

مدلسازی و شبیه‌سازی صفحه‌ای حرکت پرنده عمودپرواز با موتور هم‌محور دوگانه

مهدی فروزان نژاد^۱، فریبرز ثقفی^{۲*}

۱- کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، خیابان آزادی، mforoosannejad@gmail.com

۲- دانشیار دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، خیابان آزادی، saghafi@sharif.edu

از پرنده‌ها از لحاظ ماموریت بسیار شبیه به پرنده موردنظر ما هستند و از روش جهت‌دهی بردار نیروی پیشران استفاده می‌کنند. در این مرجع ابتدا دقیقاً اجزاء پرنده و مکانیزم‌های آن معرفی گشته، سپس مدلسازی و تحلیل دینامیکی کاملی، ارائه شده است. صحت شبیه‌سازی‌ها با استفاده از آزمایش‌های میدانی نشان داده شده است.

مرجع [۶-۲] مربوط به پرنده‌هایی هستند که از پیکربندی‌های جدید استفاده کرده‌اند اما از روش جهت‌دهی بردار نیروی پیشران و از موتورهای هم‌محور بهره می‌گیرند. در مرجع [۲] یک پیکربندی جدید برای پهپاد هم‌محوری معرفی گشته که در حالت شناوری از روش جهت‌دهی بردار نیروی پیشران برای حرکت به جهات استفاده می‌کند. موتور این پرنده در قسمت پایین آن نصب شده و این پرنده ذاتاً ناپایدارتر از پرنده‌ی موردنظر ما است. در این مرجع برای پرنده با استفاده از روش نیوتن اولیو، مدلی مشابه یک جسم صلب سه‌بعدی در نظر گرفته شده و سپس یک کنترل‌کننده غیرخطی برای تثبیت پرنده در حالت شناوری، پیشنهاد شده است. در مرجع [۳]، پرنده‌ای با پیکربندی جدید معرفی گشته است که بال‌های آن در ابتدا بسته است و پرنده به صورت عمودی از زمین بلند می‌شود، سپس با استفاده از روش جهت‌دهی بردار نیروی پیشران، پرنده به حالت افقی درآمده و بال‌های آن باز می‌شود. در این پژوهش درباره روش طراحی پرنده شامل طراحی بال، طراحی بدنه و... بحث و بررسی صورت گرفته و سپس با تست‌های میدانی، کارایی پرنده آزمایش شده است. مرجع [۴] منطق کنترل و روش کنترلی همان پرنده مرجع قبل را بیان نموده و با پیاده‌سازی و آزمایش‌های میدانی، عملکرد کنترلی پرنده را مورد بررسی قرار داده است. در بالای پرنده مرجع [۵] یک موتور هم‌محور ثابت قرار دارد و در زیر آن دو بالک آیرودینامیکی برای کنترل پرنده وجود دارد. پرنده موردنظر بر اساس دینامیک پرواز آن و یک تحلیل آیرودینامیکی ساده با استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی، طراحی مفهومی گشته و یک کنترل‌کننده خطی ساده با روش تخصیص قطب، پیشنهاد شده است. مدل ریاضی پرنده با استفاده از تئوری نیوتن اولیو بدست آمده و برای به دست آوردن الزامات دینامیکی وسیله، خطی می‌شود. مرجع [۶] به طراحی مکانیزم و آزمایش‌های میدانی از پرنده‌ای پرداخته است که موتور هم‌محور آن در وسط پرنده قرار می‌گیرد و با روش جهت‌دهی بردار پیشران پرنده را جابه‌جا می‌کند. تلاش کنترلی این پرنده بسیار کم است زیرا موتور تقریباً بر روی مرکز جرم پرنده قرار گرفته اما از طرفی حاشیه پایداری این پرنده نیز پایین می‌باشد.

مرجع [۷-۹] مربوط به آن دسته از پرنده‌هایی است که از لحاظ مکانیزم کاملاً مشابه پرنده ما هستند. در مرجع [۷] ابتدا یک مدل ریاضی سه‌بعدی برای دینامیک این دسته از پرنده‌ها توسعه داده شده اما این مدل دینامیکی کامل نبوده و از بعضی اثرات مهم مانند لختی دورانی موتور صرف‌نظر کرده است. سپس به طراحی کنترل‌کننده و بررسی پایداری پرنده پرداخته است. کار مرجع [۸] توسعه یک مدل ساده برای پرنده‌هایی است

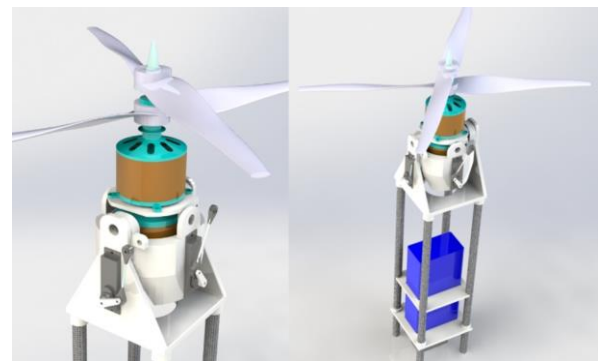
چکیده

در این پژوهش حرکت یک پرنده عمودپرواز با موتور هم‌محور دوگانه که با روش جهت‌دهی بردار نیروی پیشران کنترل می‌شود مدلسازی شده است. مدل دینامیکی، با استفاده از روش نیوتن اولیو و با دیدگاه صفحه‌ای به عنوان یک سامانه چهار درجه آزادی توسعه داده شده، سپس با شبیه‌سازی رایانه‌ای و تحلیل‌های ساده، معادلات صحت‌سنجی گشته و حرکت پرنده برای فازهای مختلف پروازی مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

واژه‌های کلیدی: مدلسازی و شبیه‌سازی - پرنده عمودپرواز - موتور هم‌محور دوگانه - جهت‌دهی بردار نیروی پیشران

۱- مقدمه

دسته‌ای از پرنده‌های عمودپرواز کوچک با ماموریت تصویربرداری هوایی وجود دارند که رادیوکنترل بوده و تنها از یک موتور هم‌محور برای تولید نیروی پیشران استفاده می‌کنند. این نوع خاص پرنده، نسبت به چهارپره، ابعاد کمتری دارد، سبک‌تر بوده و حمل‌ونقل آن آسان‌تر است. استفاده از تعداد زیادی موتور و المان‌های مختلف در پرنده، باعث ایجاد پیچیدگی در طراحی سامانه‌های آن می‌شود. یکی از مزایای این نوع پرنده، سادگی آن است. مدل ساده نرم افزاری آماده شده از پرنده، در شکل ۱ نمایش داده شده است. در این نوع پرنده خاص، دو عملگر و یک گیمبال دو درجه آزادی وجود دارد که کل سامانه‌ی موتور هم‌محور و دو ملخ را با بدنه در دو راستا زاویه می‌دهد. یک عملگر تغییر زاویه، با استفاده از اهرم به قاب داخلی و یک عملگر به قاب خارجی متصل است. با تغییر در زاویه عملگرها، قاب‌ها نسبت به بدنه، زاویه پیدا می‌کنند، در نتیجه نیروی پیشران، مولفه‌ای در صفحه‌ی افقی پیدا کرده و پرنده به جهات مختلف حرکت می‌کند.



شکل ۱- مدل نرم افزاری از فیزیک پرنده

مرجع [۱] به طراحی مفهومی، مدلسازی دینامیکی و شبیه‌سازی پرنده‌ای که از مکانیزم سواچ پلیت استفاده می‌کند پرداخته است. این دسته

روابط ۱ و ۲ به ترتیب ماتریس تبدیل مختصات بدنی نسبت به اینرسی و موتور نسبت به بدنی را نمایش داده‌اند.

$$[T]^{BI} = \begin{bmatrix} C_\theta & 0 & -S_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ S_\theta & 0 & C_\theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$[T]^{MB} = \begin{bmatrix} C_\alpha & 0 & -S_\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ S_\alpha & 0 & C_\alpha \end{bmatrix} \quad (2)$$

دور ملخ‌ها را برابر فرض می‌کنیم تا پرنده یاو (Yow) نکند. به این ترتیب ورودی‌های کنترلی این مدل‌سازی عبارتند از: مجموع نیروی پیشران حاصل از موتورها T و زاویه‌ی ایجاد شده بین موتور و بدنه، توسط عملگر بیرونی α .

در این مدل‌سازی از نیروی پسای وارد بر موتور و ملخ‌ها صرف نظر شده است. نیروی پسای وارد بر بدنه D است که به صورت زیر بیان می‌شود. نقطه اثر نیروی پسای وارد بر بدنه را مرکز هندسی بدنه در نظر می‌گیریم. همچنین به علت وجود باتری در زیر بدنه، مرکز جرم بدنه مقداری پایین تر از وسط آن قرار دارد.

$$[\bar{D}]^B = [D_1 \quad 0 \quad D_3] \quad (3)$$

فاصله مرکز جرم بدنه تا محل اتصال موتور به بدنه را با پارامتر s نمایش می‌دهیم، فاصله مرکز هندسی بدنه تا مرکز جرم بدنه را با نماد h نشان می‌دهیم و فاصله مرکز جرم قاب A تا نقطه اتصال موتور به بدنه را d در نظر می‌گیریم. در روابط زیر s ، v ، ω و Ω به ترتیب نمایشگر بردار جابه‌جایی، ماتریس پادمتقارن بردار جابه‌جایی، بردار سرعت، بردار سرعت زاویه‌ای و ماتریس پادمتقارن بردار سرعت زاویه‌ای هستند.

۲-۱- معادله دینامیک انتقالی

ابتدا معادله نیوتن را برای قاب B می‌نویسیم، با استفاده از انتقال اوپلر مشتق دورانی را به قاب بدنی می‌بریم و نیروها را داخل معادله جایگذاری می‌کنیم. f نیروی قیدی وارد شده از طرف موتور بر بدنه است.

$$m^B [v_B^B]^B + m^B [\Omega^{BI}]^B [v_B^B]^B = m^B [T]^{BI} [g]^I + [f]^B + [D]^B \quad (4)$$

بیان سرعت مرکز جرم بدنه و سرعت زاویه‌ای آن در دستگاه بدنی به صورت زیر است.

$$[\bar{v}_B^B]^B = [u \quad 0 \quad w], \quad [\bar{\omega}^{BI}]^B = [0 \quad \dot{\theta} \quad 0] \quad (5)$$

شتاب نقطه A را برحسب شتاب نقطه B بدست می‌آوریم.

$$D^I v_A^I = D^I v_B^I + \Omega^{BI} \Omega^{BI} s_{MB} + (D^B \Omega^{BI}) s_{MB} + \Omega^{AI} \Omega^{AI} s_{AM} + (D^A \Omega^{AI}) s_{AM} \quad (6)$$

حال معادله نیوتن را برای قاب A می‌نویسیم.

$$m^A ([v_B^B]^B + [\Omega^{BI}]^B [v_B^B]^B + [\Omega^{BI}]^B [\Omega^{BI}]^B [s_{MB}]^B + [\dot{\Omega}^{BI}]^B [s_{MB}]^B + [T]^{BM} [\Omega^{AI}]^M [\Omega^{AI}]^M [s_{AM}]^M + [T]^{BM} [\dot{\Omega}^{AI}]^M [s_{AM}]^M) = [T]^{BM} [T]^M + m^A [T]^{BI} [g]^I - [f]^B \quad (7)$$

سرعت زاویه‌ای قاب A نسبت به قاب I به صورت زیر بیان می‌شود.

$$[\bar{\omega}^{AI}]^M = [0 \quad \dot{\theta} + \dot{\alpha} \quad 0] \quad (8)$$

نیروی قیدی f را در رابطه ۴ و ۷ حذف نموده، بردارها و ماتریس‌ها را جایگذاری نموده و رابطه را ساده می‌کنیم، در نتیجه شتاب‌های انتقالی مرکز جرم بدنه بدست می‌آید.

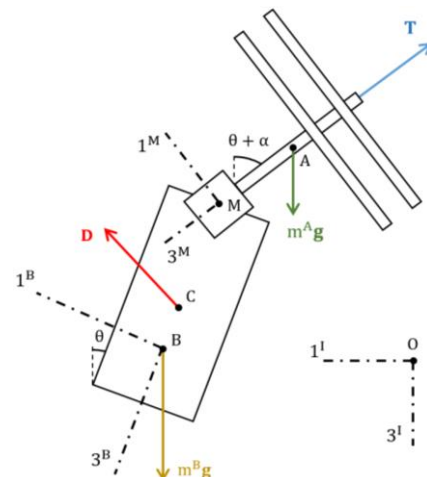
که از موتور هم‌محور استفاده می‌کنند. در این مرجع، مدل دینامیکی پرنده به شکل یک جسم صلب سه‌بعدی در نظر گرفته شده که بر روی آن بردار نیروی پیشران قرار دارد و به جهات زاویه می‌گیرد. مرجع [۹] جدیدترین و کامل‌ترین مرجعی است که بر روی پرنده هدف ما تعریف شده. این مرجع به طراحی مفهومی پرنده و تست پرواز آن پرداخته است. مدل دینامیکی مورد استفاده در این پژوهش یک مدل ریاضی نادقیق و ساده است.

مرجع [۱۰] به مدل‌سازی، طراحی و تحلیل یک سامانه کنترلی با روش جهت دهی بردار نیروی پیشران پرداخته است که بر روی انواع پهپاد قابل نصب می‌باشد. پژوهش [۱۱] مربوط به بررسی تجربی عملکرد موتورهای هم‌محور دوگانه الکتریکی بدون جاروبک است. علاوه بر این، مزایای آن در چهارپره نشان داده شده است. در این مرجع مجموعه‌ای از آزمایش‌ها با موتورها و اندازه‌های مختلف ملخ، برای برآورد بازده نیروی محرکه پرنده‌های هم‌محور، در مورد پیشران‌ش مفید تولید شده توسط هر موتور، انجام شده است.

در مقاله حاضر مدل دینامیکی دوبعدی غیرخطی دقیقی از پرنده مورد بررسی در مراجع [۷-۹] ارائه می‌شود و با شبیه‌سازی رایانه‌ای سناریوهای مختلف پروازی، با استفاده از نرم‌افزار متلب، معادلات صحت‌سنجی می‌شوند. در مقالات پیشین از مدل‌های دینامیکی خطی و با صرف نظر از خیلی اثرات مهم، استفاده شده است.

۲-۲- مدل‌سازی دینامیکی بدنه پرنده

این پرنده یک سامانه چهار درجه آزادی است. دو درجه آزادی، مختصات مرکز جرم بدنه را مشخص می‌کند، یک درجه آزادی زاویه بین بدنه با دستگاه اینرسی و یک درجه آزادی زاویه بین موتور و ملخ‌ها با بدنه را مشخص می‌کند. در این مسئله دو قاب داریم. اولین قاب، بدنه پرنده است که جرم آن را m^B در نظر می‌گیریم. دومین قاب، موتور و دو ملخ متصل به آن هستند. جرم این قسمت را با نماد m^A نمایش می‌دهیم و جرم کل پرنده را m_E می‌گیریم. در این مسئله سه دستگاه مختصات مورد استفاده است. اول دستگاه مختصات محلی چسبیده به قاب اینرسی، دوم دستگاه مختصات بدنی، چسبیده به قاب بدنه و سوم دستگاه مختصات موتور، چسبیده به قاب موتور. قاب‌ها، نقاط و دستگاه‌های مختصات تعریف شده، در شکل ۲ نمایش داده شده‌اند.



شکل ۲- نمودار آزاد نیروهای وارد بر پرنده

پارامترهای c_1 ، c_2 و c_3 در ادامه تعریف شده‌اند.

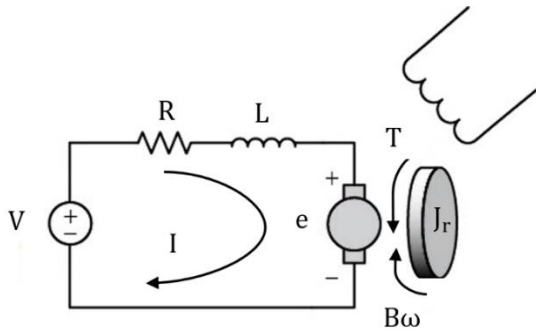
$$c_1 = -gS_\theta - \dot{\theta}w - \frac{m^A}{m_t} dS_\alpha (\dot{\theta} + \dot{\alpha})^2 + \frac{m^A}{m_t} dC_\alpha \ddot{\alpha} + \frac{D_1}{m_t} - \frac{T}{m_t} S_\alpha \quad (20)$$

$$c_2 = gC_\theta + \dot{\theta}u - \frac{m^A}{m_t} s\dot{\theta}^2 - \frac{m^A}{m_t} dC_\alpha (\dot{\theta} + \dot{\alpha})^2 - \frac{m^A}{m_t} dS_\alpha \ddot{\alpha} + \frac{D_3}{m_t} - \frac{T}{m_t} C_\alpha \quad (21)$$

$$c_3 = -L_2 \ddot{\alpha} - m^B \dot{\theta}w (s - dC_\alpha) - m^B \dot{\theta} u dS_\alpha - m^B g (dS_\alpha C_\theta + dC_\alpha S_\theta + sS_\theta) + D_1 (s - h + dC_\alpha) - dS_\alpha D_3 \quad (22)$$

۳- مدلسازی دینامیک موتور الکتریکی و سروموتور

در این پروژه برای شبیه‌سازی رایانه‌ای، محرکه‌های پرنده، دو موتور الکتریکی جریان مستقیم خیلی ساده فرض شده است، که موتورها مستقیماً و بدون استفاده از گیربکس به ملخ‌ها متصل شده‌اند. شکل ۳ نمایی از شماتیک مدل موتور الکتریکی است. در نظر گرفتن دینامیک موتورها در شبیه‌سازی رایانه‌ای می‌تواند نتایج واقعی‌تری را به دست دهد.



شکل ۳- مدل ساده موتور الکتریکی

رابطه حاکم بر مدار الکتریکی موتور به صورت زیر است. در رابطه زیر مقدار خودالقایی بوده و R مقاومت داخلی سیم‌پیچ موتور است. I جریان گذرنده از مدار است و V ولتاژ اعمال شده به سیم‌پیچ موتور می‌باشد.

$$L \frac{dI}{dt} + RI = V - e \quad (23)$$

اگر k_v ثابت الکتریکی محرکه موتور باشد، خواهیم داشت:

$$e = k_v \omega \quad (24)$$

رابطه حاکم بر رتور دوار و گشتاورهای وارد بر آن به صورت زیر است. در رابطه زیر J_r ، l و η به ترتیب ممان اینرسی رتور، فاکتور گشتاور پسیای ملخ، ضریب بازده موتور و ضریب دمپینگ رتور هستند.

$$J_r \frac{d\omega}{dt} = \tau - \beta \omega - \frac{l\omega^2}{\eta} \quad (25)$$

τ گشتاور پسیای وارد بر ملخ‌ها است. اگر ثابت گشتاور موتور را k_t

در نظر بگیریم آنگاه خواهیم داشت:

$$\tau = k_t I \quad (26)$$

دستگاه معادلات مدل دینامیکی موتور الکتریکی، به صورت زیر حاصل

می‌شود.

$$\frac{dI}{dt} = -\frac{R}{L} I - \frac{k_v}{L} \omega + \frac{V}{L} \quad (27)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{k_t}{J_r} I - \frac{\beta}{J_r} \omega - \frac{l}{\eta J_r} \omega^2 \quad (28)$$

$$\dot{u} = -gS_\theta - \dot{\theta}w + \frac{m^A}{m_t} s\dot{\theta} - \frac{m^A}{m_t} dS_\alpha (\dot{\theta} + \dot{\alpha})^2 + \frac{m^A}{m_t} dC_\alpha (\dot{\theta} + \dot{\alpha}) + \frac{D_1}{m_t} - \frac{T}{m_t} S_\alpha \quad (9)$$

$$\dot{w} = gC_\theta + \dot{\theta}u - \frac{m^A}{m_t} s\dot{\theta}^2 - \frac{m^A}{m_t} dC_\alpha (\dot{\theta} + \dot{\alpha})^2 - \frac{m^A}{m_t} dS_\alpha (\dot{\theta} + \dot{\alpha}) + \frac{D_3}{m_t} - \frac{T}{m_t} C_\alpha \quad (10)$$

در روابط، برای نمایش سینوس و کسینوس زوایا از نمادهای S_θ و C_θ استفاده شده است. اگر سرعت زاویه‌ای دوران موتور ω باشد و فاکتور برای ملخ b باشد، خواهیم داشت:

$$T = 2b\omega^2 \quad (11)$$

۲-۲ معادله دینامیک وضعی

ابتدا معادله اوپلر را برای بدنه پرنده توسعه می‌دهیم. m گشتاور قیدی وارد شده از طرف موتور به بدنه است.

$$[I_B^B]^B [\dot{\omega}^{BI}]^B + [\Omega^{BI}]^B [I_B^B]^B [\omega^{BI}]^B = [m]^B + [S_{MB}]^B [f]^B + [S_{CB}]^B [D]^B \quad (12)$$

بیان ممان اینرسی بدنه پرنده در دستگاه مختصات بدنی به صورت زیر است. ممان اینرسی‌های ضریبی مقادیر بسیار کمی دارند، در نتیجه نمی‌توانند پرنده را از صفحه خارج کنند و می‌توان از مقادیر آن‌ها صرف نظر نمود.

$$[I_B^B]^B = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 & 0 \\ 0 & 0 & I_3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

اکنون معادله اوپلر را برای قاب A می‌نویسیم.

$$[I_B^B]^B [\dot{\omega}^{BI}]^B + [\Omega^{BI}]^B [I_B^B]^B [\omega^{BI}]^B + [T]^{BM} ([I_A^A]^M [\omega^{AI}]^M + [\Omega^{AI}]^M [I_A^A]^M [\omega^{AI}]^M) + [S_{MA}]^M [T]^{MB} [f]^B = [S_{MB}]^B [f]^B + [S_{CB}]^B [D]^B \quad (14)$$

لختی دورانی قاب A، حول مرکز جرمش در دستگاه مختصات موتور

به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$[I_A^A]^M = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 \\ 0 & L_2 & 0 \\ 0 & 0 & L_3 \end{bmatrix} \quad (15)$$

بردارها و ماتریس‌ها را جایگذاری کرده، نیروی قیدی و گشتاور قیدی را از روابط ۱۲ و ۱۴ حذف نموده و در نهایت معادله دینامیک وضعی پرنده حاصل می‌شود.

$$(I_2 + L_2) \ddot{\theta} = -L_2 \ddot{\alpha} - m^B \dot{u} (s + dC_\alpha) + m^B \dot{w} dS_\alpha - m^B \dot{\theta} w (s - dC_\alpha) - m^B \dot{\theta} u dS_\alpha - m^B g (dS_\alpha C_\theta + dC_\alpha S_\theta + sS_\theta) + D_1 (s - h + dC_\alpha) - dS_\alpha D_3 \quad (16)$$

۲-۳ معادلات کامل پرنده

با استفاده از روابط زیر، مختصات مرکز جرم بدنه را نسبت به دستگاه مختصات اینرسی می‌یابیم.

$$\dot{x} = C_\theta u + S_\theta w \quad (17)$$

$$\dot{z} = -S_\theta u + C_\theta w \quad (18)$$

از ترکیب روابط انتقالی حاصل شده و رابطه دورانی بدست آمده، رابطه زیر محاسبه می‌شود. با حل روابط ۱۷، ۱۸ و ۱۹ به صورت کوپل، دینامیک کامل پرنده در دو بعد، مدل می‌شود.

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{m^A}{m_t} (s + dC_\alpha) \\ 0 & 1 & \frac{m^A}{m_t} dS_\alpha \\ m^B (s + dC_\alpha) & -m^B dS_\alpha & I_2 + L_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} \quad (19)$$

kgm^2	3.5×10^{-4}	لختی دورانی قاب A حول محور دوم	L_2
cm	20	فاصله مرکز جرم بدنه تا محل اتصال موتور به بدنه	s
cm	5	فاصله مرکز جرم قاب A تا محل اتصال موتور به بدنه	d
cm	2	فاصله مرکز جرم بدنه تا مرکز هندسی بدنه	h
Ns^2	3.65×10^{-5}	ثابت پیشران ملخ	b
Nms^2	7.29×10^{-7}	ثابت پسای ملخ	l
kgm^2	3×10^{-4}	لختی دورانی رتور و ملخ	J_r
kgm^2	0.01	لختی دورانی سامانه متصل به سروموتور	J_s
Ω	0.1	مقاومت سیم پیچ موتور	R
Vs/A	0.01	خودالقایی سیم پیچ موتور	L
Nm/A	0.025	ثابت گشتاور موتور	k_t
Vs/Rad	0.025	ثابت الکتریکی موتور	k_e
-	1	ضریب بازدهی موتور	η
kgm^2/s	0.1	ضریب دمپینگ رتور	β
Ω	0.1	مقاومت سیم پیچ سروموتور	R_s
Nm/A	0.025	ثابت گشتاور سروموتور	k_{t_s}
Vs/Rad	0.025	ثابت الکتریکی سروموتور	k_{v_s}

معادلات دینامیک سروموتور مشابه معادلات موتور الکتریکی هستند، با این تفاوت که گشتاور آیرودینامیکی وجود ندارد. در این سامانه، مقادیر بار موجود بر روی عملگرها بسیار اندک بوده و عملاً تاثیری بر روی دینامیک عملگر ندارد، لذا این ترم را در شبیه‌سازی‌ها در نظر نمی‌گیریم. k_{v_s} ، k_{t_s} و R_s به ترتیب لختی دورانی سامانه متصل به سروموتور، ثابت گشتاور سروموتور، ثابت الکتریکی محرکه سروموتور و مقاومت داخلی سیم پیچ سروموتور می‌باشند. با صرف‌نظر از اثر خودالقایی سیم پیچ و میرایی رتور، به خاطر مقادیر ناچیز آن‌ها و ساده‌سازی روابط مکانیکی و الکتریکی، در آخر معادله دینامیک سروموتور به صورت زیر حاصل می‌شود.

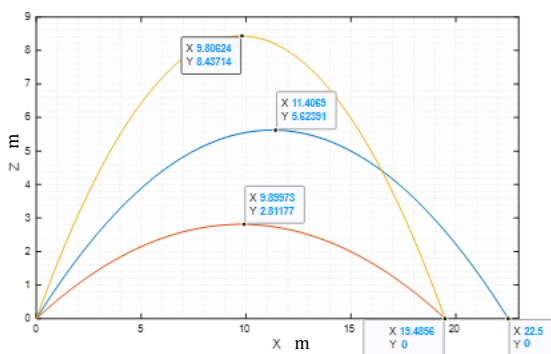
$$\ddot{\alpha} = \frac{k_{t_s}}{J_s R_s} V - \frac{k_{v_s} k_{t_s}}{J_s R_s} \dot{\alpha} \quad (29)$$

۴- شبیه‌سازی رایانه‌ای و صحت‌سنجی

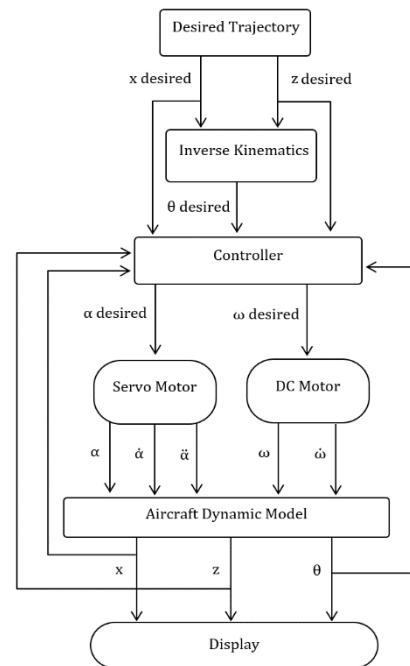
در این بخش معادلات دینامیکی حاصل شده، برای چند سناریو مختلف مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. منطق شبیه‌سازی رایانه‌ای، به صورت نمودار بلوکی در شکل ۴ نمایش داده شده است. برای آن که بتوان دینامیک پرنده را تحلیل نمود، در شبیه‌سازی‌ها از کنترل‌کننده استفاده نشده و به عنوان یک سامانه حلقه‌باز شبیه‌سازی‌ها صورت گرفته است.

۴-۱- حرکت پرتابی

برای صحت‌سنجی مدل دینامیکی و شبیه‌سازی رایانه‌ای، ورودی‌های کنترلی پرنده را صفر در نظر می‌گیریم و به آن در دو راستا سرعت اولیه می‌دهیم تا پرنده بر روی پرتابه حرکت کند. مثلاً سه پرتابه با سرعت اولیه‌ی $15 \frac{m}{s}$ و زوایای ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه را در نظر می‌گیریم. در این شبیه‌سازی‌ها از نیروی پسا صرف نظر شده است. صحت برد و ارتفاع اوج پرتابه‌ها به صورت دستی چک شده و در شکل ۵ مسیر حرکت مرکز جرم پرنده، رسم شده است.



شکل ۵- مسیر حرکت مرکز جرم پرنده بدون ورودی‌های کنترلی



شکل ۴- نمودار بلوکی منطق حاکم بر شبیه‌سازی

مقادیر فیزیکی لازم برای شبیه‌سازی، بر اساس پرنده طراحی شده در مرجع [۱۲]، به صورت آمده در جدول ۱ می‌باشد.

جدول ۱- پارامترهای فیزیکی لازم برای شبیه‌سازی

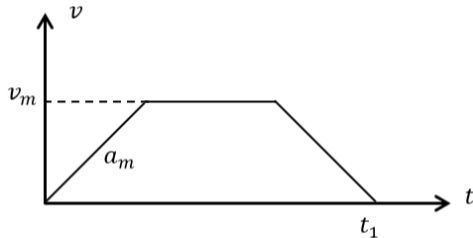
نماد	نام	مقدار	واحد
m^A	جرم موتور و ملخ‌ها	800	gr
m^B	جرم بدنه پرنده	2600	gr
m_t	جرم کل پرنده	3400	gr
I_2	لختی دورانی بدنه حول محور دوم	1.63×10^{-2}	kgm ²

۴-۲- شناوری در ارتفاع ثابت

می‌خواهیم پرنده را در ارتفاع ثابتی نگاه‌داریم. براساس ممنوم تئوری، نیروی پیشران ملخ، برحسب مساحت سطح مقطع ملخ A_1 ، سرعت جریان القایی v_1 ، سرعت حرکت ملخ داخل جریان v_∞ و چگالی هوا ρ به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$T = \rho A_1 v_1 \left(v_\infty + \frac{v_1}{2} \right) \quad (30)$$

منفی سرعت خود را کاهش داده و در ارتفاع مشخص می‌ایستد. فرض کنید بیشترین شتابی که پرنده می‌تواند متحمل شود a_m باشد.



شکل ۸- نمودار سرعت زمان پرنده در راستای محور عمودی

رابطه حاکم بر دینامیک پرنده به صورت زیر می‌شود. سرعت حرکت پرنده به سمت بالا را w در نظر گرفتیم.

$$T - m_t g - D_3 = m_t a \quad (35)$$

سرعت القایی را با مومنوم ثنوری محاسبه می‌کنیم. در نتیجه نیروی پسا به صورت زیر محاسبه می‌شود. جمله اول مربوط به پسا حاصل از حرکت پرنده به سمت بالا می‌باشد و جمله دوم مربوط به باد اضافی ایجاد شده توسط ملخ به سمت پایین است.

$$D_3 = \frac{1}{2} \rho A C_D w^2 + T C_D \frac{A}{A_1} \quad (36)$$

با جایگذاری در رابطه نیوتن، نیروی پیشران را محاسبه می‌کنیم.

$$T = m_t \frac{g+a}{k_2} + k_1 w^2 \quad (37)$$

$$k_1 = \frac{1}{2k_2} \rho A C_D \quad (38)$$

$$k_2 = 1 - C_D \frac{A}{A_1} \quad (39)$$

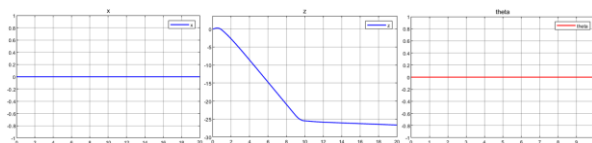
انرژی مصرفی موتور، به صورت زیر محاسبه می‌شود. جمله اول عبارت، مربوط به غلبه‌ی بر نیروی وزن و نیروی ناشی از باد ملخ است و جمله دوم ناشی از غلبه‌ی بر نیروی پسا می‌باشد.

$$E = \frac{m_t g}{k_2} \Delta z + \frac{1}{2} k_1 v_m^2 \left(\Delta z - \frac{v_m^2}{a_m} \right) \quad (40)$$

زمان رسیدن پرنده به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$t_1 = \frac{\Delta z}{v_m} + \frac{v_m}{a_m} \quad (41)$$

هرچه بیشینه سرعت را کاهش دهیم، انرژی مصرفی کاهش پیدا کرده و هرچه بیشینه سرعت را افزایش دهیم، زمان رسیدن کاهش می‌یابد. به این ترتیب باید تابع هزینه‌ای از زمان رسیدن و انرژی مصرفی تعریف شده و بهینه‌سازی انجام شود. یکی دیگر از مزایای این پرنده نسبت به چهارپره مصرف انرژی کمتر آن به علت وجود تعداد موتور کمتر است. در شبیه‌سازی‌های زیر بهینه‌سازی صورت گرفته است. در سناریو شکل ۹ می‌خواهیم پرنده در زمان 10 s به اندازه 27 m افزایش ارتفاع دهد. بیشینه شتاب گازدادن و ترمزگرفتن را $3 \frac{m}{s^2}$ در نظر گرفتیم.



شکل ۹- شبیه‌سازی افزایش ارتفاع پرنده با پسا

اگر پرنده در ارتفاع ثابتی قرار داشته باشد و حرکت نکند، سرعت القایی بر روی بدنه به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$v_1^2 = \frac{2T}{\rho A_1} \quad (31)$$

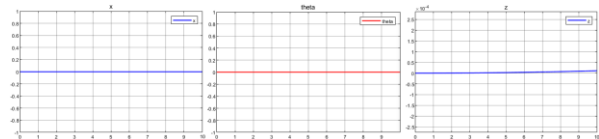
اگر مساحت سطح مقطع بدنه پرنده را A در نظر بگیریم، نیروی پسا به صورت زیر می‌شود. C_D ضریب پسای بدنه از بالا است.

$$D_3 = \frac{1}{2} C_D \rho A v_1^2 = T C_D \frac{A}{A_1} \quad (32)$$

در نتیجه سرعت زاویه‌ای لازم برای شناوری پرنده در یک ارتفاع ثابت بدست می‌آید.

$$\omega = \sqrt{\frac{m_t g}{2b \left(1 - C_D \frac{A}{A_1} \right)}} \quad (33)$$

همان‌طور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، مقادیر x ، z و θ پرنده در مدت شبیه‌سازی صفر می‌ماند. در نمودارهای شبیه‌سازی، مقادیر x و z بر حسب متر، مقادیر θ بر حسب درجه و زمان بر حسب ثانیه می‌باشد.



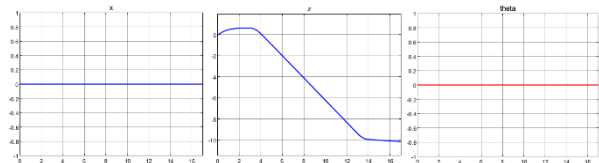
شکل ۶- شبیه‌سازی شناوری پرنده در ارتفاع ثابت

۳-۴- تغییر ارتفاع با فرض عدم پسا

اگر ورودی عملگر زاویه صفر باشد، پرنده مقید به حرکت در راستای محور عمودی می‌شود. فرض کنید پرنده شتاب a داشته باشد، در این صورت با فرض در نظر نگرفتن نیروی پسا، باید به اندازه‌ی مقدار محاسبه شده در زیر، تغییر در دور ملخ‌ها ایجاد نمود.

$$\Delta \omega = \sqrt{\frac{m_t (g+a)}{2b}} - \sqrt{\frac{m_t g}{2b}} \quad (34)$$

سناریویی را در نظر بگیرید که پرنده در ارتفاع مشخصی ایستاده است، بعد با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت به سمت بالا می‌کند، بعد از 1 s شتاب خود را صفر کرده و به مدت 9 s با سرعت ثابت حرکت می‌کند و در آخر با شتاب $-2 \frac{m}{s^2}$ سرعت خود را کاهش داده و می‌ایستد. نتایج حاصل از شبیه‌سازی در شکل ۷ آمده است. به علت عدم وجود کنترل‌کننده بر روی پرنده، پیروی کردن دقیق از مسیر ممکن نیست.

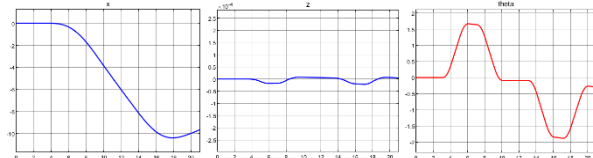


شکل ۷- شبیه‌سازی افزایش ارتفاع پرنده بدون پسا

۴-۴- تغییر در ارتفاع با فرض وجود پسا

در این قسمت فرض می‌کنیم پرنده می‌خواهد از پروفایل سرعتی مشابه شکل ۸ پیروی کرده و به اندازه Δz در زمان t_1 افزایش ارتفاع دهد. فرض می‌کنیم پرنده با شتاب مثبت، سرعت خود را افزایش می‌دهد و به مقدار ثابت v_m رسیده و سرعت خود را ثابت نگه می‌دارد و بعد از آن با شتاب

صفر نمود اما پرنده مطابق نظر ما رفتار کرده و تا حد ممکن از مسیر موردنظر پیروی نموده است.



شکل ۱۱- شبیه‌سازی حرکت پرنده در راستای محور x

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، یک مدل دینامیکی دقیق صفحه‌ای از حرکت پرنده موردنظر، با استفاده از روش نیوتن اویلر استخراج شد. برای موتورالکتریکی متصل به ملخ‌ها و عملگر الکترومکانیکی تغییر زاویه بردار نیروی پیشران، مدل دینامیکی ساده‌ای در نظر گرفته شد. در آخر با شبیه‌سازی رایانه‌ای برای چند سناریو متفاوت، عملکرد مدل دینامیکی در کانال‌های مختلف پروازی مورد تایید قرار گرفت. با توجه به اینکه مقالات و پژوهش‌های علمی چاپ شده و در دسترس از پرنده موردنظر، بسیار اندک بوده و از این نوع پرنده خاص با روش کنترلی آن، صرفاً به صورت تجربی ساخته شده است، این مقاله می‌تواند مقدمه‌ی خوبی برای تعریف کارهای پژوهشی مختلفی بر روی این پیکربندی و روش کنترلی جدید باشد. می‌توان برای ادامه، بر روی کنترل این سامانه تحریک ناقص (Under Actuated) کار کرد.

۶- مراجع

- [1] F. Wang, J. Cui, B. M. Chen and T. H. Lee, "Flight dynamics modeling of coaxial rotorcraft UAVs," in *Handbook of Unmanned Aerial Vehicles*, Springer Science Business Media Dordrecht, 2015, pp. 1217-1973.
- [2] O. Garcia, A. Sanchez, K. C. Wong and R. Lozano, "Modeling and control of a vectored thrust coaxial UAV," in *2009 IEEE European Control Conference (ECC)*, Budapest, Hungary, 2009, pp. 695-700.
- [3] K. Z. Ang, J. Q. Cui, T. Pang, K. Li, K. Wang, Y. Ke and B. M. Chen, "Design and implementation of a thrust vectored unmanned tail sitter with reconfigurable wings," *Unmanned Systems*, vol. 3, no. 2, pp. 143-162, March 2015.
- [4] K. Wang, Y. Ke and B. M. Chen, "Autonomous reconfigurable hybrid tail sitter UAV U-Lion," *Science China Information Sciences*, vol. 60, no. 3, pp.1-16, February 2017.
- [5] V. H. Dominguez, O. G. Salazar, L. A. Brooks, L. A. R. Osorio, C. S. Delgado and E. G. Rodriguez, "Micro Coaxial Drone: Flight Dynamics, Simulation and Ground Testing," *Aerospace*, vol. 9, no. 5, pp. 245, May 2022.
- [6] J. Buzzatto and M. Liarokapis, "An agile, coaxial, omnidirectional rotor module: on the development of hybrid, all terrain robotic rotorcrafts," in *2020 IEEE International Symposium on Safety, Security, and Rescue Robotics (SSRR)*, Abu Dhabi, UAE, 2020, pp. 162-168.

۵-۴- تغییر زاویه پیچ پرنده

برای تغییر زاویه پیچ (Pitch) پرنده لازم است به سروموتور زاویه بدهیم. در این صورت معادلات نیرو و گشتاور وارد بر پرنده به صورت زیر می‌شود.

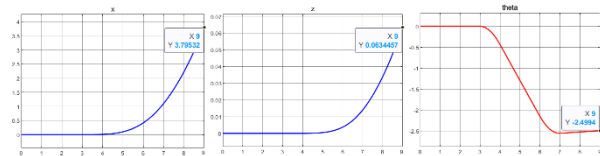
$$TC_{\theta+\alpha} = m_t g \quad (42)$$

$$TS_{\alpha} s = I_y \ddot{\theta} = (I_2 + L_2 + m^A s^2) \ddot{\theta} \quad (43)$$

زاویه لازم برای ثابت نگاهداشتن شتاب زاویه‌ای پیچ محاسبه می‌شود.

$$\alpha = tg^{-1} \left(\frac{\frac{I_y \ddot{\theta}}{m_t g s} C_{\theta}}{\frac{I_y \ddot{\theta}}{m_t g s} S_{\theta} + 1} \right) \quad (44)$$

سناریویی را در نظر بگیرید که پرنده در حالت شناوری ایستاده است، بعد با شتاب $1 \frac{deg}{s^2}$ شروع به افزایش زاویه پیچ می‌کند، بعد از $1s$ شتاب زاویه‌ای خود را صفر کرده و به مدت $2s$ با نرخ ثابت پیچ حرکت می‌کند و در آخر با شتاب $-1 \frac{deg}{s^2}$ نرخ پیچ خود را کاهش داده و در یک زاویه مشخص می‌ایستد. در هنگام تغییر زاویه پیچ به ناچار پرنده حدود $3.7m$ در راستای محور x حرکت کرده و به اندازه حدود $6cm$ کاهش ارتفاع می‌دهد. از نتایج شبیه‌سازی در شکل ۱۰ مشخص است که دینامیک پرنده درست کار می‌کند ولی به علت عدم وجود کنترل‌کننده، نمی‌توان دقیقاً بر روی زاویه موردنظر ایستاد.



شکل ۱۰- شبیه‌سازی تغییر زاویه پیچ پرنده

۴-۶- حرکت در راستای محور افقی

سناریویی به این صورت در نظر بگیرید که در آن پرنده در ابتدا زاویه پیچ مثبت گرفته تا شتاب در راستای خلاف جهت محور x پیدا کند، سپس زاویه پیچ صفر گرفته تا با سرعت ثابت در خلاف جهت محور x حرکت کند و در آخر زاویه پیچ منفی گرفته تا بایستد. در کل سناریو مقدار نیروی پیشران را طوری در نظر گرفتیم که پرنده کمترین تغییر ارتفاع را داشته باشد. مقادیر شتاب زاویه‌ای برحسب درجه بر مجذور ثانیه، مطابق جدول ۲ می‌باشد.

جدول ۲- مقادیر شتاب زاویه‌ای برای حرکت در راستای محور x

شتاب زاویه‌ای	زمان (ثانیه)	شتاب زاویه‌ای	زمان (ثانیه)
0	10 - 13	0	0 - 3
-1	13 - 14	1	3 - 4
0	14 - 15	0	4 - 5
1	15 - 16	-1	5 - 6
0	16 - 17	0	6 - 7
1	17 - 18	-1	7 - 8
0	18 - 19	0	8 - 9
-1	19 - 20	1	9 - 10

در شکل ۱۱ نتایج حاصل از شبیه‌سازی آمده است. به علت نبود کنترل‌کننده، نمی‌توان سرعت نهایی پرنده و زاویه پیچ آن را به صورت دقیق

- [7] F. Z. Seisan, "Modeling and control of a coaxial helicopter," Master's thesis, Graduate Department of Electrical and Computer Engineering, University of Toronto, Canada, 2012.
- [8] A. J. M. Tamayo, E. S. Quezada, E. J. Marquez and R. L. Leal, "Dynamic Model for a Coaxial UAV," in *AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference (MST)*, Boston, MA, 2013, pp. 4596.
- [9] J. Reddington, "Design, Development, and Tuning of a Gimbaled Coaxial UAV," Master's thesis, Graduate School, Pennsylvania State University, Pennsylvania, 2021.
- [10] S. Prothin and J. M. Moschetta, "A vectoring thrust coaxial rotor for micro air vehicle: Modeling, design and analysis," in *International Symposium of Applied Aerodynamics Conference*, S. Louis, Missouri, 2013, pp. 173-184.
- [11] A. Bondyra, S. Gardecki, P. Gasior and W. Giernacki, "Performance of coaxial propulsion in design of multi-rotor UAVs," in *International Conference on Automation*, Springer, Cham, 2016, pp. 523-531.

[۱۲] م. فروزان نژاد، «طراحی و تحلیل دینامیکی پرنده عمودپرواز با موتور هم‌محور دوگانه جهت دهنده نیروی پیشران»، رساله کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف، تهران، ۱۴۰۱.