حل های کرمچاله باردار قابل گذر در نظریات گرانش اصلاح شده f(R,T)

طاهره عزیزی، مریم ملک پور متی کلائی
گروه فیزیک نظری،دانشکده علوم پایه، دانشگاه مازندران، بابلسر

چکیده

در این پژوهش حل های کرمچاله باردار را در مدل f(R,T) که R اسکالر انحنا و T رد تانسور انرژی-تکانه است، مطالعه کرده و با بررسی معادلات میدان، تانسور انرژی-تکانه موثر آن ها را به دست می آوریم. سپس با استفاده از مولفه های فشار و چگالی انرژی به بررسی تحقق شرایط انرژی مانند شرط انرژی ضعیف و رفتار تابع چگالی انرژی بر حسب شعاع در این مدل می پردازیم.

Charged Traversable Wormhole solutions in f(R,T) modified gravity theories

T. Azizi, M. Malekpour Matikolaei
Department of Theoretical Physics, Faculty of basic science, University of Mazandaran, Babolsar

Abstract

In this research, we study charged wormhole solutions in f(R,T) model that R is the scalar curvature and T is the trace of the energy-momentum tensor and considering their field equations, we obtain the effective energy-momentum tensor of them. Then using the components of pressure and energy density, we explore the energy conditions such as weak energy condition and the behavior of the energy density function in terms of radius in this model.

مقدمه

مشاهدات رصدی نشان می دهند که عالم در حال انبساط شتابدار می باشد. این موضوع یکی از چالش برانگیزترین مشکلات در کیهانشناسی مدرن است.. برای توجیه فاز انبساط شتابدار، راه حل های مختلفی پیشنهاد شده است که از جمله ی آن ها وجود مولفه ی اضافه ای با فشار منفی به نام انرژی تاریک (اصلاح بخش مادی معادلات میدان اینشتین) است. رهیافت دیگری که برای حل مساله ی انبساط شتابدار مطرح شد، اصلاح بخش هندسی معادلات میدان اینشتین است که به نام هندسه ی تاریک شناخته می شود. یکی از این نظریات، مدل گرانشی f(R) است که به وسیله یک تعمیم ساده ی لاگرانژی در کنش اینشتین-هیلبرت حاصل می شود. در سالهای اخیر با در نظر گرفتن جفتیدگی بین قسمت هندسی و مادی کنش، نظریات f(R) تعمیم داده شده اند که منجر به نتایج گرانشی و کیهان شناختی قابل توجهی می شود. این جفتیدگی می تواند با در نظر گرفتن رد تانسور انرژی-تکانه مادی در کنش نظریه در نظر گرفته شود که این دسته از نظریات به مدلهای گرانشی f(R,T) معروف هستند. در این مقاله جواب های کرمچاله ای باردار در نظریات f(R,T) را مورد مطالعه قرار داده ایم. کرمچاله ها به عنوان جوابهایی از معادلات اینشتین هستند که دو ناحیه ی مختلف از فضا-زمان یا دو فضا-زمان مختلف که به طور مجانبی تخت هستند را در یک گلو به هم وصل می کنند. این کرمچاله ها ممکن است که قابل گذر باشند یا نباشند. برای اینکه امکان گذر از یک کرمچاله فراهم شود، لازم است که بعضی شرایط مانند شرایط انرژی در ناحیه گذر فراهم باشد. لازم به ذکر است که برای قابل گذر بودن یک کرمچاله در چارچوب نسبیت عام و معادلات میدان حاصل شده از آن، لازم است که ماده ی اطراف گلوی کرمچاله دارای چگالی انرژی منفی باشد و شرط انرژی ضعیف را نقض کند. از سوی دیگر این امکان وجود دارد که در نظریات تعمیم یافته ی گرانشی، بدون نیاز به مولفه ی مجهول برای قسمت مادی نظریه، شرایط داشتن یک کرمچاله ی قابل گذر محقق شود. در این راستا با محاسبه مولفه های فشار و چگالی انرژی کرمچاله باردار در گرانش f(R,T) ، به بررسی شرایط انرژی می پردازیم و نشان می دهیم که در چارچوب این نظریه گرانش تعمیم یافته جوابهای کرمچاله قابل گذار باردار می توانند بدون نیاز به معرفی ماده نامتعارف که شرط انرژی نورگونه را نقض می کند به دست آیند.

کرمچاله باردار در گرانش f(R,T)

کنش گرانش f(R,T) به صورت زیر است [1و2]

$$s=\frac{1}{16\pi G}\int d^4x\sqrt{-g}\,f(R,T)+\int d^4x\sqrt{-g}\,L_m. \quad (1)$$

در اینجا f(R,T) تابعی از اسکالر انحنا R= R_μ^μ و T=T_μ^μ، رد تانسور انرژی-تکانه مادی $T_{\mu\nu}$ است.L_m چگالی لاگرانژی مادی است که ارتباط آن با تانسور انرژی-تکانه به صورت $T_{\mu\nu}=\frac{-2}{\sqrt{-g}}\frac{\delta(\sqrt{-g}L_m)}{\delta g^{\mu\nu}}$ می باشد و با فرض اینکه چگالی لاگرانژی مادی تنها وابسته به متریک $g_{\mu\nu}$ باشد، نتیجه می شود$T_{\mu\nu}=g_{\mu\nu}L_m-2\frac{\partial L_m}{\partial g^{\mu\nu}}$. با وردش گیری از کنش (1) نسبت به متریک و همچنین با استفاده از تعاریف ذکر شده در بالا و $\Theta_{\mu\nu}\equiv g^{\alpha\beta}\frac{\delta T_{\alpha\beta}}{\delta g^{\mu\nu}}$ به معادلات نهایی میدان می رسیم

$$G_{\mu\nu}\equiv R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}R\,g_{\mu\nu}=T_{\mu\nu}^{(eff)} \quad (2)$$

که در اینجا $T_{\mu\nu}^{(eff)}$ تانسور انرژی-تکانه موثر است که با عبارت زیر تعریف می شود

$$T_{\mu\nu}^{(eff)}=T_{\mu\nu}-\frac{\lambda}{4\pi}(T_{\mu\nu}+\Theta_{\mu\nu}-\frac{1}{2}T\,g_{\mu\nu})$$

متریک کرمچاله باردار با عبارت زیر داده می شود [3]

$$ds^2=\left[e^{2\varphi(r)}+\frac{q^2}{r^2}\right]dt^2-\frac{dr^2}{1-\frac{b(r)}{r}+\frac{q^2}{r^2}}-r^2(d\theta^2+\sin^2\theta d\varphi^2) \quad (3)$$

q بار الکتریکی است و b(r) باید در سه شرط $\frac{b(r)}{r}>$b'(r) و b(r_0)=r_0 ، b' (r_0)$\leq$1 صدق کند[4و5]. r_0 شعاع گلوی کرمچاله و پرایم، مشتق گیری نسبت به شعاع می باشد. اکنون معادلات میدان به صورت زیر بازنویسی می شود

$$G_{\mu\nu}=8nG\left[T_{\mu\nu}^{eff(m)}+T_{\mu\nu}^{eff(e)}\right] \quad (4)$$

که $T_{\mu\nu}^{eff(m)}$ تانسور انرژی- تکانه موثر مادی است که کرمچاله را تنیده است و $T_{\mu\nu}^{eff(e)}$ تانسور انرژی- تکانه موثر الکترومغناطیسی می‌باشد و $\Theta_{\mu\nu}^{(m)}$ و $\Theta_{\mu\nu}^{(e)}$ به ترتیب از [6-10] L(m)=-P و L(e)=-$\frac{1}{16\pi}F_{\alpha\beta}F_{\gamma\sigma}g^{\alpha\gamma}g^{\beta\sigma}$ به دست می‌آیند و در اینجا $\mathcal{P}$ فشار کلی سیال و $F_{\alpha\beta}$ تانسور میدان الکترومغناطیسی است که به ترتیب در روابط زیر صدق میکنند

$$\Theta_{\mu\nu}^{(m)}=-2T_{\mu\nu}^{(m)}-p\,g_{\mu\nu} \quad (5)$$

$$\Theta_{\mu\nu}^{(e)}=-T_{\mu\nu}^{(e)} \quad (6)$$

با استفاده از معادلات (5) و (6) معادلات میدان به شکل زیر در می آیند

$$G_{\mu\nu}=8n\left[T_{\mu\nu}^{eff(m)}+T_{\mu\nu}^{eff(e)}+\frac{\lambda}{4\pi}\Pi_{\mu\nu}\right] \quad (7)$$

که تانسور $\Pi_{\mu\nu}$ به صورت زیر تعریف می شود

$$\Pi_{\mu\nu}\equiv T_{\mu\nu}^{(m)}+\mathcal{P}\,g_{\mu\nu}+\frac{1}{2}\left[T^{(m)}+T^{(e)}\right]g_{\mu\nu} \quad (8)$$

که در اینجا $T^{(m)}=g^{\mu\nu}T_{\mu\nu}^{(m)}$ و $T^{(e)}=g^{\mu\nu}T_{\mu\nu}^{(e)}$ است. اکنون تانسور انرژی- تکانه سیال غیر همسانگرد که کرمچاله را پر می کند را به شکل $T_{\mu\nu}^{(m)}=diag(\rho,-p_r,-p_t,-p_t)$ در نظر می گیریم که در اینجا ρ ، p_t و

p_r به ترتیب چگالی انرژی، فشار موازی و فشار شعاعی می باشند که در چارچوب مرجع سکون سیال اندازه گیری شده است. از طرفی تانسور انرژی- تکانه برای میدان الکترومغناطیسی را به شکل $T^{(e)}_{\mu\nu}=\frac{1}{8n}E^2\,diag(3,3,1,1)\gamma k$ میدان الکتریکی شعاعی است $\frac{q}{r^2}$¿$\sqrt{|g_{00}g_{11}|}$)=E=E(r) که در نظر می‌گیریم و همچنین $\gamma\equiv\frac{1}{q^2+e^{2\varphi}r^2}$ و $k\equiv q^2+r^2-br$ تعریف کرده ایم. در ادامه فرض میکنیم ثابت φ = باشد که درنتیجه φ' 0= میشود. لذا معادلات میدان (7) به شکل زیر در می‌آیند

$$\left(2+\frac{\lambda}{\pi}\right)\frac{q^2}{r^2}+(8\pi+3\lambda)r^2\rho-\frac{\lambda(p_r+8p_t)r^2}{3}-b'(r)=0 \qquad (9)$$

$$\frac{\gamma}{r^2}\left[\frac{q^2}{r^2}(k+r^2)-e^{2\varphi}(q^2-rb)\right]+8\pi p_r-3E^2\gamma k-\lambda\left(\rho-\frac{7p_r-2p_t}{3}+\frac{E^2\gamma k}{\pi}\right)=0 \qquad (10)$$

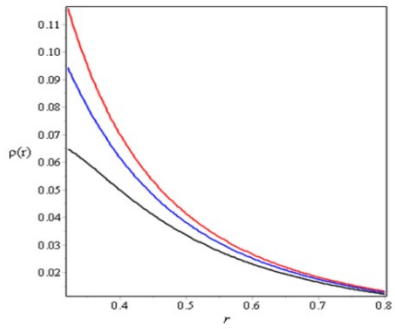
$$\frac{e^{2\varphi}}{q^2}r(-rb'+b)+\frac{1}{r^4}[kq^2+2r^4e^{2\varphi}]-b'-\frac{3b}{r}-\frac{2e^{-2\varphi}}{\gamma^2q^2}\left[p_t-E^2\gamma k-\lambda\left(\rho-\frac{p_r+8p_t}{3}+\frac{E^2\gamma k}{\pi}\right)\right]=0 \qquad (11)$$

برای حل این معادلات یک شکل تابعی برای b(r) به شکل $\left(\frac{r}{r_0}\right)^c$, $0<c<1$ r_0=b(r) فرض میکنیم و مجهولات را که شامل $\rho(r),\ p_r(r),\ p_t(r)$ هستند به دست آورده و در نهایت شرایط انرژی را برای مقادیر به دست آمده بررسی می کنیم.

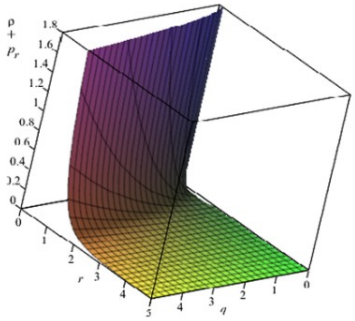
بررسی شرایط انرژی

وجود جوابهای کرمچاله قابل گذار در نسبیت عام مبتنی بر نقض شرایط انرژی نور گونه و ضعیف است. از سوی دیگر در نظریات گرانش تعمیم یافته ، علی الاصول می توان بر این مشکل چیره شد و با استفاده از تعریف تانسور انرژی-تکانه موثر، یک ناحیه گلو که در شرایط انرژی صدق می کند را نتیجه گرفت. اکنون با استفاده از عبارت های مربوط به چگالی انرژی و فشار که با حل معادلات (9) -(11) به دست آوردهایم، شرط انرژی ضعیف و نورگونه [11] را در مورد کرمچاله باردار در گرانش f(R,T) بررسی میکنیم. لازم به ذکر است که عبارت های مربوط به چگالی انرژی و مولفه های فشار را به علت طولانی بودن در اینجا نیاورده ایم. در ادامه فضای پارامترهای مدل را با فرض $e^{2\varphi}=e^{-2\varphi}=1$ ، λ=1.5, c= 0.5 و r_0=0.1 درنظر گرفته و شکلهای مربوط به چگالی انرژی و شرط انرژی ضعیف را به ازای آنها رسم کرده-ایم. شکل (1) چگالی انرژی را بر حسب r به ازای مقادیر فرض شدهی فضای پارامترها نشان میدهد که با انتخاب سه مقدار مختلف برای بار کرمچاله رسم شده است. همانطور که از شکل مشخص است، چگالی انرژی کرمچاله مقادیر مثبتی را به خود گرفته است. در شکل (2) نشان دادهایم که تحقق شرط انرژی نورگونه نیز طبق رابطه زیر برقرار میباشد.

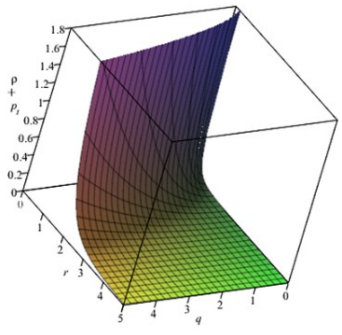
$$\rho+p_r\geq 0 \text{ و } \rho+p_t\geq 0$$



شکل1: نمودار ρ(r) برحسب شعاع r .منحنی مشکی به ازای q=0.12 و منحنی آبی به ازای q=0.09 و منحنی قرمـز بـه ازای q=0.06 می باشد



(الف)



(ب)

شـکل (2): شـرایط انـرژی نورگونـه (الـف): $\rho+p_r$ (ب) $\rho+p_t$

نتیجه گیري

ملاحظه میشود که در چارچوب گرانش اصلاح شده f(R,T) ، جوابهای کرمچاله باردار قابل گذر میتوانند بدون نیاز به معرفی ماده نامتعارف که شرط انرژی نورگونه را نقض میکند، بهدسـت آینـد. در واقـع نقض شرط انرژی نورگونه و ضعیف در این مدل گرانشی ناشی از حضور یک تانسور انرژی-تکانـه مـؤثر اسـت که از جملات اضافی هندسه و ماده نشأت میگیرد.

مرجع‌ها

[1] T. Harko, F. S. N. Lobo, S. Nojiri and S. D. Odintsou, "f(R,T) gravity" *Phys. Rev. D.*,**84**, 024020,(2011).

[2] T. Azizi," Wormhole geometries in f(R,T) gravity", *Int J Theor Phys.* **52**, 3486–3493 (2013).

[3] S.-W. Kim and H. Lee,"Exact solutions of a charged wormhole" *Phys. Rev. D.* **63**,064014(2001).

[4] M. Visser," *Lorentzian wormholes, From Einstein to Hawking"*, (AIP Press, New York, 1995).

[5] F. S. N. Lobo and M. A. Oliveira,"wormhole geometries in f(R) modified theories of gravity", *Phys. Rev. D.*, **80**, 104012, (2009).

[6] O.Bertolami,F.S.Lobo, and J.Paramos," Boltzmann's H-theorem, entropy and the strength of gravity in theories with a nonminimal coupling between matter and geometry",*Phys.Rev.D.* **78**,064036(2008).

[7] .N. M.Garcia and F.S.Lobo, Wormhole geometries supported by a nonminimal curvature-matter coupling",*Phys.Rev.D* **82**,104018(2010)

[8] .V . Faraoni," Lagrangian description of perfect fluids and modified gravity with an extra force*", Phys. Rev. D.*,**80**,124040,(2009)

[9] .Brown, J. D,"Action functionals for relativistic perfect fluids ", *Class. Quant. Grav.*, **10**, 1579, (1993)

[10] .O.Bertolami and J.Paramos, Do f(R) theories matter?",*Phys.rev.D* **77**,084018(2008)

[11] O.Bertolami and M.C.Sequeira,"Energy conditions and stability in f(R) theories of gravity with nonminimal coupling to matter",*Phys.Rev.D* **79**,104010(2009).