

## طراحی کنترلر PID و برنامه پیچ با استفاده از چند روش بهینه‌سازی

پوریا شکرالهی<sup>۱\*</sup>، صبا نیک سرشت<sup>۲\*</sup>، علیرضا بابایی<sup>۳\*</sup>

۱- دانشجوی دکتری، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، pouryash01@gmail.com

۲- کارشناس ارشد، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اصفهان، Vohooman2019@gmail.com

۳- استادیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، اصفهان، arbabaci@aut.ac.ir

### چکیده

طراحی کنترلر یک سامانه فضایی مانند ماهواره‌بر، به منظور رسیدن به اهداف کنترلی از قبیل رسیدن به ارتفاعی مشخص، طی کردن یک مسیر معین حائز اهمیت می‌باشد. برای این منظور، به یک سیستم کنترل نیاز خواهد بود. مسئله دیگر، طراحی برنامه پیچ و تنظیم پارامترهای مربوط به آن می‌باشد. اهداف مسئله، رسیدن به ارتفاعی مشخص است که نیازمند به یک برنامه پیچ می‌باشد. هدف بعدی مسئله، حداقل نمودن خطا بین مسیر فرمان با مسیر طی شده با کمترین مصرف انرژی می‌باشد. برای رسیدن به پارامترها و اهداف مسئله، از الگوریتم‌های کلاسیک استفاده شده است تا پارامترهای کنترل‌کننده و برنامه پیچ هم زمان با یکدیگر حل شده و پارامترهای متناسب به دست آیند. مسئله، طی دو مرحله حل خواهد شد: مرحله اول، حل نامقید است که در این مرحله زاویه نازل (قید مساله)، توسط یک محدوده اشباع تغییر داده می‌شود. در مرحله دوم محدودیت وجود دارد ولی محدوده اشباع حذف گردیده است و این محدودیت توسط یک قید برآورده می‌گردد، سپس یک مسئله مقید حل خواهد شد و نتایج هر دو حل ارائه می‌گردد، پس از اعمال بهینه‌سازی به روش کلاسیک، مسئله با روش ژنتیک نیز حل گردیده و در نهایت نتایج حاصل شده، بررسی و صحت آن مورد بحث قرار می‌گیرد.

**واژه‌های کلیدی:** برنامه‌ریزی خطی- برنامه‌ریزی غیرخطی- روش‌های مبتنی بر گرادیان- الگوریتم ژنتیک

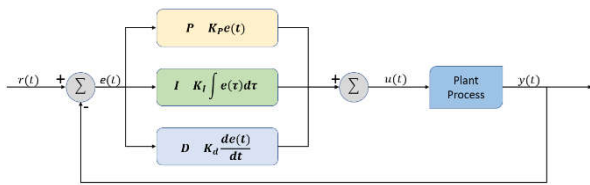
### ۱- مقدمه

پس از جنگ جهانی دوم، نتایج حاصل از تحقیق در عملیات، برای مسائل نظامی در زمینه های گوناگونی مورد استفاده قرار گرفت و به واسطه گسترش روز افزون استفاده از این علم در بسیاری از صنایع، علوم و حتی خدمات عمومی، توسعه و پیشرفت قابل ملاحظه‌ای در تکنیک‌های تحقیق در عملیات حاصل شد. بهینه‌سازی یک سامانه، شامل کمینه یا بیشینه کردن یک و یا چندین تابع، به‌عنوان معیار عملکرد آن سامانه است که در نهایت به بهبود کارایی آن می‌انجامد. به طور کلی می‌توان در سه مرحله به بهینه‌سازی یک سامانه پرداخت: (۱) درک سامانه و متغیرهای مختلفی که بر روی آن تاثیر می‌گذارند. (۲) انتخاب تابعی به عنوان معیار عملکرد سامانه (۳) انتخاب بازه تغییرات متغیرهای سامانه.

در گذشته تحقیقات وسیعی بر روی روش‌های بهینه‌سازی انجام شده است. در بسیاری از مسائل مهندسی، از روش‌های بهینه‌سازی به منظور طراحی قسمت‌های مختلف استفاده می‌گردد. مسائل بهینه‌سازی می‌تواند شامل

چند هدف به همراه قید و یا یک مسئله ساده تک هدفه و بدون قید باشد. به این منظور در بهینه‌سازی الگوریتم‌های مختلفی وجود دارد که تعدادی از آن‌ها در ادامه بیان می‌گردد:

بهینه‌سازی از کاربرد وسیعی در پژوهش‌های مختلف، فعالیت‌های عملیاتی و غیره برخوردار است. در مرجع [۱] دو رویکرد به روش‌های شبه نیوتن برای مسائل بهینه سازی محدود ارائه شده است. این رویکردها، براساس طبقه‌بندی تقریبی چندگانه لاگرانژ، در روش نیوتن برای مسائل محدود شده، استفاده می‌شود و براساس طبقه‌بندی تقریبی چندگانه لاگرانژ است. در مرجع [۲] طراحی یک کنترل‌کننده مشتق‌گیر-انترگالی-تناسبی (PID) با استفاده از روش لیانوف مورد توجه قرار گرفته است. در مرجع [۳] مسئله جابجایی یک جسم صلب از جهت‌گیری دلخواه اولیه به جهت هدف مورد نظر در حداقل زمان مطالعه شده است. مرجع [۴] راه‌حل شرایط لازم برای مسئله مانورهای تک محوری با پردازش یک سیستم کنترل توزیع‌پذیر برای یک فضایی قابل انعطاف با استفاده از اصل Pontryagin ارائه کرده است. مرجع [۵] یک روش بهینه‌سازی را برای مسیر فرود پرتابگر، با استفاده از روش بهینه‌سازی محدب پیشنهاد می‌کند. در مرجع [۶] یک الگوریتم بهینه‌سازی را برای کنترل وضعیت یک موشک، با هدف کاهش هزینه ژيروسکوپ و با رعایت الزامات عملکرد بیان می‌کند. مرجع [۷] مسئله زمان و انرژی حداقل را برای مسیر بهینه ملاقات یک فضاپیما تقییب‌کننده و هدف دارای غلت غیرفعال در یک مدار دایره را فرموله و حل می‌کند. در مرجع [۸] که الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات (PSO) برای بهینه‌سازی پارامترهای کنترل‌کننده PID یک سیستم AVR استفاده نموده و در مرجع [۹] نیز یک کنترل‌کننده PID با استفاده از الگوریتم PSO طراحی شده است. مرجع [۱۰] یک کنترل‌کننده موقعیت موتور DC با انتخاب یک پارامتر PID با استفاده از الگوریتم ژنتیک طراحی شده است. براساس پژوهش‌های صورت گرفته در گذشته و زمان حال، بهینه‌سازی پارامترهای کنترلر، یکی از موضوعات دارای اهمیت می‌باشد. در مطالعه پیش‌رو، هدف کنترل یک سامانه ماهواره‌بر براساس ماهواره‌بر AresI است، پس از شبیه‌سازی دینامیک مسئله پارامترهای کنترل‌کننده PID توسط الگوریتم بهینه‌سازی بر پایه گرادیان و شبه نیوتنی DFP بهینه می‌شود. دیگر پارامتر مسئله که بهینه خواهد گشت، زاویه آلفا است که توسط آن برنامه پیچ طراحی می‌گردد. مسئله در ابتدا ناقید حل خواهد شد و به جای قید از یک محدوده اشباع استفاده می‌شود و مرتبه دوم، مسئله به صورت مقید حل خواهد گشت و محدوده اشباع حذف و به جای آن یک قید نامساوی اعمال خواهد شد که برای حل آن از روش تابع جریمه استفاده می‌شود. اهداف مورد نظر در این مطالعه، کمینه بودن خطا بین برنامه پیچ



شکل ۱- بلوک دیاگرام کنترل کننده PID

تنظیم پارامترهای کنترلر بسیار حائز اهمیت است و تنظیم اشتباه آن اهداف مسئله را برآورده نمی‌سازد. در نتیجه ارتفاع و زاویه پیچ همراه خواهد شد و حتی در مواردی می‌تواند موجب ایجاد یک ارتفاع منفی شده که پاسخ صحیح نیست. چندین راه برای تنظیم کنترل کننده وجود دارد که برای دو مورد آن میتوان به استفاده از ابزار تنظیم متلب و استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی اشاره نمود. ابزار تنظیم متلب ابزاریکاملاً دقیق نمی‌باشد و در صورتی که دینامیک مسئله پیچیده و دارای عملگر شود پاسخ دقیقی نخواهد داد، ولی با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی به‌عنوان یک روش مناسب برای این مسائل، می‌توان پاسخ دقیق تری را ارائه داد.

#### ۴- شبیه‌سازی برنامه پیچ

برنامه پیچ در مرحله اول دارای دو قسمت خواهد بود:

(۱) برنامه پیچ به صورت ۸۹.۸ درجه است و تا ۱۰ ثانیه این مسیر را طی می‌کند.

(۲) شامل یک برنامه پیچ به‌صورت یک تابع نمایی است که مطابق با فرمول زیر تعریف می‌گردد:

$$pitch\_program: e^{-\alpha(t_i - t_{i-1})} \quad (5)$$

#### ۵- الگوریتم بهینه‌سازی

همانگونه که گفته شد، روش‌های بهینه‌سازی روش‌هایی با پاسخ به مراتب دقیق‌تر هستند. الگوریتم مورد استفاده از نوع الگوریتم‌های کلاسیک و بر پایه گرادینان و شبه نیوتنی DFP است. بهینه‌سازی پیش‌رو شامل دو مرحله است و به‌عبارت دیگر از دو الگوریتم استفاده شده که الگوریتم دوم مقید بوده و برپایه ترکیبی از تابع جریمه و الگوریتم اول است.

#### ۱-۵- اهداف مسئله

مسئله بهینه‌سازی پیش‌رو دارای دو هدف اصلی است که به‌عنوان توابع هدف مسئله بهینه‌سازی شناخته خواهد شد. این دو هدف شامل اختلاف ارتفاع از ارتفاع مورد نظر و خطای موجود بین فرمان برنامه پیچ دستور داده شده و پیچ طی شده توسط ماهواره‌بر است. ارتفاع مطلوب در این مسئله ۱۵۰۰۰ متر است. مسئله بهینه‌سازی در اصل تک هدفه بوده و دارای یک تابع هدف برای حل است. دو هدف نامبرده در مسئله با ضریب‌های وزنی مشخص  $w$  با هم جمع شده و یک تابع هدف واحد را تشکیل داده است. قید نامساوی به‌کار رفته مساحت زیر منحنی تغییرات زاویه نازل است و مقدار آن نباید از زمانی که نازل در حداکثر زاویه خود می‌باشد، به‌عبارت‌دیگر حد بالای قید برابر با حالتی است که در تمام طول مدت زمان ۶۰ ثانیه، نازل زاویه ۱۰ درجه دارد، به‌عبارت دیگر قید باید کوچکتر و مساوی با ۶۰۰ باشد. تعریف تابع هدف مسئله و قید عبارتند از:

طراحی شده و پیچ حقیقی ماهواره‌بر و رسیدن به یک ارتفاع مشخص بوده که با در نظر گرفتن محدودیت برای زاویه چرخش نازل مسئله دارای قید و محدوده اشباع خواهد بود.

#### ۲- دینامیک ماهواره‌بر

دینامیک مورد استفاده برای شبیه‌سازی ماهواره‌بر شامل دینامیک موقعیت و وضعیت است. دینامیک وضعیت برای محاسبه زاویه پیچ و در نهایت محاسبه خطا استفاده خواهد شد و از دینامیک موقعیت، ارتفاع محاسبه می‌گردد. به همین علت از معادلات شش درجه آزادی استفاده می‌شود.

#### ۱-۲- دینامیک وضعیت

دینامیک وضعیت بر مبنای معادلات زوایای اوپلر است که به این معادلات دایفرانسیل، معادلات وضعیت نیز گفته می‌شود. زاویه‌های  $\phi, \theta, \psi$  (یاو، پیچ، رول) جهت‌گیری یا وضعیت دستگاه بدنی را نسبت به دستگاه جغرافیایی بیان می‌کنند. بردار سرعت زاویه‌ای جسم پرنده نسبت به دستگاه جغرافیایی در دستگاه بدنی و معادلات دایفرانسیل زوایای اوپلر عبارتند از [۱۱]:

$$\vec{\omega}^B = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\dot{\phi} = \omega_x + \omega_y \sin \phi \tan \theta + \omega_z \cos \phi \tan \theta$$

$$\dot{\theta} = \omega_y \cos \phi - \omega_z \sin \phi \quad (2)$$

$$\dot{\psi} = \sec \theta (\omega_y \sin \phi + \omega_z \cos \phi)$$

#### ۲-۲- دینامیک موقعیت

موقعیت سامانه به‌صورت طول و عرض جغرافیایی و شعاع بیان می‌شود که در آن  $\delta$  عرض جغرافیایی،  $\lambda$  طول جغرافیایی،  $r$  شعاع (ارتفاع)،  $v_e$  سرعت نسبت به زمین در جهت شرق،  $v_n$  سرعت نسبت به زمین در جهت شمال و  $v_d$  سرعت نسبت به زمین در جهت مرکز زمین است. ارتفاع را نیز می‌توان با حل مجموعه معادلات (۳) بدست آورد [۱۱ و ۱۲]:

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= \frac{v_N}{r} \\ \dot{\lambda} &= \frac{v_E}{r \cos \delta} \\ \dot{r} &= -v_D \end{aligned} \quad (3)$$

#### ۳- کنترل کننده

پس از شبیه‌سازی دینامیک ماهواره‌بر، برای برآورده ساختن اهداف مسئله باید آن را کنترل نمود، کنترل کننده استفاده شده PID است. کنترل کننده PID مقدار «خطا» بین خروجی فرآیند و مقدار ورودی مطلوب (setpoint) را محاسبه می‌کند. هدف کنترل کننده، به حداقل رساندن خطا با تنظیم ورودی‌های کنترل فرآیند است. فرمول استاندارد PID در رابطه (۴) بیان شده و در شکل ۱ به صورت شماتیک رسم شده است.

$$output = K_p \left( e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) dt + T_d \frac{de}{dt} \right) \quad (4)$$

$$J = w_1 * \int |error\ pitch\ program| + w_2 * \int |error\ high|$$

$$error\ high = final\ high - desire\ high \quad (6)$$

$$constraint \leq 600$$

الگوریتم اول یک الگوریتم بهینه‌سازی نامقید است و برای محدود نمودن مسئله در این قسمت از یک محدوده اشباع استفاده شده است. محدوده اشباع که حداکثر انحراف ممکن نازل بین ۱۰ تا ۱۰- می‌باشد.

❖ روند اجرای الگوریتم را به صورت زیر می‌توان نوشت:

۱- نقطه شروع الگوریتم  $x^0$  مشخص گردد.

۲-  $u^i$  را به گونه‌ای انتخاب کرده که  $\nabla^T f(x^i) u^{i+1} < 0$  باشد. محاسبه  $u$  در این قسمت بر مبنای محاسبه  $u$  به روش DFP خواهد بود.

۳- مسئله کمینه‌سازی یک بعدی در راستای  $u^i$  حل می‌گردد. تا  $\lambda_i$  بهینه بدست آید. لاندرا در این قسمت ثابت در نظر گرفته شده است تا روند استفاده آن در شبیه‌سازی به سهولت صورت گیرد.

$$x^i = x^{i-1} + \lambda_i u^i \quad (7)$$

۵- شرط همگرایی بررسی گردد:

۶- اگر شرط همگرایی برآورده شد، الگوریتم متوقف گردد، در غیر این صورت به گام ۲ باز می‌گردد.

محاسبه  $u$  به روش DFP [۱۳ و ۱۴]:

$$u^i = -G_{i-1} \nabla f(x^{i-1}) \quad (7)$$

$$G_i = G_{i-1} + A_i + B_i \quad (8)$$

$$A_i = \frac{v^i v^{iT}}{v^{iT} y^i} \quad B_i = \frac{-G_{i-1} y^i (G_{i-1} y^i)^T}{y^{iT} G_{i-1} y^i} \quad (9)$$

$$v^i = \lambda_i u^i \quad y^i = \nabla f(x^i) - \nabla f(x^{i-1})$$

$G$  اولیه یک ماتریس یکه است.

الگوریتم مرحله بعد، یک الگوریتم بهینه‌سازی مقید است که محدوده اشباع از آن‌ها حذف شده و جای آن یک قید نامساوی قرار گرفته است (قید موجود باید حد اشباع را برآورده کند). برای حل این مسئله بهینه‌سازی به همراه قید، از روش جریمه داخلی استفاده شده است. روند الگوریتم جریمه استفاده شده به صورت زیر ارائه می‌شود [۱۳ و ۱۴]:

۱- نقطه شروع  $x^0$  و مقدار اولیه پارامتر جریمه  $(\rho_0)$  انتخاب گردد ( $k=0$ ).

۲- تابع  $p(x, \rho_k)$  با روش‌های بهینه‌سازی نامقید حل شود تا به  $x^*(\rho_k)$  رسید.

۳- اگر شرط همگرایی برآورده گردید، الگوریتم متوقف می‌گردد.

در غیر این صورت:

$$\rho_{k-1} = c \rho_k \quad c > 1 \quad x^0 = x^*(\rho_k)$$

۴- به گام ۲ بروید.

• گام ۲ از روی شبیه‌سازی به دست می‌آید و محاسبه آن طبق الگوریتم DFP است.

• محاسبه گرادیان در الگوریتم‌ها به صورت عددی است.

• شرط توقف در الگوریتم‌ها شامل دو قسمت کوچکتر شدن خطا از مقداری مشخص و رسیدن به یک بازه مشخص از ارتفاع است.

بهینه‌سازی شامل ۵ متغیر است، سه متغیر آن پارامترهای کنترل‌کننده به علاوه فیلتری که با  $N$  معرفی می‌شود، پنجمین متغیر آلفا است که برای محاسبه برنامه پیچ به کار می‌رود. نقطه شروع بهینه‌سازی، طبق یک تنظیم اولیه بوده که در جدول ۱ ارائه شده است.

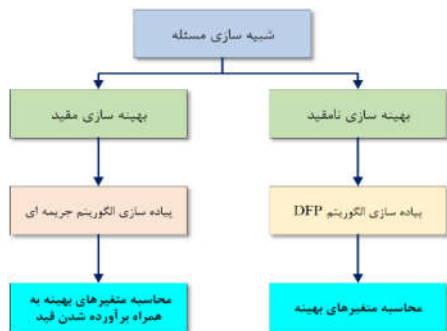
جدول ۱- متغیرهای اولیه

متغیر	بهینه‌سازی مقید	بهینه‌سازی نامقید
$k_p$	۵۱۹۲.۴	۸۰۴۷
$k_i$	۱۳.۸	۱۰۰۳.۴۰
$k_d$	۲۰۸۸۸	۴۰۱۸۵
$N$	۲۸.۷	۳۸
$\alpha$	۰.۱۴۵	۰.۱۴۵

#### ۲-۵- روند شبیه‌سازی مسئله

شبیه‌سازی مسئله در ۵ گام صورت گرفته و به صورت شماتیک در شکل ۲ رسم شده است.

- ۱- ابتدا دینامیک مسئله شبیه‌سازی خواهد شد
- ۲- الگوریتم‌های بهینه‌سازی پیاده خواهند شد.
- ۳- نقاط شروع از طریق ابزار تنظیم سیمولینک برای کنترل‌کننده محاسبه می‌شوند تا به منظور جلوگیری از واگرایی حل، نقاط اولیه منطقی محاسبه گردد.
- ۴- بهینه‌سازی آغاز خواهد شد.
- ۵- دریافت و بررسی منطقی بودن نتایج.



شکل ۲- روند حل مسئله

#### ۳-۵- نتایج

در این بخش، نتایج حاصل پس از بهینه‌سازی مسئله ارائه شده است. ابتدا نتایج بهینه‌سازی نامقید و سپس نتایج بهینه‌سازی مقید گزارش خواهد شد و در نهایت، نتایج با یکدیگر مقایسه می‌شوند.

نتیجه به دست آمده برای خطای بین فرمان برنامه پیچ و برنامه پیچ طی شده توسط ماهواره‌بر، در شکل ۳ نشان داده شده است. در ابتدا تلاش شده که مسیر بر روی زاویه عمودی باقی بماند و بعد ۱۰ ثانیه که وارد فاز گردش گرانشی (gravity tum) می‌شود به دلیل وجود یک شکستگی کمی از مسیر خود فاصله گرفته است و مرتبه بعدی به مسیر دستور داده شده،

مقادیر اولیه در این مرحله امکان تغییر در نتایج نهایی به علت نقطه شروع متفاوت وجود دارد.

**جدول ۲- مقدار خطاها و شعاع‌های اولیه و نهایی در بهینه‌سازی نامقید**

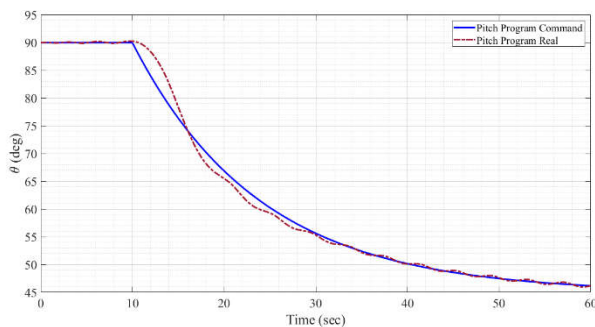
مقدار شعاع (متر)		مقدار خطا (برنامه پیچ) (رادیان)	
شعاع نهایی	شعاع اولیه	خطا نهایی	خطا اولیه
۱۵۳۳۴.۸۷۵	۱۳۲۲۵.۷	۰.۸۱۱۳۱	۳.۳۴۳۳

**جدول ۳- نتایج بهینه بدست آمده برای بهینه‌سازی نامقید**

متغیر	مقادیر بهینه
$k_p$	۸۸۵۰.۸۰۷۰۶۴۳۲۸۸۲
$k_i$	۱۱۰.۸۷۴۴۹۷۴۷۱۷۹۹
$k_d$	۳۶۱۶۸.۶۳۹۱۹۲۶۱۹۴
N	۳۹.۳۵۲۱۰۸۵۲۱۵۴۶۷
$\alpha$	۰.۰۷۱۴۸۶۹۰۳۱۵۵۶۷۸۶

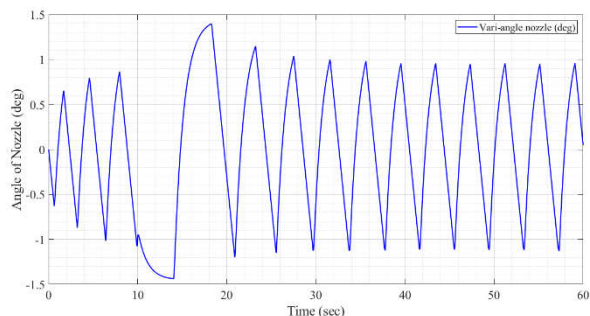
پس از ارائه نتایج برای بهینه‌سازی نامقید به بررسی نتایج برای بهینه‌سازی مقید می‌پردازیم. در این مرحله ابتدا نتایج به دست آمده برای خطا در حالت دوم یعنی بهینه‌سازی مقید، در شکل ۵ ارائه می‌شود. نتیجه خطا نشان می‌دهد همانند مرحله قبل، بیشترین خطا بعد از ۱۰ ثانیه حرکت عمودی ایجاد خواهد شد، با این وجود هم‌چنان پس از تلاش کنترلی ایجاد شده و در نهایت، خطای برنامه پیچ بار دیگر کاهش یافته تا با مسیر حرکت دستور داده شده، در مطابق‌ترین حالت ممکن قرار بگیرد.

در حالت بهینه‌سازی مقید، حد اشباع حذف گردیده است و در روند بهینه‌سازی تلاش شده که قید برآورده گردد. قید به کار رفته موجب می‌شود که تغییرات زاویه نازل از حد خود فراتر نرفته و رفتاری نسبتاً مشابه بهینه‌سازی نامقید داشته باشد. در شکل ۶ تغییرات زاویه نازل مشاهده می‌شود. در این حالت نیز محدودیت‌های مسئله رعایت شده و تغییرات کمتر از  $\pm 10^\circ$  درجه است و زمان تغییرات زاویه نازل نیز مقداری قابل قبول است.



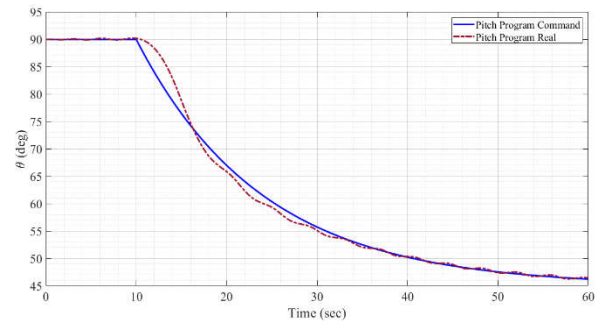
**شکل ۵- خطا بین فرمان پیچ دستور داده شده و برنامه پیچ طی شده**

توسط ماهواره‌بر در حالت مقید



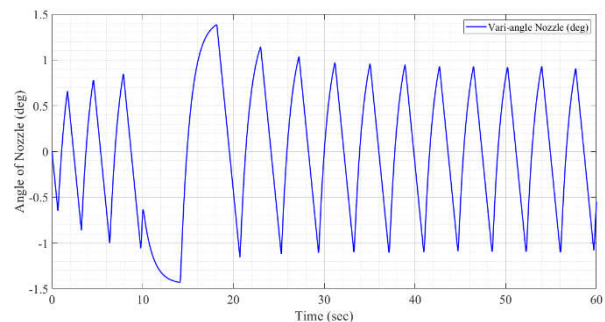
**شکل ۶- تغییرات زاویه نازل در حضور قید**

نزدیک می‌شود. سیستم کنترل در تلاش است تا مسیر را بر روی مسیر دستور داده شده نگه دارد. در شکل ۳ به وضوح مشخص است که خطای بین برنامه پیچ طی شده و برنامه پیچ فرمان داده شده، مقداری کم و به نسبت قابل قبول است.



**شکل ۳- خطای بین فرمان پیچ دستور داده شده و برنامه پیچ طی شده توسط ماهواره‌بر در حالت نامقید**

به‌منظور ایجاد برنامه پیچ مورد نظر و برآورده ساختن اهداف مسئله، فرمان کنترل پس از ورود به عملگر تراستر، گشتاورهای موردنظر را ایجاد کرده و کنترل انجام می‌پذیرد. این فرمان کنترلی موجب تغییر زاویه نازل می‌شود. تغییر زاویه نازل بسیار مهم می‌باشد، تغییرات زاویه نازل برای مرحله بهینه‌سازی نامقید در شکل ۴ ارائه شده است. در شکل ۴ مشاهده می‌شود که تغییرات زاویه نازل محدودیت مسئله را نقض نمی‌کند و میزان تغییرات از  $\pm 10^\circ$  درجه فراتر نخواهد رفت البته با توجه به این نکته که از حد اشباع در این مرحله استفاده شده است باز هم مشاهده می‌شود که تغییرات حتی به  $10^\circ$  درجه نرسیده است و کمتر از  $1.5^\circ$  درجه می‌باشد. بیشترین تغییر زاویه از  $1/5^\circ$  تا  $1/5^\circ$  درجه است و نازل این تغییر زاویه را نزدیک به ۴ ثانیه طی کرده است.

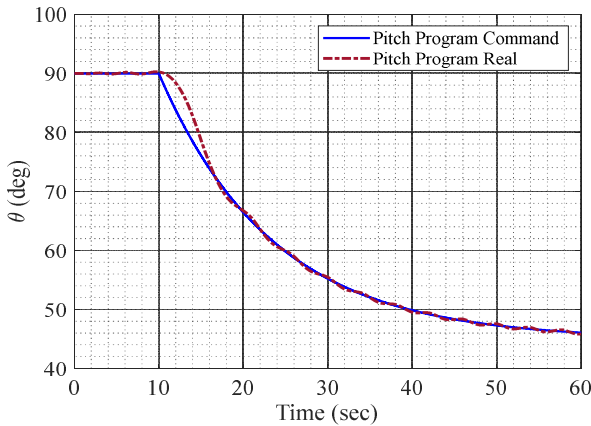


**شکل ۴- تغییرات زاویه نازل در حضور حد اشباع**

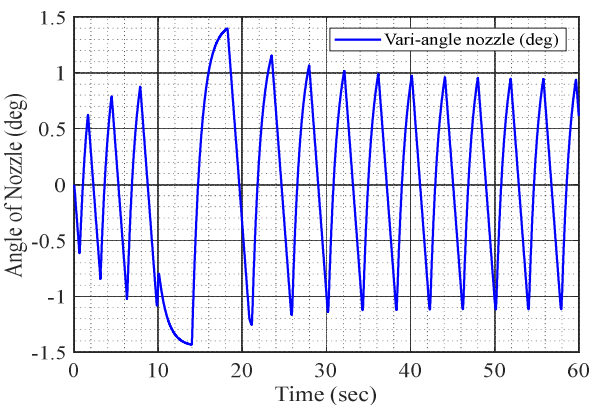
نتایج به دست آمده برای خطا و شعاع در جدول ۲ نشان داده شده است، از نتایج مشاهده می‌شود که پس از بهینه شدن سیستم، نزدیک به ۲۰۰۰ متر افزایش ارتفاع داشته و ارتفاع به ارتفاع هدف که ۱۵۰۰۰ متر نزدیک شده است. خطا نیز نسبت به مقدار اولیه که بر اساس پارامترهای اولیه به دست آمده، کاهش قابل توجهی داشته است. نتایج، نشان‌دهنده این موضوع است که اهداف مسئله در یک بازه قابل قبول برآورده شده است. با توجه به برآورده ساختن اهداف مسئله و صحت نتایج بدست آمده، در جدول ۳ مقادیر بهینه بدست آمده برای این مرحله ارائه شده است. توجه شود در صورت تغییر

جدول ۶- مقدار خطاها و شعاع‌های اولیه و نهایی در بهینه‌سازی نامقید به روش ژنتیک

مقدار شعاع (متر)	مقدار خطا (رادیان)
شعاع نهایی	خطا نهایی (برنامه پیچ)
۱۵۳۵۵/۴۹۴	۰/۵۵



شکل ۷- خطا بین فرمان پیچ دستور داده شده و برنامه پیچ طی شده توسط ماهواره‌بر در حالت نامقید (حل با روش ژنتیک)



شکل ۸- تغییرات زاویه نازل در حضور حد اشباع (حل با روش ژنتیک)

نتایج حاصل براساس مقادیر بدست آمده از بهینه‌سازی به روش ژنتیک در جدول ۷ ارائه شده است:

جدول ۷- نتایج بهینه بدست آمده توسط روش ژنتیک برای بهینه‌سازی نامقید

مقادیر بهینه	متغیر
۱۷۰۱۷	$k_p$
۱۹۰.۲۰	$k_i$
۵۹۸۴۳	$k_d$
۴۰.۸۱۰	N
۰.۰۷۳۸۳۴	$\alpha$

نتایج حاصل از حل مسئله مقید با روش ژنتیک در جدول ۸ و در دو شکل ۹ و ۱۰ ارائه شده است. مطابق با نتایج ارائه شده در جدول ۸ قید مسئله برآورده شده و مقدار خطا میان برنامه پیچ برنامه‌ریزی شده و برنامه

پس از بهینه‌سازی مقید سیستم کنترل، در این حالت نیز مانند حالت نامقید، نزدیک شدن ارتفاع به ارتفاع هدف و کاهش خطا مشاهده خواهد شد. نتایج نشان‌دهنده برآورده شدن اهداف مسئله و برقرار بودن قید هستند. جدول‌های ۴ و ۵ مقادیر خطا و شعاع و همچنین مقادیر بهینه پارامترها و متغیرهای مسئله را ارائه می‌دهند.

جدول ۴- مقدار خطاها و شعاع‌های اولیه و نهایی در بهینه‌سازی مقید

مقدار شعاع (متر)	مقدار خطا (برنامه پیچ) (رادیان)	قید (درجه-ثانیه)
شعاع نهایی	خطا اولیه	سطح کل تغییرات نازل
۱۵۳۲۸.۴۲	۰.۷۴۷	۳۷.۵۰۰۹۷۲۲۸۵۹۷۹۹

جدول ۵- نتایج بهینه بدست آمده برای بهینه‌سازی مقید

مقادیر بهینه	متغیر
۶۰۵۷.۰۰۴۵۶۵۹۳۹۱۲	$k_p$
۸۳۱.۷۴۱۰۸۰۹۶۵۶۸	$k_i$
۲۴۲۲۴.۲۷۱۹۳۷۵۹۸۶	$k_d$
۳۰	N
۰.۰۷۱۹۴۷۱۶۳۳۳.۲۱۵۹	$\alpha$

با مقایسه نتایج، می‌توان مشاهده نمود که پاسخ هر دو حالت منجر به کنترل سیستم شده و اهداف مسئله را برآورده نموده است. تفاوت موجود در آن‌ها در مقادیر اولیه است که موجب تغییر نتایج نهایی شده است ولی با این وجود، نتایج به دست آمده برای اهداف مسئله تقریباً مشابه یکدیگر هستند. مسئله موجود را می‌توان با الگوریتم‌های فراابتکاری نیز حل کرد. در ادامه نتایج، مسئله توسط الگوریتم ژنتیک حل شده است و همانند بهینه‌سازی کلاسیک شامل دو مرحله نامقید به همراه محدوده اشباع برای تغییر زاویه نازل و یک مسئله مقید است. پس از حل مسئله با روش کلاسیک مشاهده شد که نتایج قابل قبولی بدست آمد ولی یک مسئله مهم در این روش‌ها استفاده از نقطه شروع برای حل مسئله است. رویکردهای فراابتکاری برپایه جمعیت برخلاف روش‌های کلاسیک و برپایه گرادینان نیاز به نقطه شروع برای حل ندارند ولی پاسخ نهایی آن‌ها در یک همسایگی از پاسخ اصلی بدست می‌آید. نتایج حاصل از حل به‌وسیله الگوریتم ژنتیک در جدول ۶ ارائه شده است. نتیجه حاصل از برنامه پیچ طی شده و برنامه پیچ برنامه‌ریزی شده در شکل ۷ نشان داده شده است که پس از ۱۸ بار خطای خوبی مسیر برنامه‌ریزی شده را دنبال می‌کند و به‌عبارت‌دیگر ۸ ثانیه دچار خطا قابل توجه است. شکل ۸ تغییرات زاویه نازل را نشان داده که در آن زاویه از ۱۰ درجه فراتر نرفته و همچنین تغییرات بیشینه (تقریباً سه درجه) در بازه زمانی قابل قبولی رخ داده است. نتایج حاصل از حل نشان می‌دهد که شعاع پروازی که معادل ارتفاع نیز می‌تواند باشد تا مقدار مطلوب ۱۵۰۰۰ متر اختلاف کمی دارد و خطای نهایی در برنامه پیچ نیز مقدار مناسبی داشته که در نهایت مقادیر نهایی انتخاب شده برای متغیرهای مسئله، میزان خطای میان برنامه پیچ برنامه‌ریزی شده و برنامه پیچ طی شده و همچنین اختلاف ارتفاع قابل قبولی را نتیجه داده‌اند.

### ۶- نتیجه نهایی

طبق نتایج ارائه شده، مشاهده می‌شود که مقادیر بهینه و توابع هدف به دست آمده توسط الگوریتم ژنتیک در همسایگی یک مقدار مشخص قرار گرفته‌اند و اختلاف چندانی با یکدیگر ندارند، در صورتی که در الگوریتم کلاسیک این نتیجه حاصل نمی‌شود، چرا که الگوریتم کلاسیک بسیار وابسته به نقاط و متغیرهای اولیه است، بنابراین پاسخ مشابهی در هر دو حالت مشاهده نمی‌شود. نتایج برای هر دو حالت مقید و نامقید توسط الگوریتم کلاسیک و الگوریتم ژنتیک نشان می‌دهد که هدف به مقدار مطلوبی رسیده است و قید و محدودیت‌های مسئله نیز رعایت شده است و از این موارد و مقایسه پاسخ‌های هر دو الگوریتم و بهینه‌سازی نیز می‌توان نتیجه گرفت که پاسخ‌ها با وجود مقادیر متفاوت در متغیرهای مسئله، در یک محدوده قرار دارند. این نتایج می‌تواند صحت پاسخ‌های به دست آمده را تایید کند. به منظور بهینه‌سازی بهتر و محاسبه پارامترهای دقیق‌تر، بهتر است که هر دو روش با یکدیگر ترکیب و نقاط اولیه مسئله بهینه‌سازی کلاسیک توسط یک الگوریتم فراابتکاری مانند ژنتیک محاسبه شود تا در نهایت توسط الگوریتم کلاسیک پاسخ دقیق‌تر محاسبه شود.

### ۷- مراجع

- [1] R. Tapia and Applications, "Diagonalized multiplier methods and quasi-Newton methods for constrained optimization," *Journal of Optimization Theory*, vol. 22, no. 2, pp. 135-194, 1977.
- [2] X. H. Li, H. B. Yu, and M. Z. Yuan, "Design of an optimal PID controller based on Lyapunov approach," in *Information Engineering and Computer Science, ICIECS, IEEE*, pp. 1-5, 2009.
- [3] R. Byers, S. Vadali, and Dynamics, "Quasi-closed-form solution to the time-optimal rigid spacecraft reorientation problem," *Journal of Guidance, Control*, vol. 16, no. 3, pp. 453-461, 1993.
- [4] Liu, Z. and Zhang, R., 2022, May. Actuator-constrained Trajectory Optimization for Reusable Launchers' Landing. In *2022 13th Asian Control Conference (ASCC)* (pp. 2438-2440). IEEE.
- [5] Liu, Zibo, and Ran Zhang. "Actuator-constrained Trajectory Optimization for Reusable Launchers' Landing." In *2022 13th Asian Control Conference (ASCC)*, pp. 2438-2440. IEEE, 2022.
- [6] Ni, Runfeng, Chunyu Wen, Linhai Jia, Yao Zhang, and Shiyu Liu. "The attitude control optimization of small rocket." In *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 2235, no. 1, p. 012013. IOP Publishing, 2022.
- [7] G. Boyarko, O. Yakimenko, M. Romano, and dynamics, "Optimal rendezvous trajectories of a controlled spacecraft and a tumbling object," *Journal of Guidance, Control*, vol. 34, no. 4, pp. 1239-1252, 2011.
- [8] Z.-L. Gaing, "A particle swarm optimization approach for optimum design of PID controller in AVR system," *IEEE transactions on energy conversion*, vol. 19, no. 2, pp. 384-391, 2004.
- [9] M. I. Solihin, L. F. Tack, and M. L. Kean, "Tuning of PID controller using particle swarm optimization (PSO)," *International Journal on Advanced Science, Engineering Information Technology*, vol. 1, no. 4, pp.

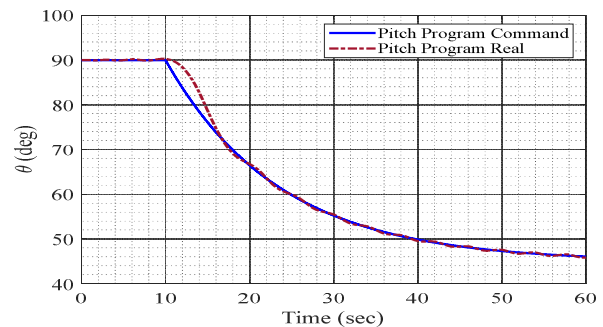
پیچ اجرا شده و شعاع دارای مقادیری مناسب هستند. شکل ۹ برنامه‌پیچ اجرا شده را نشان داده است و بیانگر کاهش خطا و پیروی از مسیر برنامه‌ریزی شده در ثانیه‌های ۱۸ به بعد است. شکل ۱۰ تغییرات زاویه نازل را نشان داده و بیانگر میزان قابل قبول تغییرات در زاویه نازل است. بیشینه تغییرات نازل تقریباً سه درجه بوده که در یک زمان قابل قبول تغییر کرده است. نتایج به دست آمده حاصل از متغیرهای بهینه پس از حل توسط الگوریتم ژنتیک برای مسئله مقید در جدول ۹ ارائه شده است.

جدول ۸- مقدار خطاها و شعاع‌های اولیه و نهایی در بهینه‌سازی مقید به روش ژنتیک

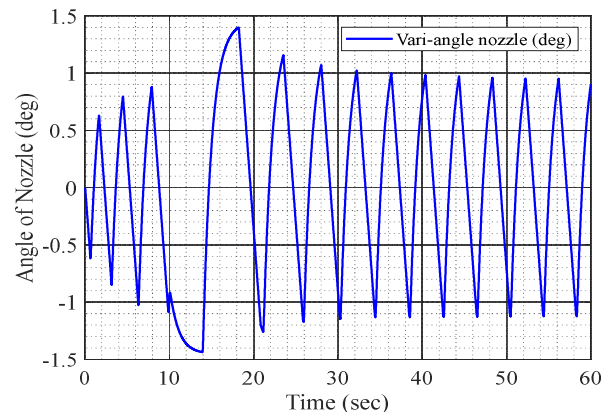
مقدار شعاع (متر)	مقدار خطا (رادیان)	قید (درجه-ثانیه)
شعاع نهایی	خطا نهایی (برنامه پیچ)	سطح کل تغییرات نازل
۱۵۳۴۳/۴۸۳	۰/۱۵۵	۳۷/۹۳۸۸

جدول ۹- نتایج بهینه بدست آمده توسط روش ژنتیک برای بهینه‌سازی مقید

مقادیر بهینه	متغیر
۱۷۲۶۳	$k_p$
۱۷۵.۲۰	$k_i$
۵۹۹۹۲	$k_d$
۳۸.۶۶۲	N
۰.۰۷۴۲۳۰	$\alpha$



شکل ۹- خطا بین فرمان پیچ دستور داده شده و برنامه پیچ طی شده توسط ماهواره‌بر در حالت مقید (حل با روش ژنتیک)



شکل ۱۰- تغییرات زاویه نازل در حالت مقید (حل با روش ژنتیک)



458-461, 2011.

- [10] N. Thomas and D. P. Poongodi, "Position control of DC motor using genetic algorithm based PID controller," in Proceedings of the World Congress on Engineering, vol. 2, pp. 1-3, 2009.
- [11] Zipfel, Peter H. Modeling and simulation of aerospace vehicle dynamics. Aiaa, 2000.
- [12] İ. Akbulut, A. Çilli, and B. Seçkin. "Trajectory prediction tools for conceptual design of orbital and suborbital launch vehicles." In Proceedings of 5th International Conference on Recent Advances in Space Technologies-RAST2011, pp. 680-685. IEEE, 2011.
- [13] J. A. Snyman and D. N. Wilke, Practical Mathematical Optimization Basic Optimization Theory and Gradient-Based Algorithms. Springer.
- [14] Rao, Singiresu S. Engineering optimization: theory and practice. John Wiley & Sons, 2019.