد.

۶- مراجع

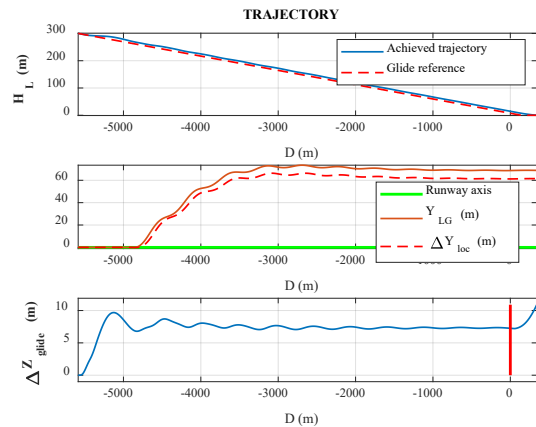
- [1] J.-M. Biannic and J. Boada-Bauxell, "A civilian aircraft landing challenge. On-line available from the aerospace benchmark section of the SMAC Toolbox." 2016. [Online]. Available: <http://w3.onera.fr/smac/>
- [2] J. Theis, D. Ossmann, and H. Pfifer, "Robust Autopilot Design for Crosswind Landing," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 50, no. 1, pp. 3977–3982, Jul. 2017, doi: 10.1016/j.ifacol.2017.08.770.
- [3] Y. Wang, Q. Li, and B. Lu, "Automatic landing system design via multivariable model reference adaptive control," *Aerosp. Syst.*, vol. 1, no. 1, pp. 63–71, 2018, doi: 10.1007/s42401-018-0006-z.
- [4] J. Theis, D. Ossmann, F. Thielecke, and H. Pfifer, "Robust autopilot design for landing a large civil aircraft in crosswind," *Control Eng. Pract.*, vol. 76, no. February, pp. 54–64, Jul. 2018, doi: 10.1016/j.conengprac.2018.04.010.
- [5] F. Biertümpfel and H. Pfifer, "Finite horizon analysis of autolanded aircraft in final approach under crosswind," *Control Eng. Pract.*, vol. 122, no. February, p. 105105, May 2022, doi: 10.1016/j.conengprac.2022.105105.
- [6] F. Biertümpfel and H. Pfifer, "Finite Horizon Touchdown Analysis of Autolanded Aircraft under Crosswind," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 54, no. 8, pp. 124–129, 2021, doi: 10.1016/j.ifacol.2021.08.591.
- [7] A. Iannelli, P. Símplicio, D. Navarro-Tapia, and A. Marcos, "LFT Modeling and μ Analysis of the Aircraft Landing Benchmark," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 50, no. 1, pp. 3965–3970, 2017, doi: 10.1016/j.ifacol.2017.08.766.
- [8] J.-M. M. Biannic and C. Roos, "Robust Autoland Design

می‌شود، ولی مقادیر این ورودی‌ها در افق پیش‌رو ثابت فرض می‌شود. مقادیر پارامترهای کنترل‌کننده در جدول ۴ آمده‌است.

جدول ۴- مشخصات تریم هواپیما در ابتدای مرحله‌ی تقریب

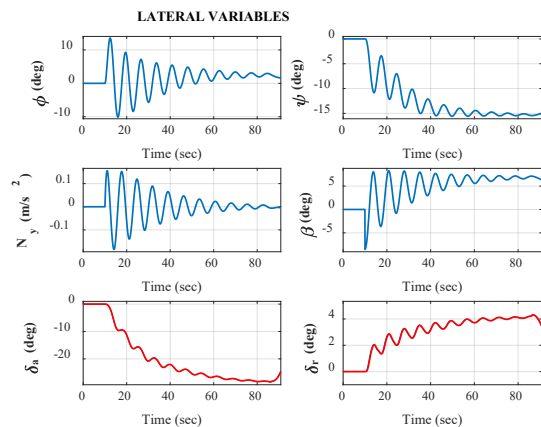
$P_{N_y} = 30$	$\lambda_{n_y} = 10$	$Q_{n_y} = 16 \text{ I}$	$-55^\circ < \delta_a < 55^\circ$
$P_p = 60$	$\lambda_p = 15$	$Q_p = 100 \text{ I}$	$-30^\circ < \delta_r < 30^\circ$
$P_r = 60$	$\lambda_r = 15$	$Q_r = 400 \text{ I}$	$T_s = 0.05 \text{ s}$
$P_\phi = 90$	$\lambda_\phi = 1$	$Q_\phi = 2 * 10^6 \text{ I}$	
$P_{d_y} = 60$	$\lambda_{d_y} = 1$	$Q_{d_y} = 100 \text{ I}$	
$M_{\delta_a} = 8$	$\Gamma_{\delta_a} = 10^{13} \text{ I}$	$R_{\delta_a} = 1.6 * 10^9 \text{ I}$	
$M_{\delta_r} = 8$	$\Gamma_{\delta_r} = 10^{17} \text{ I}$	$R_{\delta_r} = 4 * 10^9 \text{ I}$	

نمودار مسیر هواپیما در حضور وزش باد جانبی با اندازه 10 m/s در جهت عرضی هواپیما و فرمان‌های کنترل عرضی به ترتیب در شکل ۵ و شکل ۶ آمده‌است.



شکل ۵- نمودار مسیر هواپیما با وزش باد 10 m/s با کنترل‌کننده‌ی

EDMCDG



شکل ۶- نمودار متغیرهای عرضی هواپیما با باد 10 m/s با کنترل‌کننده‌ی

EDMCDG

از نمودار اول شکل ۴، هواپیما در فاز glide slope به‌خوبی مسیر تعیین شده توسط ILS را دنبال کرده‌است. نمودار دوم شکل ۴ فاصله‌ی عرضی ارابه‌ی فرود از باند (Y_{LG}) و مقدار خطای localizer (ΔY_{loc}) را نشان می‌دهد که مقدار مطلوب آن صفر است. کنترل‌کننده از افزایش این خطا جلوگیری کرده و آن را در مقدار ثابتی نگه داشته‌است اما به علت حضور باد خطای

- vol. 233, no. 3, pp. 1089–1105, Mar. 2019, doi: 10.1177/0954410017746432.
- [14] S. Mathisen, K. Gryte, S. Gros, and T. A. Johansen, “Precision Deep-Stall Landing of Fixed-Wing UAVs Using Nonlinear Model Predictive Control,” *J. Intell. Robot. Syst. Theory Appl.*, vol. 101, no. 1, 2021, doi: 10.1007/s10846-020-01264-3.
- [15] J. A. Macés-Hernández, F. Defaÿ, and C. Chauffaut, “Autonomous landing of an UAV on a moving platform using model predictive control,” *2017 Asian Control Conf. ASCC 2017*, vol. 2018-Janua, pp. 2298–2303, 2018, doi: 10.1109/ASCC.2017.8287533.
- [16] H. Nobahari and S. Nasrollahi, “A nonlinear robust model predictive differential game guidance algorithm based on the particle swarm optimization,” *J. Franklin Inst.*, vol. 357, no. 15, pp. 11042–11071, Oct. 2020, doi: 10.1016/j.jfranklin.2020.08.032.
- [17] T. Peterson, E. Hernandez, Y. Arkun, and F. J. Schork, “Nonlinear Predictive Control of a Semi Batch Polymerization Reactor by an Extended DMC,” in *1989 American Control Conference*, 1989, pp. 1534–1539. doi: 10.23919/ACC.1989.4790430.
- [18] “S. Garcia-Nieto (2022). Fuzzy Modelling Toolbox for Aircraft Systems (<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/68485-fuzzy-modelling-toolbox-for-aircraft-systems>), MATLAB Central File Exchange. Retrieved June 23, 2022.”
- by Multi-Model \mathcal{H}_∞ Synthesis with a Focus on the Flare Phase,” *Aerospace*, vol. 5, no. 1, p. 18, Feb. 2018, doi: 10.3390/aerospace5010018.
- [9] S. H. Mathisen, K. Gryte, T. Johansen, and T. I. Fossen, “Non-linear Model Predictive Control for Longitudinal and Lateral Guidance of a Small Fixed-Wing UAV in Precision Deep Stall Landing,” in *AIAA Infotech @ Aerospace*, Jan. 2016, no. January. doi: 10.2514/6.2016-0512.
- [10] G. Calugaru and E. Danisor, “Dynamic matrix control used in stabilizing aircraft landing,” in *2016 International Conference on Applied and Theoretical Electricity (ICATE)*, Oct. 2016, pp. 1–6. doi: 10.1109/ICATE.2016.7754683.
- [11] Y. Feng, C. Zhang, S. Baek, S. Rawashdeh, and A. Mohammadi, “Autonomous Landing of a UAV on a Moving Platform Using Model Predictive Control,” *Drones*, vol. 2, no. 4, p. 34, Oct. 2018, doi: 10.3390/drones2040034.
- [12] A. Hassanpour and S. H. Pourtakdoust, “Three-dimensional model predictive controller design for approach to landing with microburst encounter,” *Proc. Inst. Mech. Eng. Part G J. Aerosp. Eng.*, vol. 232, no. 11, pp. 2034–2047, Sep. 2018, doi: 10.1177/0954410017707545.
- [13] L. Wang, Z. Zhang, Q. Zhu, and R. Dong, “Longitudinal automatic carrier landing system guidance law using model predictive control with an additional landing risk term,” *Proc. Inst. Mech. Eng. Part G J. Aerosp. Eng.*,