یازدهمین کنگره ملی سراسری
فناوریهای نوین در حوزه توسعه پایدار ایران
11th National Congress of
the New Technologies in Sustainable Development of Iran
senaconf.ir

بررسی مدل دقیق ریاضی توربین بادی با محور افقی

محدثه امینی[۱]، سید امیرحسین حسینی[۲]

[۱]مهندسی مکانیک، مرکز آموزش عالی فنی و مهندسی بوئین زهرا، دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران؛
mohadesehamini2000@gmail.com

[۲]استادیار، مرکز آموزش عالی فنی و مهندسی بوئین زهرا، دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران؛
a.hosseini@bzeng.ikiu.ac.ir

چکیده

مدل سازی دقیق یک گام بسیار مهم در امر بهینه سازی توربین های بادی است. برای مدل سازی ریاضی باید از تمام عوامل موثر بر کارکرد سیستم و نحوه تاثیر گذاری آن ها بر خروجی سیستم آگاه بود و این عوامل را مورد تحقیق و بررسی قرار داد. این مقاله، سرعت باد، طول پره، زاویه پیچ پره، ارتفاع هاب و توزیع سرعت باد در محل نصب توربین، که از عوامل اصلی موثر بر عملکرد توربین های بادی هستند را مورد بررسی قرار داده است. واضح است که سرعت باد مهم ترین عامل موثر بر خروجی توربین بادی است، از طرفی سرعت باد با ارتفاع رابطه مستقیم دارد، در نتیجه، افزایش ارتفاع هاب موجب افزایش توان خروجی توربین بادی می شود. از دیگر عوامل موثر، طول پره است. نتایج نشان می دهد، با افزایش طول پره، انرژی دریافتی از باد توسط توربین افزایش می یابد. همچنین، تبدیل انرژی باد به انرژی مکانیکی توسط توربین، به ضریب قدرت (C_p) وابسته است. از طرفی این ضریب در توربین بادی با محور افقی نمی تواند از ثابت بتز فراتر رود. بنابراین، تمام موارد ذکر شده، باید در طول مدل سازی توربین های بادی به درستی لحاظ شوند.

واژه‌های کلیدی

توربین بادی، مدل ریاضی، طول پره، ارتفاع هاب، تابع توزیع ویبول.

۱. مقدمه

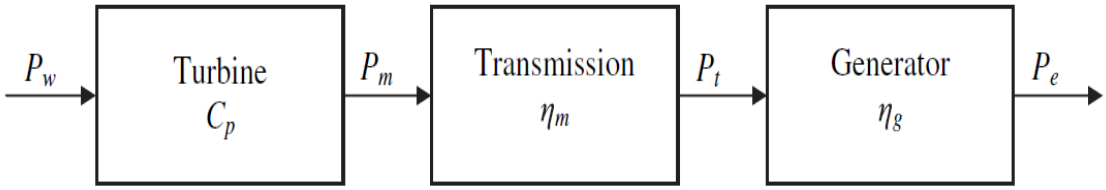
با توجه به افزایش جمعیت و پیشرفت فناوری، تقاضای انرژی در جهان روز به روز در حال افزایش است. نیاز روز افزون به انرژی همراه با کاهش منابع سوخت فسیلی و عواقب زیست محیطی که به همراه دارد، انگیزه جوامع را برای استفاده از انرژی های تجدید پذیر بیشتر کرده است، این امر راه حل مناسبی برای صرفه جویی در مصرف سوخت فسیلی می باشد که علاوه بر آلایندگی بسیار کم تر، کاهش هزینه را نیز در پی دارد. در میان انرژی های تجدیدپذیر، انرژی باد بیشترین رشد را در این زمینه داشته است. به منظور تبدیل انرژی باد به انرژی الکتریکی از توربین های بادی در انواع مختلف استفاده می شود. در این مقاله توربین های بادی سه پره با محور افقی مورد بررسی قرار گرفته است. در طی دهه اخیر به منظور افزایش بازده خروجی و بهینه سازی توربین های بادی فعالیت های گستردهای صورت گرفته که می توان به ایجاد تغییر در جنس، شکل و اندازه پره ها، افزایش ارتفاع برج و ... اشاره کرد. اما نباید فراموش کرد که مدل سازی دقیق تمام اجزای هر سیستم یک گام مهم برای بهینه سازی آن است. بدیهی است آگاهی از همه عوامل موثر بر عملکرد آن سیستم، پیش نیاز مدل سازی دقیق است. توربین های چند مگاواتی مدرن که با ابعاد بزرگ و ساختار های انعطاف پذیر شناخته می شوند، برای دستیابی به عملکرد رضایت بخش به الگوریتم های کنترل پیشرفته نیاز دارند. از سوی دیگر، کنترل پیشرفته به مدل های پویا ی مناسب نیاز دارد، یعنی مدل هایی که بتوانند رفتار پویای اساسی ماشین را به تصویر بکشند و درعین حال سادگی خود را حفظ کنند. بنابراین، تحقیقات زیادی به منظور ارائه مدل های ساده برای اهداف کنترلی انجام شده است. آدرین گمبر [1] در سال ۲۰۱۷ به تجزیه و تحلیل مدل های مختلف دینامیکی برای زیر سیستم چرخان توربین بادی یعنی روتور، پیشرانه و ژنراتور پرداخته است. طراحی پیشرانه تاثیر زیادی در موفقیت صنعت باد دارد. امروزه سه فناوری غالب در بازار وجود دارد: پیشرانه های با سرعت بالا، سرعت متوسط و رانندگی مستقیم. سیستم های هیدرولیک جایگزینی برای مفاهیم پیشرانه موجود ارائه می دهد. این سیستم توسط محققان در دستگاه های موج انرژی مانند شناور سنگین مورد استفاده و مدل سازی قرار گرفته است. ژیو ژیانگ و همکاران [2] در سال ۲۰۱۴ به مدل سازی عددی و تجزیه و تحلیل توربین های بادی با ماشین آلات انتقال فشار هیدرولیک پرداخته اند. از اجزای مهم دیگر در بحث کنترل و مدل سازی، پره ی توربین است. برای حل مشکل طراحی یا کنترل پره های توربین بادی، یک روش معمول این است که تیغه واقعی و پیچیده را به یک مدل مکانیکی ساده که فقط به پارامتر های مهم بستگی دارد، تبدیل کرده و سپس از روش های تحلیلی و عددی استفاده شود. درگذشته برای مدل سازی، تیغه به عنوان یک بدنه سفت و سخت درحال چرخش نشان داده می شد. اما امروزه با افزایش اندازه توربین های بادی، تیغه ها انعطاف پذیر تر می شوند. روش المان محدود به طور گسترده برای مدل سازی دقیق تیغه های انعطاف پذیر مورد استفاده قرار گرفته است. ال .لی و همکاران[3] در سال ۲۰۱۴ یک مدل ریاضی توصیف کننده ارتعاش غیر خطی پره های توربین بادی ارائه داده اند. سیستم ارائه شده شامل یک تیغه ی چرخان و چهار جز تغییر شکل دهنده شامل ارتعاش طولی، خم شدن خارج از صفحه (فلپ)، خم در داخل و پیچش است. هدف از کنترل، دستیابی به حداکثر جذب انرژی باد با فرض جلوگیری از اضافه بار واحد است. استراتژی کلی کنترل توربین بادی این است که وقتی سرعت باد کم تر از سرعت نامی باد است، زاویه گام تیغه باید همیشه در صفر درجه حفظ شود تا حداکثر انرژی باد توسط توربین گرفته شود. زمانی که سرعت باد بیش تر از سرعت نامی باد باشد سرعت توربین بادی بدون تغییر باقی می ماند. با تنظیم زاویه گام، منحنی خروجی توان، ثابت ردیابی می شود. درنتیجه توان خروجی پایداری حاصل می شود. سادهام شو اِی .آر و همکاران[4] در سال ۲۰۱۶ به مطالعه اثر زاویه گام بهینه بر عملکرد توربین بادی پرداخته اند. شین گائو و همکاران[5] در سال ۲۰۲۰ به منظور بهبود توان خروجی توربین بادی در سرعت پایین باد، به بررسی عملکرد آیرودینامیکی پره های توربین بادی در زوایای مختلف نصب می پردازند. برای کنترل توان خروجی و کاهش بارهای مکانیکی در سرعت های باد بالاتر از مقدار نامی، از کنترل کننده زاویه پیچ استفاده می کنند. مزارع و همکاران[6] در سال

۲۰۱۹ توربین بادی را بر مبنای مدل دوجرمی، ساده و مدل سازی کرده اند و کنترل کننده مد لغزشی تطبیقی، برای کنترل زاویه پیچ بر مبنای استراتژی کنترل مستقل زاویه پیچ، طراحی کرده اند. از سوی دیگر وینای تپار و همکاران[7] در سال ۲۰۱۱ به بررسی تاثیر سه عامل اصلی بر توان خروجی توربین بادی اعم از توزیع سرعت باد در محل، ارتفاع برج و منحنی توان خروجی توربین بادی انتخاب شده، پرداخته اند. از فاکتور های اصلی بر توان خروجی توربین در مدل های ریاضی می توان به ضریب قدرت توربین(C_p) اشاره کرد. من یانگ و همکاران[8] در سال ۲۰۱۲ علاوه بر تحلیل مدل کلی قدرت، تاثیر زاویه پیچ بر ضریب قدرت را نیز مورد بررسی قرار داده اند. در مطالعات انجام شده و شواهد عینی ثابت شده است که بیشرین مقدار ضریب قدرت نمی تواند از ثابت بتز فراتر رود. زیرا افزایش این ضریب باعث کاهش سرعت جریان در پشت توربین شده و رکود هوا رخ می دهد که درنتیجه آن، توربین از حرکت باز می ماند. النیومن و همکاران[9] در سال ۲۰۱۳ به توصیف مدل ریاضی توربین بادی با قرار دادن میکرو فن ها در انتهای پره های توربین پرداخته اند و با ایجاد این تغییر توانستند ضریب قدرت را کمی از ثابت بتز بیش تر کنند. از دیگر راه های بهینه سازی توربین های بادی، استفاده از سیستم های ترکیبی در کنار توربین ها است. سیستم ترکیبی یکی از مناسب ترین گزینه های تأمین تقاضای الکتریکی در مناطق دور از شبکه است. در این سیستم ها باتری ها به دلیل ناکارآمد بودن در ذخیره سازی بلندمدت استفاده نمی شوند، از این رو، سیستم ترکیبی پیل سوختی_توربین بادی برای تأمین تقاضای الکتریکی مناطق با وزش باد موسمی معرفی می گردد. احمدی و همکاران [10] در سال ۲۰۱۲ این سیستم را مورد تحلیل و بررسی قرار دادند. بدیهی است که نتیجه مطالعات بر روی تک توربین ها بسیار متفاوت از نتایج بدست آمده در مزارع بادی است. توربین های باد در یک مزرعه بادی بر پتانسیل انرژی و شرایط ورودی توربین بادی های پایین تاثیر می گذارد. میدان جریان در پی عبور از توربین های ردیف اول با کسر قابل توجهی در سرعت باد و افزایش سطوح شدت تلاطم رو به رو می شود درنتیجه توربین های پایین دست در یک مزرعه بادی نمی تواند به اندازه توربین های ردیف اول از باد نیرو بگیرد. علاوه بر این، تلاطم اضافی می تواند دلیلی برای افزایش خستگی مواد از طریق ارتعاشات ناشی از جریان در روتور پایین دست باشد. جی. بارتل و همکاران[11] در سال ۲۰۱۲ به بررسی کسری سرعت محلی و شدت تلاطم در پی مجموعه ای از دو مدل توربین بادی پرداخته اند. از دیگر عواملی که مدل سازی را برای مزارع بادی دشوار می کند عامل بیداری توربین هاست. به این منظور رانلان هانگ و همکاران [12] در سال ۲۰۱۳ به مطالعه تاثیر و توزیع تداخل بیداری توربین های بادی پرداخته اند. همچنین می کائولیدو و همکاران[13] یک مدل عددی برای پیش بینی تعامل توربین های بادی با جریان باد غالب ارائه داده اند.

۲. اصول اولیه سیستم تبدیل انرژی باد

توربین بادی وسیله ای است که انرژی جنبشی موجود در باد را به انرژی الکتریکی تبدیل می کند. فرآیند تبدیل انرژی عبارت است از تبدیل انرژی جنبشی باد به انرژی جنبشی مجموعه روتور و سپس تبدیل آن به انرژی الکتریکی در ژنراتور است. امروزه بیش تر توربین های بادی، توربین هایی با محور افقی می باشند. منظور از عبارت محور افقی[1] این است که محور اصلی توربین بادی که نیرو محرکه را تولید می کند افقی است. روتور های توربین های بادی با محور افقی بر اساس نحوه قرار گیری درجهت باد (رو به باد و یا پشت به باد)، طراحی هاب، کنترل دور روتور، تعداد پره ها و نحوه کنترل جهت توربین با باد و سیستم یاو دسته بندی می شوند. توان تولیدی این توربین ها بسیار به سرعت باد و سطح ورودی توربین بستگی دارد. مراحل اصلی قدرت سیستم تبدیل انرژی باد در شکل (۱) نشان داده شده است.

۱Horizontal Axis Wind Turbine



شکل ۱. مراحل اصلی قدرت سیستم تبدیل انرژی باد

۱،۲. روابط و فرمول های مورد نیاز برای محاسبه توان توربین بادی

واضح است که کار نوعی از انرژی است و مقدار آن برابر است با مقدار نیرو ضرب در جابجایی:

$$E = W = Fs \quad (۱)$$

همچنین قانون دوم نیوتن بیان می کند:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (۲)$$

در نتیجه از رابطه (۱) و (۲) بدست می آید:

$$E = mas \quad (۳)$$

معادله زیر در فرمول (۳) جایگزین مقدار شتاب می شود:

$$V^2 - u^2 = 2as \quad (۴)$$

از آنجایی که سرعت اولیه باد (u) صفر است، مقدار معادل شتاب از رابطه (۴) در (۳) جایگزین می شود، درنتیجه:

$$E = \frac{1}{2} m\, V^2 \quad (۵)$$

در مرحله بعد، توان برابر است با تغییرات کار در واحد زمان:

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} V^2 \frac{dm}{dt} \quad (۶)$$

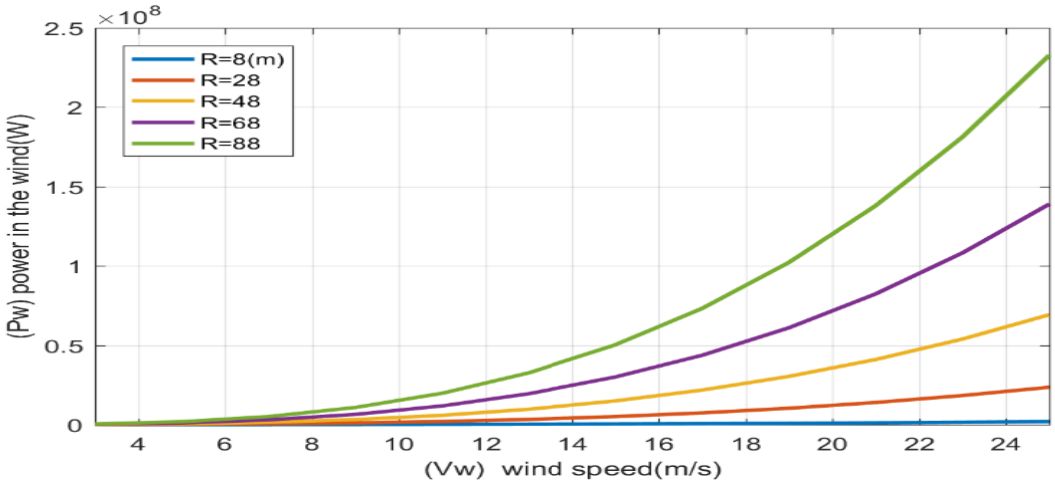
در رابطه (۶) به جای دبی جرمی عبارت زیر به کار می رود:

$$\frac{dm}{dt} = \rho AV \quad (۷)$$

در آخر رابطه ای به شکل زیر برای محاسبه توان توربین بدست می آید:

$$P_w = \frac{1}{2}\rho A V_w^3 = \frac{1}{2}\rho \pi R^2 V_w^3 \quad (۸)$$

در اینجا منظور از R طول پره می باشد. شکل (۲) نشان دهنده رابطه طول پره با قدرت باد در سرعت های مختلف است. چگالی هوا ۱،۲۲۵ در نظر گرفته شده است.



شکل ۲. تاثیر تغییر طول پره و سرعت باد بر قدرت باد

در سال ۱۹۱۹ فیزیک دان آلمانی به نام آلبرت بتز با انجام محاسباتی دریافت که نمی توان همه انرژی باد را به انرژی مکانیکی تبدیل کرد و ماکزیمم تبدیل را ۵۹,۳ درصد محاسبه کرد که در بهترین شرایط این مقدار می باشد. این مقدار که به محدوده بتز[۲] معروف است را ضریب قدرت (C_p) تعریف کردند. در نتیجه نیروی بادی که توسط توربین بادی به توان مکانیکی P_m تبدیل می شود، برابر است با:

$$P_m = C_p P_w \quad (۹)$$

ضریب قدرت ثابت نیست و به مقدار نسبت سرعت نوک توربین (λ) بستگی دارد:

$$C_p = \frac{(1+\lambda)(1-\lambda^2)}{2} \quad (۱۰)$$

$$\lambda = \frac{R\omega}{V_w} \quad (۱۱)$$

همچنین در بعضی موارد نسبت سرعت نوک توربین به صورت زیر تعریف می شود:

$$\lambda = \frac{V_d}{V_u} \quad (۱۲)$$

منظور از (V_d) سرعت باد پشت توربین و (V_u) سرعت باد جلوی توربین است.

$$C_{p_{(\lambda,\theta)}} = C_1\left(C_2\frac{1}{\beta} + C_3\beta\theta - C_4\theta^x - C_5\right)e^{-C_6\frac{1}{\beta}} \quad (۱۳)$$

$$\frac{1}{\beta} = \frac{1}{\lambda+0.08\theta} - \frac{0.035}{1+\theta^3} \quad (۱۴)$$

---

۲ Betz limit

فرمول (۱۳) مدل (C_p) به عنوان تابعی از نسبت سرعت (λ) و زاویه ی پره (θ) است که در آن مقدار ضرایب C_1_C_6 و x بستگی به نوع توربین دارد. (θ)، زاویه بین صفحه چرخش و قوس سراسری پره می باشد. اندرسون و بوس رابطه تجربی زیر را برای C_p ارائه دادند:

$$C_p = \frac{1}{2}(\lambda - 0.022\theta^2 - 5.6)e^{-0.17\lambda} \quad (۱۵)$$

شکل (۳) نشان دهنده رابطه (۱۵) در زوایای مختلف می باشد. بعد از بدست آوردن ضریب قدرت و توان مکانیکی، این قدرت مکانیکی به سیستم انتقال قدرت (جعبه دنده و غیره) عرضه می شود:

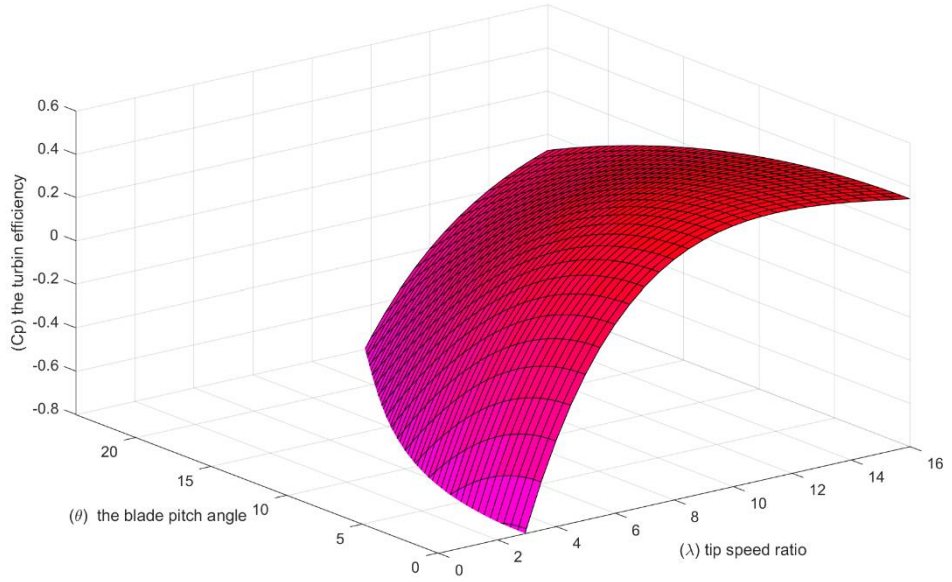
$$P_t = \eta_m P_m \quad (۱۶)$$

توان انتقال قدرت (P_t) ورودی برای توان الکتریکی خروجی توربین (P_e) خواهد بود:

$$P_e = \eta_g P_t \quad (۱۷)$$

در آخر با ترکیب روابط (۹) و (۱۶) و (۱۷) این نتیجه بدست می آید:

$$P_e = (C_p \eta_m \eta_g) P_w = \eta_O P_w \quad (۱۸)$$



شکل ۳. نمودار تاثیر تغییرات زاویه پیچ و نسبت سرعت نوک پره بر ضریب قدرت

۳. عوامل موثر بر خروجی قدرت توربین بادی

دو عامل اصلی که قدرت خروجی توربین بادی را تعیین می کنند عبارتند از: ۱- توزیع سرعت باد محل انتخاب شده که توربین بادی در آن نصب شده است. ۲- ارتفاع برج.

۱،۳.توزیع سرعت باد در محل انتخابی

حداکثر ممکن با توجه به روابط بخش قبل، خروجی الکتریکی ژنراتور متناسب با مکعب سرعت باد است. بنابراین، سرعت باد در یک مکان خاص، مهم ترین داده مورد نیاز برای محاسبه خروجی توربین بادی است. همه می دانند که سرعت باد بر حسب دقیقه، ساعت، روز، فصل و حتی بر اساس سال متفاوت است. بنابراین، برای پیش بینی دقیق بازده یک توربین بادی، توزیع سرعت باد در محل، مورد نیاز است. از مطالعه طولانی مدت تغییرات سرعت باد در بسیاری از نقاط جهان، مشخص شده است که تابع توزیع احتمال ویبول ($f_{(V)}$)، توزیع سرعت باد را توصیف می کند.
سرعت باد (V) به صورت ویبول توزیع می شود، اگر تابع چگالی احتمال آن، به صورت زیر باشد:

$$f_{(V_w)} = \frac{k}{c}\left(\frac{V_w}{c}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{V_w}{c}\right)^k} \qquad (۱۹)$$

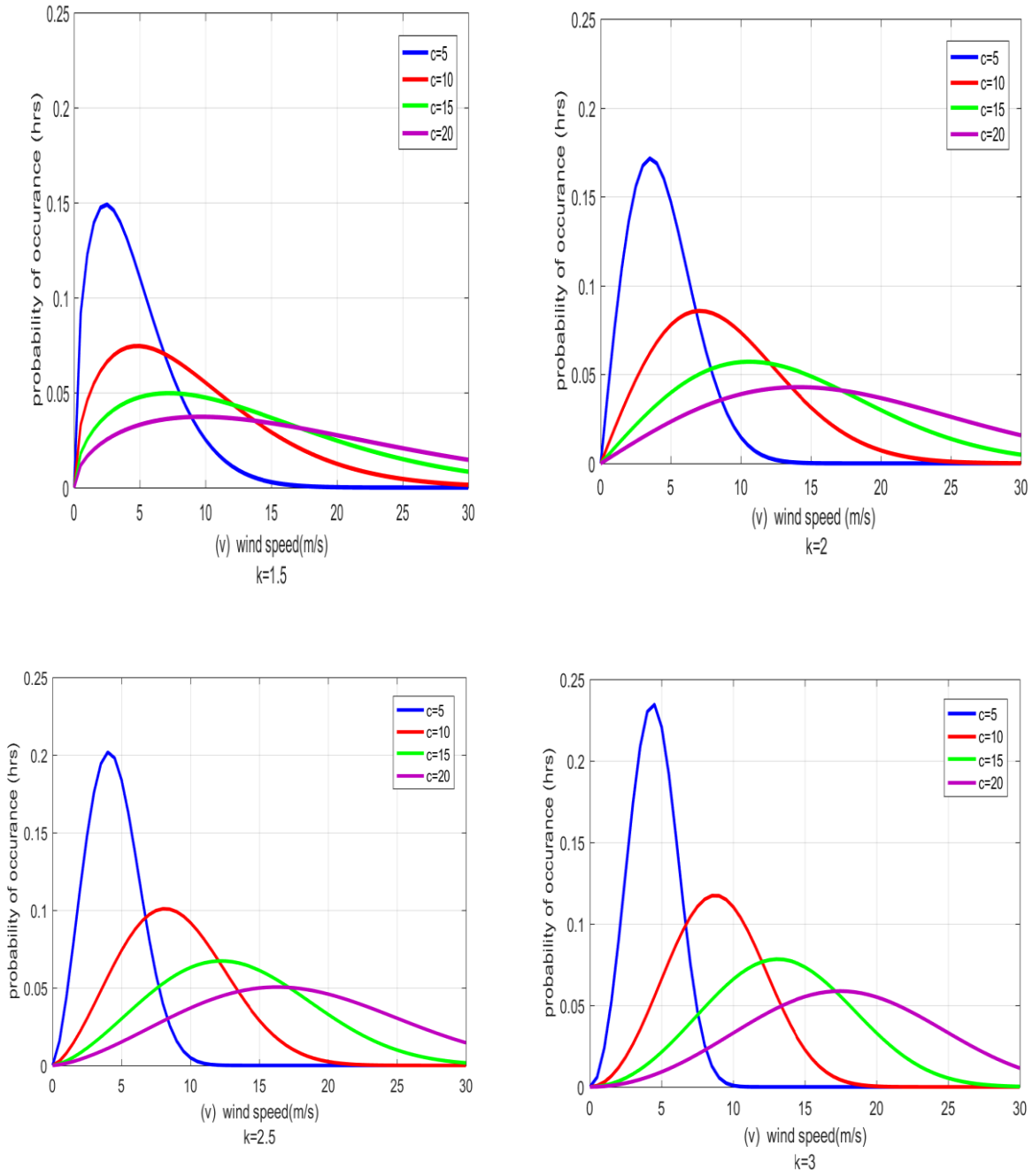
احتمال وقوع را می توان در ۸۷۸۴ ضرب کرد تا سرعت باد خاصی را بر تعداد ساعت در سال بدست آورد. بسته به مشخصات باد محل انتخاب شده، مقدار پارامتر (c) و (k) تغییر می کند. تاثیر تغییرات این پارامتر ها بر توزیع سرعت باد در شکل (۴) نشان داده شده است. از این نمودار ها مشخص است که با افزایش مقدار (c) و (k) توزیع سرعت باد به سمت سرعت باد بیش تر تغییر می کند. به این معنا که سرعت باد بیش تر، در مدت زمان بیش تری حاکم بوده و در نتیجه خروجی انرژی بیش تری ایجاد می شود.

۲،۳.توزیع سرعت باد در محل انتخابی

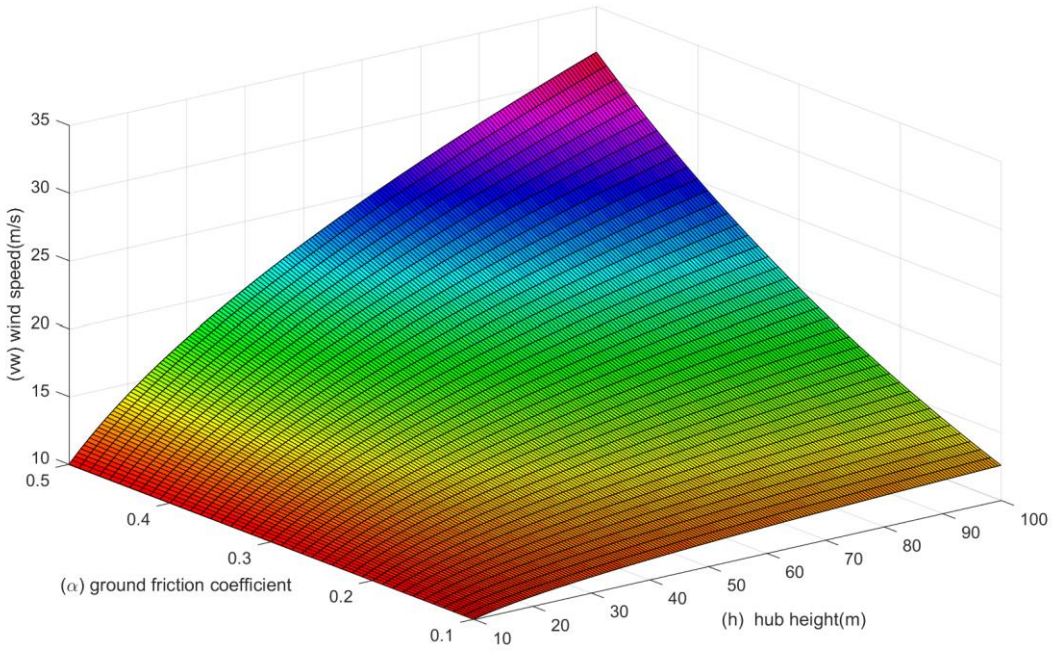
روابط پیچیده زیادی وجود داردکه برای یافتن تغییرات سرعت باد با ارتفاع، مورد استفاده قرار می گیرد. اما این روابط آن قدر پیچیده است که هیچ کاربردی برای مطالعات مهندسی عمومی ندارد. این باعث شده است بسیاری از محققان به دنبال عبارهای ساده تری باشند که نتایج رضایت بخشی به همراه خواهند داشت، حتی اگر از لحاظ نظری دقیق نباشند. رایج ترین عبارت ساده، قانون قدرت است:

$$\frac{V_{w_2}}{V_{w_1}} = \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^{\alpha} \qquad (۲۰)$$

از معادله (۲۰) واضح است که سرعت باد، در نتیجه انرژی خروجی توربین بادی، بستگی به ارتفاع توربین و ناهمواری زمین دارد. تاثیر ارتفاع هاب و ناهمواری زمین (بر حسب ضریب اصطکاک زمین α اندازه گیری می شود) در شکل (۵) نشان داده شده است. از این شکل مشخص است که ارتفاع هاب و ضریب اصطکاک زمین، تاثیر زیادی بر سرعت باد دارد. بنابراین، برای محاسبه عملکرد توربین بادی، سرعت باد اندازه گیری شده در ارتفاع باد سنج باید با فرمول (۲۰) به سرعت در ارتفاع هاب تبدیل شود.



شکل ۴. نمودار تاثیر تغییرات شکل و پارامتر های مقیاس ویبول بر توزیع سرعت



شکل ۵ . نمودار تاثیر تغییرات ارتفاع هاب و ضریب اصطکاک زمین بر سرعت باد

۴. نتیجه گیری

مدل سازی دقیق تمام اجزا، یک گام مهم برای بهینه سازی وکنترل خروجی توربین های بادی است. توان الکتریکی خروجی توربین های بادی بسیار به سرعت باد و سطح ورودی توربین بستگی دارد. به این معنا که افزایش سرعت باد و طول پره ها باعث افزایش چشمگیری در مقدار توان خروجی توربین می شود. از دیگر فاکتور های اصلی موثر بر توان خروجی توربین ضریب قدرت (C_p) است. مطالعات نشان می دهد که این ضریب در بهترین حالت ۵۹,۳ درصد خواهد بود. ضریب قدرت خود به زاویه پیچ بستگی دارد. نتایج نشان می دهد، در سرعت باد کم تر از سرعت نامی، زاویه پیچ باید در صفر درجه حفظ شود تا ضریب قدرت در بیش ترین مقدار باشد و حداکثر انرژی باد توسط توربین گرفته شود. از دیگر عواملی که در این مقاله مورد بررسی قرار گرفته است، ارتفاع برج و توزیع سرعت باد است. مشاهدات نشان می هد که با افزایش ارتفاع، سرعت باد بیشتر و درنتیجه خروجی توربین بیشتر خواهد بود. همچنین تابع توزیع ویبول نشان می دهد، با افزایش مقدار (c) و (k) توزیع سرعت باد به سمت سرعت باد بیش تر تغییر می کند. به این معنا که سرعت باد بیش تر، در مدت زمان بیش تری حاکم بوده و در نتیجه خروجی انرژی بیش تری ایجاد می شود.

منابع

[1] A. Gambier, "Dynamic Modelling of the Rotating Subsystem of a Wind Turbine," *IFAC PapersOnLine*, 2017.

[2] Zhiyu Jianga, Limin Yang, Zhen Gao, Torgeir Moan, "Numerical Simulation of a Wind Turbine with a Hydraulic," ScienceDirect, 2014.

[3] L. Li , Y.H. Li , Q.K. Liu , H.W. Lv, "A mathematical model for horizontal axis wind turbine blades," Applied Mathematical Modelling, 2014.

[4] Sudhamshu A.R., Manik Chandra Pandey, Nivedh Sunil, Satish N.S., Vivek Mugundhan,, "Numerical study of effect of pitch angle on performance," Engineering Science and Technology,, 2016.

[5] Xin GAO, Xiaoyu WANG, Jiahuan HE, "Optimal control of pitch angle of large wind turbine based on speed differential," 2020.

[6] Mazare M,Taghizadeh M,Aghaeinezhad S.M, "Individual Pitch Angle Robust Control of a Variable Speed," Modares Mechanical Engineering, 2019.

[7] Vinay Thapar , Gayatri Agnihotri , Vinod Krishna Sethi, "Critical analysis of methods for mathematical modelling of wind turbines," Renewable Energy, 2011.

[8] A. W. Manyonge, R. M. Ochieng, F. N. Onyango , "Mathematical Modelling of Wind Turbine," 2012.

[9] J. A. AL-Nouman, S. J. Ranade, "The Development of a Tip-Fan Wind Turbine," 2013.

[10] Somayeh Ahmadi , Mohammad Rezaei Mir Ghaed , Ramin Roshandel, "Modeling of combined fuel cell wind turbine system," Journal of Energy Management, 2012.

[11] J. Bartl, F. Pierella, L. Sætran, "Wake measurements behind an array of two model wind turbines," SciVerse ScienceDirect, 2012.

[12] Runlan Huang, Xuelan Zeng, Zhi Yu, "A mathematical model of wake speed behind," 2013.

[13] Mei-Kao Liu,Mark A. Yocke, and Thomas C. Myerst, "Mathematical Model for the Analysis of Wind-Turbine Wakes," J. ENERGY.

پیوست

A	مساحت، m^2	m	جرم، kg	u	سرعت اولیه، m/s	η_m	بازده مکانیکی
a	شتاب، m/s^2	P_e	توان الکتریکی، W	V_d	سرعت پشت توربین، m/s	η_o	بازده توربین
c	پارامتر ویبول، m/s	P_m	توان مکامیکی، W	V_u	سرعت جلو توربین، m/s	θ	زاویه پیچ،
C_p	ضریب قدرت	P_t	توان انتقال نیرو، W	V_w	سرعت باد، m/s	λ	نسبت سرعت نوک پره
E	انرژی، J	P_w	توان باد، W	W	کار، J	ρ	چگالی، kg/m^3
F	نیرو، N	R	طول پره، m	α	ضریب اصطکاک زمین	ω	سرعت زاویه ای، rad/s
h	ارتفاع، m	s	جابجایی، m	η_g	بازده ژنراتور		