

بهینه‌سازی استفاده از عملگرهای پیزوالکتریک برای کاهش ضریب تمرکز تنش در صفحه سوراخ دار مستطیلی

مهدی سعادت فر^۱، پیمان ابوالحسنی^{۲*}

۱- دانشیار، گروه مهندسی مکانیک دانشگاه قم، m.saadatfar@qom.ac.ir

۲- دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک دانشگاه قم، p.abolhasani73@gmail.com

صنعت هوا فضا بوده است. یکی از مهمترین مسائلی که در صنایع مختلف مشکل ساز است مساله تمرکز تنش می باشد. تمرکز تنش در بسیاری از سازه‌ها از جمله سازه های هوا فضا باعث خرابی شده و نیز برای کنترل و کاهش آن راه‌های مختلفی وجود دارد. یکی از بهترین ابزارهایی که می‌تواند در چنین مواردی به کار آید. سلول‌های پیزوالکتریک هستند. نیتزه (Nitzsche) و بریتچ [Breitbach] ۱] با تکیه بر توانایی سازه‌های هوشمند به کنترل ارتعاشات یک بال که در هوا حرکت چرخشی دارد پرداختند. مطالعات آنها و هندسه‌های که انتخاب کردند مستقیماً مربوط به طراحی پره‌های یک هلی‌کوپتر می‌شد که ایشان سعی کردند به کمک مواد پیزوالکتریک مودهای ارتعاشاتی پره را کنترل نمایند. محرابیان و یوسفی [۲] یک روش جدید برای بهترین محل قرارگیری سلول‌های پیزوالکتریک روی سازه‌های هوشمند تحت ارتعاشات ارائه شد آنها به عنوان مثالی از تحلیل هایشان یک پره که می‌تواند جزئی از یک هواپیما باشد را تحت تحلیل و کنترل ارتعاشات قرار داده و به کمک شبکه عصبی بهترین محل برای قرارگیری سلول‌های پیزوالکتریک روی آن را مشخص نمودند. پرادپ (pradeep) [۳] و همکارانش مقاله ای ارائه کردند که در آن روی محدودیت‌های کاهش تمرکز تنش به کمک سلول‌های پیزوالکتریک در اطراف یک سوراخ روی یک ورق کار شده بود. در این مقاله آنها یک ورق سوراخدار را مد نظر قرار دادند که در اطراف سوراخ، به کمک ماده‌ای که می‌تواند پیزوالکتریک باشد اعمال کرنش می‌شود. آنها در اطراف سوراخ قرصی از پیزوالکتریک در نظر گرفتند که می‌توانست با دریافت ولتاژ به نقاط اطراف سوراخ اعمال کرنش نماید و تمرکز تنش را کم کند. چیس (Chase) [۴] در مورد بهینه‌سازی محل قرارگیری پیزوالکتریک‌ها روی یک ورق فعالیت نمودند. آنها بیان نمودند که می‌توان با استخراج محل ایجاد کرنش در پدیده کماتش به کمک استفاده از سلول‌های پیزوالکتریک و یا سلول‌های مربوط به میکروالکترومکانیک بار بحرانی کماتش را افزایش دادند. کوریا (Correia) و همکارانش روی بهینه‌سازی محل سلول‌های پیزوالکتریک روی یک ورق کامپوزیتی تحقیق نمودند [۵] آنها روش المان محدود را با روش بهینه‌سازی آنیلینگ (annealing) تلفیق نموده و بدین وسیله محل بهینه قرارگیری سلول‌های پیزوالکتریک برای دستیابی به بیشترین مقدار

چکیده

در این تحقیق بهینه‌سازی عملگرهای پیزوالکتریک در اطراف یک سوراخ در یک ورق مستطیلی تحت خمش مورد بررسی قرار گرفته است. عملگرها پیزوالکتریک با اعمال کرنش‌های مثبت یا منفی به ورق فاکتور تمرکز تنش را کاهش می‌دهند. برای این منظور جابجایی عملگرها به صورتیکه کمترین تمرکز تنش در اطراف سوراخ وجود داشته باشد مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ابتدا صفحه مستطیلی سوراخ‌دار با استفاده از نرم افزار آباکوس (abaqus) مدل سازی خواهد شد. سپس با استفاده از نرم افزار مینیتاب (minitab) طراحی آزمایش به روش سطح پاسخ و سنترال کامپوزیت دیزاین (central composite design) صورت خواهد گرفت که هر فاکتور در پنج سطح در نظر گرفته می‌شود. ابتدا تعداد فاکتورهای مورد نظر به نرم افزار داده خواهد شد براساس آنها و جدول طراحی آزمایش تمامی مدل‌ها با استفاده از نرم افزار آباکوس مدل سازی خواهند شد و فاکتور ضریب تمرکز تنش برای تمامی مدل بدست می‌آیند، سپس خروجی این داده‌ها که همان ضریب تمرکز تنش است، مجدداً به نرم افزار مینیتاب داده خواهد شد و بهینه‌سازی بر اساس همین ضرایب صورت خواهد گرفت. بهینه‌سازی به این صورت است که تمامی خروجی‌ها از آباکوس با یک معادله ریاضی که خود نرم افزار پیش بینی می‌کند مقایسه می‌شوند در نهایت بهینه‌سازی به صورت گراف و نمودار نمایش داده خواهد و بر اساس آنها می‌توان فاکتورهای مهم بهینه‌سازی مشخص شود.

واژه های کلیدی: عملگر پیزوالکتریک - ضریب تمرکز تنش -

بهینه‌سازی- ورق سوراخ‌دار

۱- مقدمه

در سالهای اخیر پیشرفت‌های زیادی در سازه‌های هوشمند ایجاد شده است. موادی که در این سازه‌ها کاربرد فراوانی دارند، مواد پیزوالکتریک هستند. از جمله این کاربردها استفاده از پیچ‌ها جهت کاهش تنش، کاهش نویز و کنترل ارتعاشات در صنایع هوا فضا می‌باشد مشخص نمودن بهترین موقعیت قرارگیری عملگرهای پیزوالکتریک به عنوان سنسورها و محرک‌ها بر روی سازه‌های هوشمند از موضوعات مورد علاقه محققان در سال‌های اخیر در

بار کمانش را استخراج نمودند. فشارکی و همکاران [۶] به بررسی تاثیر پارامترهای موثر بر الگوی قرارگیری بهینه عملگرهای پیزوالکتریک در کاهش تمرکز تنش با استفاده از الگوریتم پرندگان پرداختند. گلایی و جعفری [۷] به بررسی بهینه‌سازی محل قرارگیری عملگرهای پیزوالکتریک در اطراف یک سوراخ در یک صفحه تحت کشش پرداختند آنها با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی پرندگان جایابی عملگرهای پیزوالکتریک در نسبت سفتی‌های مختلف بین عملگر و صفحه مبنا را مورد بررسی قرار دادند.

$$T = \int_{\frac{1}{2}} \rho \{\dot{S}\}^T \{\dot{S}\} dv \quad (6)$$

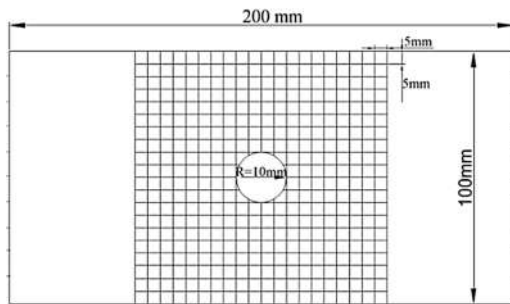
$$u = \int_{\frac{1}{2}} [\{\epsilon\}^T \{\sigma\} - \{E\}^T \{D\}] dv$$

$$w_{ext} = \sum_{i=1}^{m_f} \{\dot{S}\} \{F_b\}$$

m_f , ρ , F_b s و بردار سرعت، چگالی، بردار نیروهای خارجی و تعداد نیروهای اعمال شده و v حجم ساختار می‌باشد.

۳- تعریف مسئله

هندسه مسئله مطابق با شکل ۱ می‌باشد بازه مکانی پیچ‌ها جهت بهینه‌سازی به نرم افزاز مینیتب داده و سپس طراحی آزمایش انجام می‌شود طبق جدول تمام مدل‌ها توسط نرم افزار آباکوس مدل‌سازی شده سپس مقدار ضریب تمرکز تنش‌ها با هم مقایسه می‌شوند و مقادیر باقیمانده بدست می‌آید و بهینه‌سازی صورت می‌گیرد:

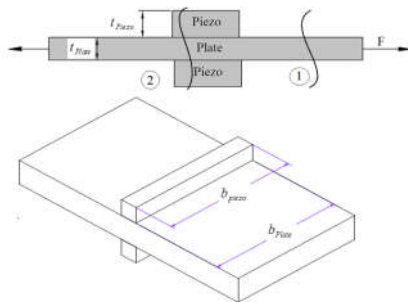


شکل ۱- هندسه مسئله

با بررسی تعادل نیروی در دو مقطع ۱ و ۲ در شکل ۲ می‌توان معادلات حاکم را به دست آورد:

$$\sum F = F_{total}$$

$$\sigma_{plate} \times t_{plate} \times b_{plate} + \sigma_{piezo} \times t_{piezo} \times b_{piezo} = \sigma \times t_{plate} \times b_{plate} \quad (7)$$



شکل ۲- مقاطع برش و موقعیت پیزو الکتریک

۲- فرمول‌ها و روابط

رفتار مکانیکی صفحه برای یک صفحه نازک تحت خمش با استفاده از تئوری برشی مرتبه اول مدل شده است. که در آن u, v, w نقطه به عنوان عناصر جابجایی صفحه فرض شده است:

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) + z\theta_x(x, y) \quad (1)$$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y) + z\theta_y(x, y)$$

$$w(x, y, z) = w_0(x, y)$$

که u_0, v_0, w_0 مولفه‌های جابه‌جایی صفحه میانی هستند. θ_x, θ_y مولفه‌های x, y در چرخش در حالت عادی نسبت به صفحه میانی هستند. با استفاده از روابط المان محدود، جابجایی و مختصات در داخل المان به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$y = \sum_{i=1}^n N_i y_i, \quad x = \sum_{i=1}^n N_i x_i, \quad u = \sum_{i=1}^n N_i \delta_i \quad (2)$$

که در آن n تعداد گره و N_i عنصر توابع شکل می‌باشد معادلات خطی پیزوالکتریک‌ها برای دو میدان الکتریکی و میدان الاستیک نیز می‌تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$\sigma = Q\varepsilon - eE \quad (3)$$

$$D = e^t \varepsilon + PE$$

P, D, e, Q به ترتیب ضریب تنش و کرنش الاستیک هستند σ و ε ترتیب ثابت ماتریس الاستیک، بردار جابجایی الکتریکی، ضریب ماتریس نیز به E تنش پیزوالکتریک و ماتریس دی الکتریک هستند. بردار میدان به صورت زیر می‌باشد:

$$E = -\nabla\Phi \quad (4)$$

که در آن Φ ولتاژ برق اعمال شده در سراسر ضخامت عملگرهای پیزوالکتریک است. برای حل معادله جابجایی برای یک صفحه حاوی عملگرهای پیزوالکتریک از اصل همپلتون استفاده شده است. برای یک سیستم الکترومکانیکی این اصل به صورت زیر می‌باشد:

$$\int_{-a}^a \delta(t-u+w_{ext}) da = 0 \quad (5)$$

وسط در لبه ورق دو ممان خمشی مثبت و منفی ۱۰ نیوتن متر وارد شده ابعاد پیچ پیزو الکتریک ۵×۵ میلی متر و ضخامت پیچ ۰,۲ میلی متر است. خواص ورق از جنس آلومینیوم با مدول یانگ ۷۰ گیگا پاسکال و نسبت پواسن ۰,۳۳، پیزو الکتریک از جنس pzt-4 خواص آن مطابق با جدول ۱ می باشد، به منظور بهینه سازی فاصله بازه مکانی پیچ ها در اطراف سوراخ با دو متغیر X, Y در نظر گرفتیم، که فاصله پیچ ها ۷,۵ میلی متر تا ۱۷,۵ میلی متر مرکز پیچ تا مرکز سوراخ می باشد. سپس نرم افزار توسط معادله ریاضی (۱۴) ضریب تمرکز تنش بدست می آورد. در نهایت بهینه سازی صورت می گیرد. در جدول ۲ طراحی آزمایش، فاکتور تمرکز تنش و مقادیر فیت شده نشان داده شده است.

$$Scf = 1.5630 + 0.000329 x \text{ (mm)} - 0.02095 y \text{ (mm)} - 0.000513 x \text{ (mm)} \times x \text{ (mm)} + 0.0000171 y \text{ (mm)} + 0.000936 x \text{ (mm)} \times y \text{ (mm)} \quad (14)$$

جدول ۱- خواص پیزو الکتریک pzt-4

Elastic constant (Gpa)								
C ₁₁	C ₁₂	C ₁₃	C ₂₂	C ₂₃	C ₃₃	C ₄₄	C ₅₅	C ₆₆
۱۳۹	۷۸	۷۶	۱۳۹	۷۶	۱۱۵	۲۵,۶	۲۵,۶	۳۰,۵
Piezoelectric constant (C/m ²)			Dielectric constant (nF/m)			Density (kg/m ³)		
e ₁	e ₂	e ₃	e ₄	e ₅	k ₁	k ₂	k ₃	ρ
-۵,۲	-۵,۲	۱۵,۱	۱۲,۷	۱۲,۷	۶,۵	۶,۵	۵,۶	۷۵۰۰

جدول ۲- طراحی آزمایش

Std order	X mm	Y mm	Scf	Fits	Resl
۱	۱۰	۱۰	۱,۴۵۴۰	۱,۴۴۵۸۳	۰,۰۰۸۱۷۲۴
۲	۱۵	۱۰	۱,۴۴۶۸	۱,۴۴۴۹۳	۰,۰۰۱۸۷۲۴
۳	۱۰	۱۵	۱,۴۱۱۷	۱,۴۰۹۲۳	۰,۰۰۲۴۷۲۴
۴	۱۵	۱۵	۱,۴۲۷۹	۱,۴۳۱۷۳	۰,۰۰۳۸۲۷۶
۵	۷,۵	۱۲,۵	۱,۴۰۷۲	۱,۴۱۱۴۴	۰,۰۰۴۲۳۶۲
۶	۱۷,۵	۱۲,۵	۱,۴۳۵۱	۱,۴۳۳۰۴	۰,۰۰۱۷۶۳۸
۷	۱۲,۵	۷,۵	۱,۴۶۰۳	۱,۴۶۴۲۴	۰,۰۰۳۹۳۶۲
۸	۱۲,۵	۱۷,۵	۱,۴۳۴۲	۱,۴۱۴۴۴	۰,۰۰۱۷۶۳۸
۹	۱۲,۵	۱۲,۵	۱,۴۳۴۲	۱,۴۶۵۰۷	۰,۰۰۰۸۶۹۰
۱۰	۱۲,۵	۱۲,۵	۱,۴۳۴۲	۱,۴۶۵۰۷	۰,۰۰۰۸۶۹۰
۱۱	۱۲,۵	۱۲,۵	۱,۴۳۴۲	۱,۴۶۵۰۷	۰,۰۰۰۸۶۹۰
۱۲	۱۲,۵	۱۲,۵	۱,۴۳۴۲	۱,۴۶۵۰۷	۰,۰۰۰۸۶۹۰
۱۳	۱۲,۵	۱۲,۵	۱,۴۳۴۲	۱,۴۶۵۰۷	۰,۰۰۰۸۶۹۰

پس از انجام آزمایش به این نتیجه می رسیم که هرچقدر فاصله عرضی پیچ ها، همان فاکتور Y از مرکز سوراخ دورتر شود، تمرکز تنش کمتر خواهد داشت.

به دلیل اینکه تکه پیزو الکتریک به سطح ورق کاملا چسبیده است، کرنش ایجاد شده در ورق و پیزو الکتریک برابر است با:

$$\epsilon_{piezo} = \epsilon_{plate} \quad (8)$$

کرنش ایجاد شده در ورق برابر است با:

$$\epsilon_{plate} = \frac{\sigma_{plate}}{E_{plate}} \quad (9)$$

به دلیل اینکه مسئله مورد نظر به صورت یک بعدی میباشد کرنش در پیزو الکتریک ها به صورت زیر ساده می شود:

$$\epsilon_{piezo} = \frac{\sigma_{piezo}}{c_{1111}} + E_3 \frac{e_{113}}{c_{1111}} \quad (10)$$

با جایگذاری رابط (۸) در روابط (۱۰) تنش در پیزو الکتریک ها به صورت زیر بدست می آید:

$$\frac{\sigma_{piezo}}{c_{1111}} + E_3 \frac{e_{113}}{c_{1111}} = \frac{\sigma_{plate}}{E_{plate}} \rightarrow \frac{\sigma_{piezo}}{c_{1111}} + \frac{e_{113}}{c_{1111}} \frac{\Delta v}{t_{piezo}} = \frac{\sigma_{plate}}{E_{plate}} \quad (11)$$

$$\sigma_{piezo} = \frac{\sigma_{plate} \times c_{1111}}{E_{plate}} + \frac{e_{113} \times \Delta v}{t_{piezo}}$$

جایگذاری رابطه ۳-۲۰ روابط ۳-۱۵ تنش در ورق به صورت زیر بدست می آید:

$$\sigma_{plate} = \frac{\sigma \times t_{plate} \times E_{plate} - e_{113} \times \Delta v \times E_{plate}}{t_{plate} \times E_{plate} + t_{piezo} \times c_{1111}} \quad (12)$$

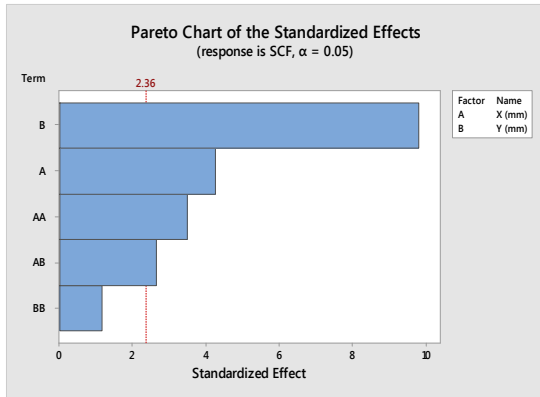
با جایگذاری رابطه (۱۱) در رابطه (۷) تنش در عملگرهای پیزو الکتریک به صورت زیر بدست می آید:

$$\sigma_{piezo} = \frac{\sigma \times t_{plate} \times t_{piezo} \times c_{1111} - e_{113} \times \Delta v \times t_{piezo}}{t_{plate} \times E_{plate} + t_{piezo} \times c_{1111}} \quad (13)$$

در نهایت با استفاده معادلات فوق می توان تنش در ورق، پیزو الکتریک و ضریب تمرکز تنش را بدست آورد.

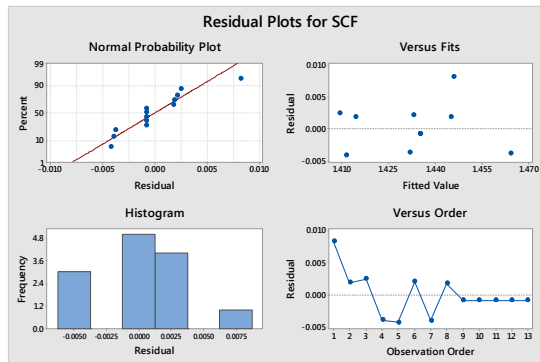
۴- نتایج

هندسه مسئله یک صفحه مستطیلی نازک به طول ۲۰۰×۲۰۰ میلی متر عرض ۱۰۰ میلی متر یک سوراخ به قطر ۱۰ میلی متر در



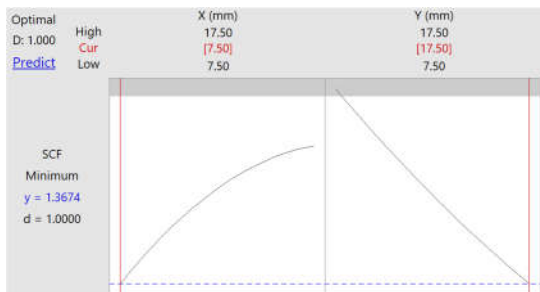
شکل ۵- نمودار پرتو چارت میزان تاثیر فاکتورها

پراکندگی واریانس و نزدیک بودن نقاط به خط نرمالیده شروط لازم جهت درست بودن تحلیل و آنالیز انجام شده می باشد. نمودار های شکل ۶ قابل اعتماد و اطمینان بودن تحلیل انجام شده نشان می دهند.

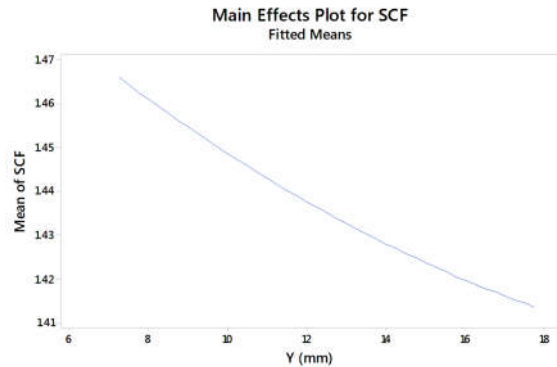


شکل ۶- نمودار های مقادیر باقیمانده نسبت به زمان، نرمال بودن داده ها ، مقادیر فیت شده و فاصله از خط نرمال

حالت بهینه زمانی می باشد که $x=7.5$ mm و $y=17.5$ mm باشد در این حالت ضریب تمکز تنش 1.3677 می باشد.

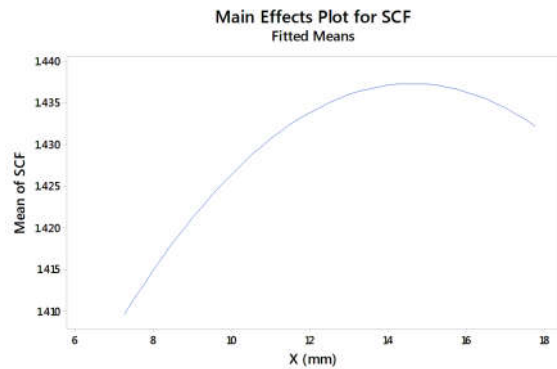


شکل ۷- نمودار حالت بهینه



شکل ۳- نمودار فاصله پیچ ها در راستای محور Y و تاثیر در scf

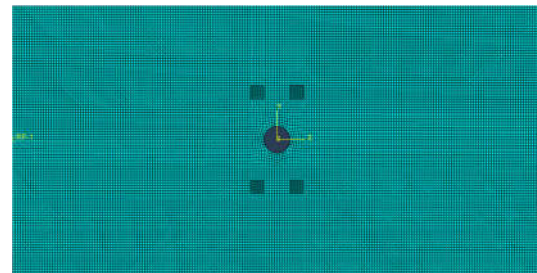
فاصله طولی پیچ ها به صورتی خواهد بود که ابتدا کمترین مقدار تمرکز تنش داریم و با افزایش فاصله X تمرکز تنش افزایش می یابد سپس مجددا کاهش می یابد. نشان می دهد فاکتور X تاثیر دو سویه بر روی ضریب تمرکز تنش خواهد داشت.



شکل ۴- نمودار فاصله پیچ ها در راستای محور X و تاثیر در scf

در نمودار پرتو چارت میزان اهمیت فاکتور مشخص می شود در می یابیم که فاکتور Y دو برابر فاکتور X تاثیر گذار می باشد. به صورتی که که فاصله پیچها در راستای عرض ورق تاثیر بیشتر حدود ۱۰۰ درصد در ضریب تمرکز تنش نسبت به طول دارد و فاکتور Y دارای بیشترین تاثیر خواهد بود. همچنین فاکتور Y^2 تاثیری در تمرکز تنش نخواهد داشت.

پیزوالکتریک صورت گرفته است. مشاهده می گردد با افزایش فاصله پیچ ها در راستای عرض ورق ضریب تمرکز تنش کاهش می باید و افزایش فاصله پیچ هادر راستای طول ورق ضریب تمرکز تنش افزایش وبا کاهش آن ، ضریب تمرکز تنش نیز کاهش می باید. همچنین فاصله عرضی مرکز پیچها تا مرکز سوراخ تاثیر دوبرابری نسبت به فاصله طولی دارد.

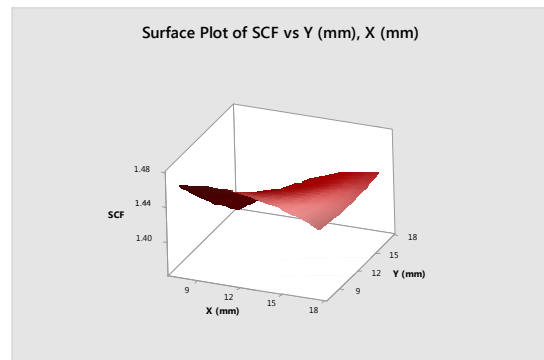


شکل ۸- مدل المان محدود حالت بهینه

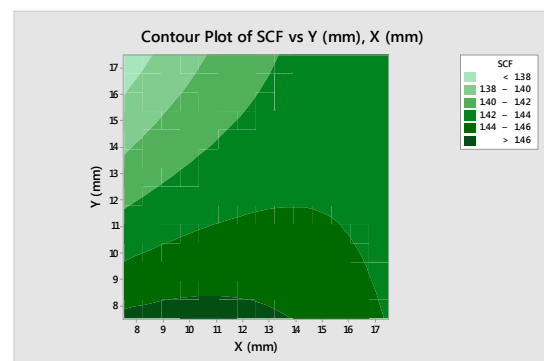
۱- مراجع

- [1] F. Nitzsche, E. Breitbach, Vibration control of rotary wings using smart structures, *Smart Materials and Structures*, Vol. 3, No. 2, pp. 181, 1994
- [2] A. R. Mehrabian, A. Yousefi-Koma, A novel technique for optimal placement of piezoelectric actuators on smart structures, *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 348, No. 1, pp. 12-23, 2011.
- [3] P. K. Sensharma, R. T. Haftka, Limits of stress reduction in a plate with a hole using piezoelectric actuators, *Journal of intelligent material systems and structures*, Vol. 7, No. 4, pp. 363-371, 1996 .
- [4] J. G. Chase, S. Bhashyam, Optimal stabilization of plate buckling, *Smart materials and structures*, Vol. 8, No. 2, pp. 204, 1999.
- [5] V. M. F. Correia, C. M. M. Soares, C. A. M. Soares, Buckling optimization of composite laminated adaptive structures, *Composite Structures*, Vol. 62, No. 3, pp. 315-321, 2003.
- [6] Javad Jafari Fesharaki, Seyed Ghasem Madani & Sa'id Golabi (2018): Best pattern for placement of piezoelectric actuators in classical plate to reduce stress concentration using PSO algorithm, *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, DOI: 10.1080/15376494.2018.1472332.
- [7] J. J. Fesharaki, Optimum pattern of piezoelectric actuator placement for stress concentration reduction in a plate with a hole using particle swarm optimization algorithm, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, pp. 0954406214538617, 2014 .

شکل ۹ مربوط به رویه پاسخ می باشد. در واقع اطلاعات کافی در مورد افزایش و کاهش هر کدام از فاکتور ها و بهینه ترین حالت را نشان می دهد. شکل ۱۰ مربوط به کانتور ضریب تمرکز تنش می باشد. فاصله پیچ های پیزو الکتریک از مرکز سوراخ و نشان دهنده تاثیر فاصله در ضریب تمرکز تنش می باشد.



شکل ۹- رویه سطح پاسخ



شکل ۱۰- کانتور ضریب تمرکز تنش

۵- نتیجه گیری

این مقاله به بررسی فاصله عملگرهای پیزوالکتریک در اطراف یک سوراخ در یک صفحه مستطیلی تحت خمش به منظور کاهش ضریب تمرکز تنش پرداخته شده است. به منظور بهینه سازی مکانی عملگرها از روش سطح پاسخ و از نرم افزار مینیتب (minitab) استفاده شده است. طراحی آزمایش صورت گرفته با نرم افزار آباکوس (abaqus) مدل سازی شده و خروجی تمامی مدل ها به نرم افزار مینیتب داده شده است. بهینه سازی با ۴ پیچ