

طراحی کنترل کننده فیدبک حالت با فازی نظارتی برای سیستم پاندول معکوس

کیوان طهماسبی

دانشجو کارشناسی ارشد مهندسی برق-کنترل

دپارتمان مهندسی برق و کامپیوتر- دانشگاه کردستان- کردستان- ایران

Keywan.tahmasebi@gmail.com

چکیده: پاندول معکوس یکی از سیستم‌های پرچالش از نظر دینامیکی و کنترلی است، به همین دلیل جهت برآوردن کارایی، ارائه‌ی کنترل کننده‌ای مناسب مورد توجه است. این سیستم، سیستمی غیرخطی و کم عملگر است و این خاصیت‌ها چالش‌های بزرگ کنترلی محسوب می‌شوند. در این مقاله پایداری سازی آونگ معکوس را با استفاده از کنترل کننده فیدبک حالت با فازی نظارتی مورد مطالعه قرار گرفته است. در ابتدا با شناسایی پارامترهای سیستم، مدل دینامیکی سیستم غیرخطی آورده شده و آن را حول نقطه تعادل خطی سازی شده است و بعد به بررسی کنترل پذیری سیستم و در نتیجه طراحی کنترل کننده فیدبک حالت مناسب برای پایداری سازی سیستم پرداخته شده است. در آخر برای بهبود پایداری که هدف اصلی پژوهش می‌باشد، کنترل کننده حالت با فازی نظارتی را طراحی شده است. نتایج شبیه سازی در نرم افزار متلب انجام شده است.

کلید واژه: سیستم پاندول معکوس، دینامیک غیرخطی، پایداری، کنترل پذیری، کنترل کننده فیدبک حالت، فازی نظارتی.

۱- مقدمه

سیستم برای این منظور استفاده کردند. استرو و فروتا در سال

۲۰۰۰ یک جمع بندی از استراتژی‌های مختلف پاندول معکوس بر

پایه انرژی انجام دادند [4]. در این جمع بندی، آن‌ها نشان دادند

که رفتار سیستم به نسبت بیشترین شتاب لولای پاندول به شتاب

گرایش بستگی دارد. چاترجی و همکارانش در سال ۲۰۰۲ مسئله

نوسان یک پاندول متصل به گاری و حرکت آن به سمت نقطه

تعادل بالایی را بررسی نمودند [5]. آن‌ها نیز از انرژی سیستم

به منظور بالا بردن پاندول استفاده کردند. توماس هولتز در سال

۲۰۰۴ به بررسی یک کنترل کننده ثابت با زمان غیرخطی بر مبنای

کنترل بهینه برای کنترل رفتار پاندول معکوس پرداخت [6].

پارک و چاو در سال ۲۰۰۹ به منظور به حالت قائم بردن پاندول،

یک کنترل کننده مقاوم مد لغزشی جهت هر دو درجه آزادی با و

بدون عملگر به صورت کوپل طراحی کردند [7]. همچنین مانوئل

پرز و همکارانش در ۲۰۱۲ به بررسی رفتار و کنترل یک پاندول

معکوس با گاری چرخ دار پرداختند [8]. آن‌ها با حرکت دادن چرخ-

های به صورت هارمونیک پاندول را از موقعیت پائینی به موقعیت

بالایی رسانده و در آن نقطه به کمک یک تثبیت کننده حفظ کردند.

همان گونه که مشاهده شد، عمده روش کنترلی مورد استفاده در

سیستم پاندول معکوس بر پایه انرژی سیستم استوار است. ولی

قوانین کنترلی بر پایه انرژی به طور کلی دو مشکل اصلی دارند.

یکی این که در بیش تر حالت‌ها ممکن است انرژی جنبشی پاندول

در موقعیت تعادل بالایی زیاد باشد و بنابراین پاندول این نقطه را

رد کند و در آن نماند و دوم این که قوانین کنترلی بر پایه انرژی به

تنهایی توانایی تنظیم و حفظ پاندول در نقطه تعادل بالایی را حتی

۳۸

۳۹

۴۰

۴۱

۴۲

۴۳

۴۴

۴۵

۴۶

۴۷

۴۸

۴۹

۵۰

۵۱

۵۲

۵۳

۵۴

۵۵

۵۶

۵۷

۵۸

۵۹

۶۰

۶۱

۶۲

۶۳

۶۴

۶۵

۶۶

۶۷

در شکل ۱ نمونه‌ای از سیستم پاندول معکوس به نمایش گذاشته شده‌است، را در نظر بگیرید. معادلات این سیستم در حالت کلی همچون سیستم جرم و فنر می‌باشد. دینامیک سیستم در حالت کلی به صورت معادله دیفرانسیل (۱) می‌باشد.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + K(q) = B(q)u \quad (1)$$

که در معادله (۱)، $M(q)$ ماتریس اینرسی، $C(q, \dot{q})$ نشان دهنده نیروهای کوریلیس، $K(q)$ نیروی مربوط به انرژی پتانسیل و $B(q)$ نیز مربوط به نحوه تاثیر نیروهای خارجی بر روی سیستم است. برای مدل‌سازی این سیستم متغیرهای حالت را موقعیت و سرعت انتخاب می‌کنیم و از نماد r و $\dot{r}$ برای آن استفاده می‌کنیم. همچنین برای نمایش زاویه و سرعت زاویه ای نیز از نماد θ و $\dot{\theta}$ استفاده می‌کنیم. در این سیستم باید با توجه به حرکت کارت، پاندول به صورت عمودی موقعیت خود را حفظ کند. با این تفاسیر معادلات دیفرانسیل حاکم بر مسئله را می‌توان به صورت (۲) به دست آورد.

$$\begin{bmatrix} m + \frac{J_R}{R^2} & -\frac{J_R}{R} \\ -\frac{J_R}{R} & mr^2 + J + J_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{r} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} mr\dot{\theta}^2 - mg \sin \theta \\ \tau - 2mr\dot{r}\dot{\theta} - mgr \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{r} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} \\ P_{21} \end{bmatrix} / \det(M) \quad (3)$$

$$P_{11} = (mr^2 + J + J_R)(mr\dot{\theta}^2 - mg \sin \theta)$$

$$+ \left(\frac{J_R}{R}\right)(\tau - 2mr\dot{r}\dot{\theta} - mgr \cos \theta)$$

$$P_{21} = \left(\frac{J_R}{R}\right)(mr\dot{\theta}^2 - mg \sin \theta)$$

$$+ \left(m + \frac{J_R}{R^2}\right)(\tau - 2mr\dot{r}\dot{\theta} - mgr \cos \theta)$$

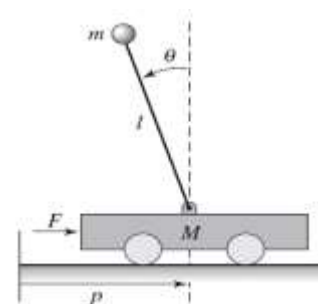
$$\det(M) = (m(J + J_R) + m(m + \frac{J_R}{R^2})r^2 + \frac{JJ_R}{R^2})$$

در معادلات (۲، ۳ و ۴) M ، جرم سطح می‌باشد. m و J جرم و ممان اینرسی سیستمی که قراره کنترل شود. R ، فاصله بین سطح تا مرکز جرم سیستم می‌باشد. می‌توان معادلات را به فرم معادلات فضای حالت غیرخطی در (۵ و ۶) بیان کرد.

۱ در صورت کمبود انرژی جنبشی، ندارند. ضمن این که معمولاً در ۲۴
۲ این روش‌ها نوسانات زیادی در ورودی کنترلی سیستم وجود دارد. ۳۵
۳ به‌طور طبیعی سیستم‌های ناقص عملگر مراتب بالایی از ۳۶
۴ ناپایداری دارند که معیار مناسبی از نقاط ضعف و قوت سیستم ۳۷
۵ کنترلی است [9]. در چند سال اخیر استفاده از کنترل کننده‌های
۶ فازی روز به روز در حال گسترش است [10]. قابلیت‌های متنوع ۳۸
۷ سیستم‌های فازی از جمله روش‌های محاسباتی نه‌چندان پیچیده
۸ همراه با مطابقت مناسب با روش‌های تطبیقی در تخمین ۳۹
۹ دینامیک پیچیده و ناشناخته سیستم‌ها، برخی از مزایای این ۴۰
۱۰ روش‌ها در مقایسه سایر روش‌ها در توسعه روزافزون آن‌ها در ۴۱
۱۱ کاربردهای کنترلی است [11]. با عنایت به قابلیت‌های محرز ۴۲
۱۲ سیستم‌های فازی در اهداف کنترلی سیستم‌های دینامیکی، در ۴۳
۱۳ این پژوهش هدف معرفی و استفاده از کنترل کننده فازی نظارتی ۴۴
۱۴ به‌منظور پایداری سیستم پاندول معکوس می‌باشد. ۴۵
۱۵ ساختار مقاله بدین صورت است که ابتدا معادلات دینامیکی ۴۶
۱۶ غیرخطی سیستم و خطی‌سازی آن در بخش ۲ بیان می‌شود و در ۴۷
۱۷ بخش ۳ کنترل کننده فیدبک حالت و کنترل کننده فیدبک حالت ۴۸
۱۸ با فازی نظارتی طراحی شده بررسی می‌شود و در بخش ۴ نتایج ۴۹
۱۹ شبیه‌سازی بیان شده‌است. در پایان نیز نتیجه‌گیری و جمع‌بندی
۲۰ آورده شده‌است.

۲- معادلات دینامیکی غیرخطی سیستم پاندول معکوس و خطی‌سازی آن

۲۱
۲۲ آونگ واژگون یا پاندول معکوس نوعی آونگ است که مرکز جرم ۲۳
۲۴ (نقطه ثقل) آن بالای نقطه چرخش آن قرار دارد. آونگ واژگون ۲۴
۲۵ وضعیتی ناپایدار دارد و بدون کمک جانبی، سقوط می‌کند. این ۲۵
۲۶ آونگ را می‌توان با استفاده از یک سامانه کنترل که به پایش زاویه ۲۶
۲۷ میله می‌پردازد به‌صورت با ثبات و معلق مطابق شکل ۱ ۲۷
۲۸ نگه‌داشت [1]. همچنین سیستم پاندول معکوس با حرکتی دورانی ۲۸
۲۹ دارای دینامیک غیرخطی، ناپایدار، غیرمینیمم فاز و زیرفعال است ۲۹
۳۰ و در نتیجه پایداری و کنترل این سیستم همواره مورد توجه ۳۰
۳۱ بوده‌است [9].



شکل (۱): نمایه از سیستم پاندول معکوس

جدول (۱): مقدار پارامترهای سیستم

m	جرم توپ	0.11 kg	0.11 kg
R	شعاع توپ	0.015 m	0.015 m
M	جرم میله	1 kg	1 kg
g	شتاب گرانشی	9.8 m/s ²	9.8 m/s ²
L	طول میله	1 m	1 m
J _R	ممان اینرسی توپ	1e-5 kgm ²	1e-5 kgm ²
J	ممان اینرسی میله	0.002	0.002

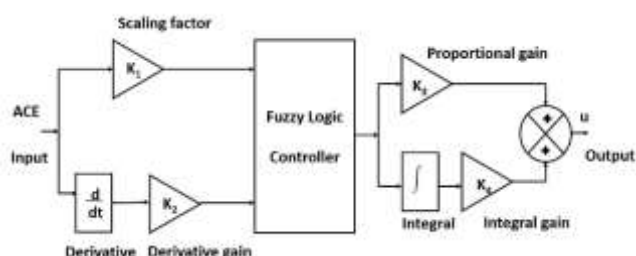
۳- کنترل کننده فیدبک حالت و کنترل کننده فیدبک

حالت با فازی نظارتی

برای طراحی کنترل کننده فیدبک حالت ابتدا با استفاده از نرم افزار متلب و دستور ctrb و یا معادله لیاپانوف در (۶) می توان ماتریس کنترل پذیری را به دست آورد. با توجه به اینکه ماتریس گرامیان کنترل پذیری رتبه کامل است، بنابراین سیستم کنترل پذیر می باشد. برای طراحی خود شرایط اولیه را صفر فرض نموده و محل قطب ها را به دلخواه انتخاب می کنیم.

$$AW_c + W_c \dot{A} = -BB^T \quad (۸)$$

به منظور بهبود عملکرد کنترل کننده حالت طراحی شده در قسمت قبل، از منطق فازی استفاده می کنیم. به این منظور، ابتدا باید جبران ساز فازی به صورت شکل ۲ به سیستم متصل شود.



شکل (۲): اتصال جبران ساز فازی به سیستم

برای مسئله کنترلی مورد مطالعه در این پژوهش، خطا $e(t)$ ، تغییرات خطا $de(t)$ ، ورودی های کنترل کننده فازی و ضرایب بهره ورودی کنترل سیستم توپ و میله $u(t)$ خروجی های کنترل کننده منطق فازی هستند. همچنین عرض تابع عضویت باید به گونه ای انتخاب شود که هر مقدار ورودی یا خروجی حداقل در دو تابع عضویت موجود باشد. این مسئله باعث می شود تا بیش از یک قانون در مورد هر مقدار ورودی یا خروجی اعمال شود. هم پوشانی عملکردهای عضویت، کنترل سیستم را بهتر می کند [10].

مقدار تغییرات پارامترهای ورودی و خروجی سیستم فازی در جدول ۲ در نظر گرفته خواهد شد.

$$\frac{d}{dt} r = v_r \quad (۵)$$

$$\frac{d}{dt} v_r = [(J + mr^2 + J_R)]$$

$$(mr\omega^2 - mg \sin \theta) + \frac{J_R}{R}$$

$$(\tau_u - 2mr v_r \omega - mgr \cos \theta) / \det(M)$$

$$\frac{d}{dt} \theta = \omega \quad (۶)$$

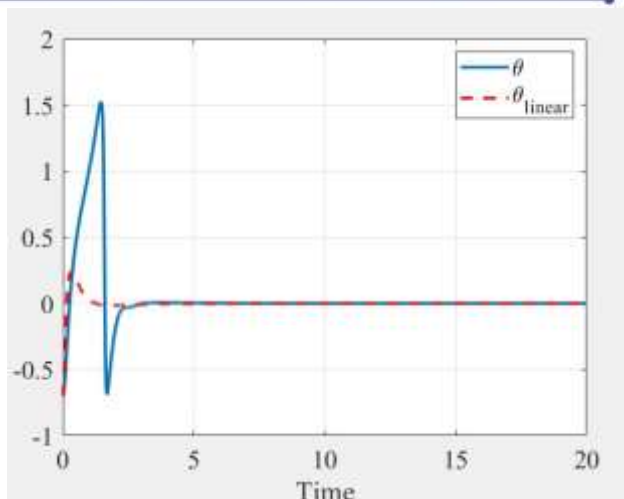
$$\frac{d}{dt} \omega = [\frac{J_R}{R^2} (mr\dot{\theta}^2 - mg \sin \theta) + (m + \frac{J_R}{R^2})$$

$$(\tau_u - 2mr v_r \omega - mgr \cos \theta) / \det(M)$$

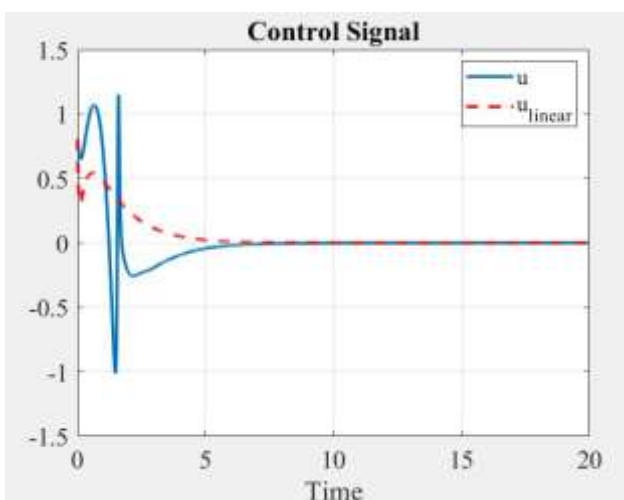
۱ برای خطی سازی سیستم فوق حول نقطه صفر (نگه داشتن پاندول
۲ بصورت عمودی) از دو تقریب که در ادامه گفته خواهد شد، استفاده
۳ می کنیم. باتوجه به کوچک بودن زاویه می توان سینوس را معادل
۴ θ و کسینوس را معادل یک در نظر گرفت. همچنین از آن جایی
۵ که مشتق θ بسیار کوچک است، می توان از مرتبه ۲ آن صرف نظر
۶ کرد [9]. بنابراین به معادله (۸) خواهیم رسید. همچنین در جدول
۷ ۱ مقدار پارامترهای سیستم پاندول معکوس برای طراحی های
۸ کنترل کننده آورده شده است.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{J_R}{R} mg & 0 & -\frac{(J + J_R)mg}{m(J + J_R) + \frac{JJ_R}{R^2}} & 0 \\ m(J + J_R) + \frac{JJ_R}{R^2} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{(m + \frac{J_R}{R^2})mg}{m(J + J_R) + \frac{JJ_R}{R^2}} & 0 & -\frac{J_R}{R} mg & 0 \\ m(J + J_R) + \frac{JJ_R}{R^2} & 0 & m(J + J_R) + \frac{JJ_R}{R^2} & 0 \end{bmatrix} \quad (۷)$$

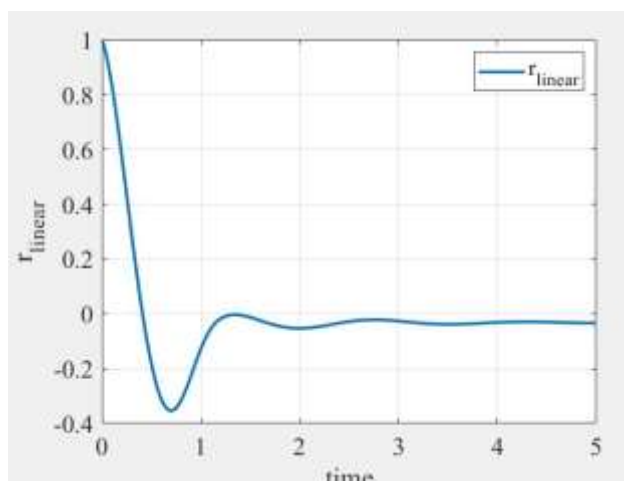
$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{J_R}{R} \\ m(J + J_R) + \frac{JJ_R}{R^2} \\ 0 \\ m + \frac{J_R}{R^2} \\ m(J + J_R) + \frac{JJ_R}{R^2} \end{bmatrix}$$



شکل (۴): نمودار خروجی زاویه سیستم خطی شده و غیرخطی در حضور کنترل کننده فیدبک حالت



شکل (۵): نمودار خروجی سیگنال کنترل خطی شده و غیرخطی در حضور کنترل کننده فیدبک حالت



شکل (۶): نمودار خروجی موقعیت مکانی سیستم خطی شده در حضور کنترل کننده فیدبک حالت با فازی نظارتی

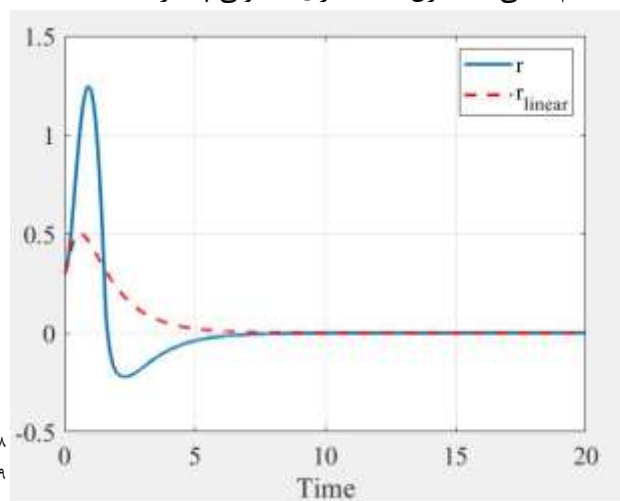
جدول (۲): رنج تغییرات پارامترهای ورودی و خروجی سیستم فازی

سیگنال	رنج مورد نظر
Error	[-3 3]
D _{error}	[-1 1]
K ₁	[-5 5]
K	[-1 1]

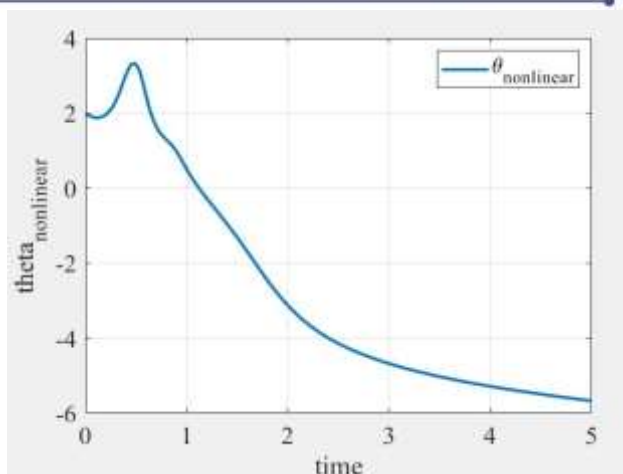
همچنین توابع عضویت خطا، مشتق خطا و خروجی سیستم منطق فازی به صورت قوانین نوشته شده است. قوانین باید به گونه ای نوشته شود که خطای سیستم حلقه بسته را به مقدار صفر همگرا کرده و در صفر باقی نگه دارد.

۴- نتایج شبیه سازی

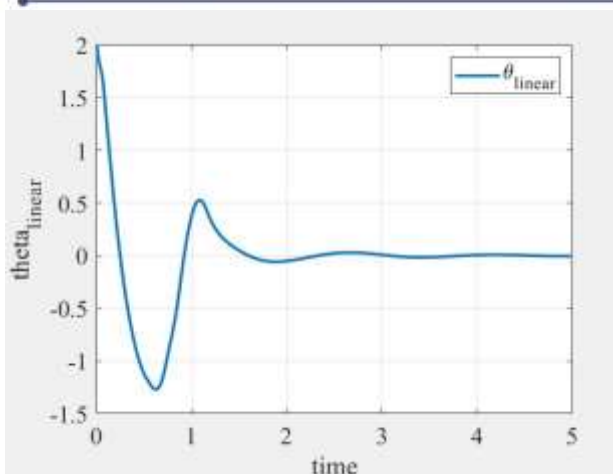
با مقایسه نتایج حاصل از شکل های (۴، ۵ و ۶) و با اعمال کنترل کننده فیدبک حالت طراحی شده برای سیستم خطی شده و سیستم غیرخطی کاملاً مشخص است که کنترل کننده فیدبک حالت خطی طراحی شده به روش جایابی قطب، سیستم غیرخطی اصلی را نیز پایدار کرده است. البته، مقدار فراجش سیستم غیرخطی به ازای اعمال کنترل کننده فیدبک حالت خطی طراحی شده نسبت به فراجش سیستم خطی به ازای اعمال همان کنترل کننده بیش تر است. همچنین با مقایسه نمودارهای موجود در شکل های (۷ تا ۱۱) نیز مشخص است که سیستم غیرخطی به ازای اعمال کنترل کننده فازی ناپایدار شده است اما سیستم خطی با کنترل کننده فازی به خوبی پایدار شده است.



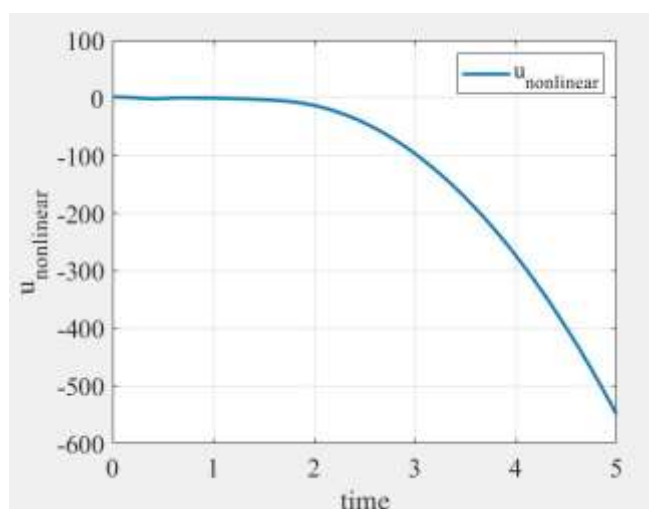
شکل (۳): نمودار خروجی موقعیت مکانی سیستم خطی شده و غیرخطی در حضور کنترل کننده فیدبک حالت



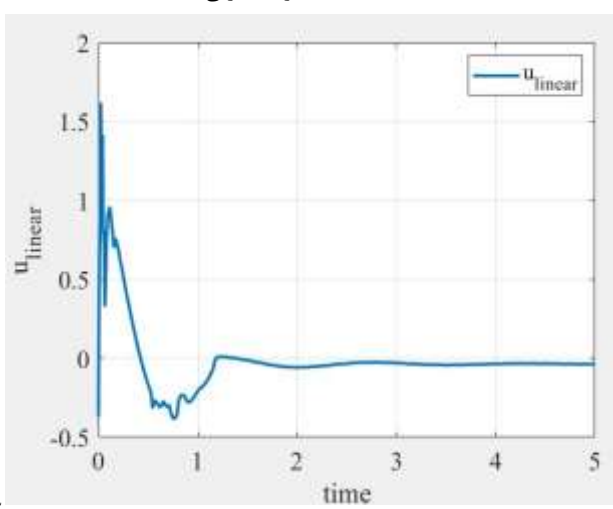
شکل (۱۰): نمودار خروجی زاویه سیستم غیرخطی در حضور کنترل کننده فیدبک حالت با فازی نظارتی



شکل (۷): نمودار خروجی زاویه سیستم خطی شده در حضور کنترل کننده فیدبک حالت با فازی نظارتی



شکل (۱۱): نمودار خروجی سیگنال کنترل سیستم غیرخطی در حضور کنترل کننده فیدبک حالت با فازی نظارتی



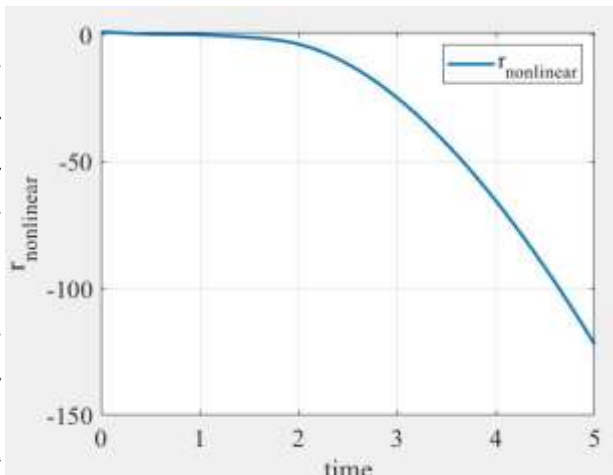
شکل (۸): نمودار خروجی سیگنال کنترل سیستم خطی شده در حضور کنترل کننده فیدبک حالت با فازی نظارتی

۵- نتیجه گیری

در این مقاله، سیستم پاندول معکوس که یکی از سیستم‌های پرچالش از نظر دینامیکی و کنترلی، همچنین سیستمی غیرخطی و کم‌عملگر است را بعد از مدل‌سازی دینامیک‌های غیرخطی آن و خطی‌سازی حول نقطه تعادل با استفاده از کنترل کننده فیدبک حالت پایدار کرده‌است. در این طراحی به مقایسه سیستم در حالت غیرخطی و خطی‌سازی شده پرداخته شده‌است. سپس از آن برای بهبود پایداری سیستم، کنترل کننده فیدبک حالت با فازی نظارتی طراحی شده‌است.

سپاسگزاری

سپاس بیکران از پدر و مادر عزیزتر از جانم بخاطر محبت و حمایت‌های زیادی که نسبت به من داشتند. از خانواده‌ام بابت همه‌ی پشتیبانی‌ها و انگیزه‌هایی که تا به این لحظه به من هدیه کردند، تشکر می‌کنم.



شکل (۹): نمودار خروجی موقعیت مکانی سیستم غیرخطی در حضور کنترل کننده فیدبک حالت با فازی نظارتی

۱ مراجع

- [1] S. Durand, F. G. Castellanos, N. Marchand, and W. F. G. Sánchez, "Event-based control of the inverted pendulum: Swing up and stabilization," *J. Control Eng. Appl. Informatics*, vol. 15, no. 3, pp. 96–104, 2013.
- [2] M. Wiklund, A. Kristenson, and K. J. Åström, "A new strategy for swinging up an inverted pendulum," *IFAC Proc. Vol.*, vol. 26, no. 2, pp. 757–760, 1993.
- [3] C. C. Chung and J. Hauser, "Nonlinear control of a swinging pendulum," *automatica*, vol. 31, no. 6, pp. 851–862, 1995.
- [4] K. J. Åström and K. Furuta, "Swinging up a pendulum by energy control," *Automatica*, vol. 36, no. 2, pp. 287–295, 2000.
- [5] D. Chatterjee, A. Patra, and H. K. Joglekar, "Swing-up and stabilization of a cart-pendulum system under restricted cart track length," *Syst. & Control Lett.*, vol. 47, no. 4, pp. 355–364, 2002.
- [6] T. Holzhüter, "Optimal regulator for the inverted pendulum via Euler-Lagrange backward integration," *Automatica*, vol. 40, no. 9, pp. 1613–1620, 2004.
- [7] M.-S. Park and D. Chwa, "Swing-up and stabilization control of inverted-pendulum systems via coupled sliding-mode control method," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 56, no. 9, pp. 3541–3555, 2009.
- [8] M. F. P. Polo, M. P. Molina, and J. G. Chica, "Swing-up and positioning control of an inverted wheeled cart pendulum system with chaotic balancing motions," *Int. J. Non. Linear. Mech.*, vol. 47, no. 6, pp. 655–665, 2012.
- [9] X. Hao, K. Xie, and X. Xu, "Fuzzy Hierarchy Control Strategy of the Double Inverted Pendulum Based on Granular Computing," in *Fourth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (FSKD 2007)*, 2007, pp. 570–574.
- [10] H. J. Zimmerman, "Fuzzy Set Theory and its Applications, Chapter 1." Kluwer Academic Publishers Group, Boston, 1991.
- [11] S. Gao, B. Ning, and H. Dong, "Fuzzy dynamic surface control for uncertain nonlinear systems under input saturation via truncated adaptation approach," *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 290, pp. 100–117, 2016.