



تحلیل حرارتی فرآیند جوشکاری اصطکاکی با استفاده از روش تبدیل هانکل

امیرحسین میرزایی^۱، سجاد رسائی^{۲*}، خاطره مرادی^۳

۱- کارشناس، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی کرمانشاه، کرمانشاه

۲- استادیار، مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی کرمانشاه، کرمانشاه

۳- مربی، مهندسی برق، دانشگاه صنعتی کرمانشاه، کرمانشاه

* کرمانشاه، صندوق پستی ۶۷۱۵۶۸۵۴۲۰، rasaee@kut.ac.ir

چکیده

در این پژوهش معادله انتقال حرارت حاکم بر فرآیند جوشکاری اصطکاکی با استفاده از روش تبدیلات محدود هانکل به صورت تحلیلی حل شده است. این روش برای حل معادلات انتقال حرارت منطبق بر فرآیند جوشکاری اصطکاکی که معادلاتی متقارن محوری هستند مناسب و کارآمد است. صحت سنجی حل تحلیلی با مقایسه نتایج تحلیل با مقادیر اندازه گیری شده انجام شده که تطابق خوب نتایج بدست آمده با مقادیر آزمایش را نشان داده و صحت نتایج تحلیل را تایید می کند. ملاحظه می شود که بیشینه خطای محاسبات کمتر از ۶ درصد است. توزیع دما در امتداد محوری نشان می دهد که دما در نزدیکی سطح تماس بالاست و گرادیان دما در این امتداد شدید است، به گونه ای که با اندکی فاصله گرفتن از سطح تماس دما کاهش چشمگیری دارد، در نتیجه منطقه متأثر از حرارت در این فرآیند کوچک است. نتایج بدست آمده تایید می کند که این روش تحلیلی و نتایج حاصل از آن برای مطالعه حرارتی فرآیند مناسب و قابل استفاده است.

کلیدواژگان

جوشکاری اصطکاکی، تبدیل هانکل، معادله انتقال حرارت، متقارن محوری، توزیع دما.

Thermal Analysis of the Friction Welding Process Using the Hunkel Transform Method

AmirHossein Mirzaei¹, Sajad Rasaee^{2*}, Khatereh Moradi³

1- Department of Mechanical Engineering, Kermanshah University of Technology, Kermanshah, Iran.

2- Department of Mechanical Engineering, Kermanshah University of Technology, Kermanshah, Iran.

3- 2- Department of Electrical Engineering, Kermanshah University of Technology, Kermanshah, Iran.

* P.O.B. 6715685420 Kermanshah, Iran, rasaee@kut.ac.ir

Abstract

In this paper, the heat transfer equation governing the friction welding process is analyzed analytically using the Hankel finite transformation method. This method is suitable for solving heat transfer equations in accordance with the friction welding process which is axisymmetric. The analytical solution verification is performed by comparing the results of the analysis with the measured values, which shows good agreement with the experimental values and confirms the accuracy of the analysis results. It is seen that the maximum error of calculation is less than 6%. The temperature distribution along the axis direction indicates that the temperature and the temperature gradient near the interface is high in such a way that with a little distance from the contact surface the temperature decrease significantly that shows why the heat affected zone in this method is small. The results confirm that this analytical method and its results are suitable for the thermal study of the process.

Keywords

Friction Welding, Hankel Transform, Axisymmetric, Temperature distribution.

۱- مقدمه

مشترک را تعیین می کنند. همچنین، درهم آمیختگی مواد و کیفیت اتصال تحت تأثیر همزمان فشار وارد بر قطعات و حرکت نسبی دو قطعه در سطح تماس است که باعث تولید حرارت و تغییر شکل پلاستیک مواد در سطح مشترک می شود. در شرایط معمول، دمای بیشینه در سطح مشترک اندکی کمتر از دمای ذوب مواد خواهد بود و با سازوکاری خودتنظیم شونده دما از دمای ذوب مواد بیشتر نخواهد شد [۱]. دمای بیشینه و توزیع دما در محدوده نزدیک اتصال تأثیر چشمگیری بر نحوه شکل گیری پلیسه ها، محدوده متأثر از حرارت و استحکام اتصال دارند [۲]. همچنین نرخ خنک شدن اتصال به طور مستقیم به مقدار و نحوه توزیع دما وابسته است و کاملاً بر نحوه ایجاد تنش های پسماند در اتصال تأثیرگذار است [۳].

مدل سازی فرآیند جوشکاری اصطکاکی، ابزاری قدرتمند برای فهم عمیق تر و راحت تر تأثیر پارامترهای مختلف بر کیفیت اتصال ارائه می دهد.

جوشکاری اصطکاکی یکی از انواع فرآیندهای اتصال حالت جامد است که به ویژه برای اتصال با کیفیت قطعات هم جنس و ناهم جنس که اتصال آن ها با روش های مرسوم ذوبی دشوار است، به کار گرفته می شود. در فرآیند جوشکاری اصطکاکی درحالی که یکی از قطعات دارای حرکت چرخشی است، با اعمال فشار قطعه دوم با آن تماس داده می شود؛ به دلیل فشار بالا و حرکت نسبی بین سطوح، حرارت به واسطه وجود اصطکاک تولید می شود. با رسیدن دما به مقدار مطلوب، چرخش متوقف شده و همزمان فشار بیشتری بر قطعات اعمال می شود تا با تکمیل اختلاط مواد اتصال به وجود آید. در جوشکاری اصطکاکی چهار پارامتر کیفیت اتصال را کنترل می کنند که عبارت اند از: سرعت چرخش، سرعت نسبی سطوح تماس، مدت زمان انجام فرآیند و نیروی محوری. این پارامترها مقدار انرژی وارد شده به اتصال و نرخ حرارت تولید شده در سطح



آزمایشگاهی و آزمون مقادیر مختلف پارامترهای نیروی جوشکاری و سرعت چرخش به مقادیری بهینه برای اتصال موفق میله‌های فولادی ساده- تیتانیوم به روش جوشکاری اصطکاکی دست یافتند. آن‌ها همچنین با مطالعه ریزساختار سطح مقطع اتصال به بررسی شکل‌گیری ترکیبات بین فلزی در سطح مشترک قطعات پرداختند [۱۲]. Ma و همکاران فرآیند جوشکاری میله‌های ناهم‌جنس فولاد کربنی به فولاد ضدزنگ به روش اصطکاکی را از دیدگاه متالورژیکی مطالعه کردند و با انجام آزمایش‌های مفصلی شکل‌گیری و تغییرات فازی در قطعات را حین انجام فرآیند بررسی کردند. همچنین با شکست‌نگاری سطح نمونه‌های آزمون کشش به مطالعه ترکیبات بین فلزی تشکیل‌شده حین فرآیند و تأثیر آن‌ها بر استحکام اتصال پرداختند [۱۳]. Leśniewski و Ambroziak با مدل‌سازی عددی فرآیند جوشکاری اصطکاکی با استفاده از تئوری اجزاء محدود، تأثیر پارامترهای فرآیند را به‌ویژه بر دمای نمونه مطالعه کرده، شکل اتصال را پیش‌بینی و تأثیر تغییرات ضرایب اصطکاک بر دما را بررسی کردند [۱۴]. Lakshminarayanan و همکاران به مطالعه ریزساختار اتصال ناهم‌جنس میله‌های منیزیم- تیتانیوم به روش اصطکاکی پرداختند. آن‌ها به‌ویژه بر مطالعه نواحی مختلف ریزساختاری و شناسایی ترکیبات بین فلزی تشکیل‌شده در ناحیه اتصال و مطالعه تأثیر پارامترهای مختلف بر آن‌ها متمرکز شدند [۱۵]. Kumar و Balasubramanian در اتصال میله‌های تیتانیوم و فولاد به روش جوشکاری اصطکاکی از ورق‌هایی به جنس مس برای ایجاد اتصال بهتر استفاده کردند. وجود لایه‌ای از ورق مس بین میله‌ها امکان ایجاد اتصال قوی‌تر را فراهم می‌کرد. آن‌ها همچنین به بررسی شکل‌گیری ترکیبات بین فلزی و تأثیر آن‌ها و تأثیر پارامترهای دیگر بر استحکام مکانیکی اتصال پرداختند [۱۶، ۱۷]. آن‌ها پس از اندازه‌گیری ضریب اصطکاک از یافته‌هایشان در مدلی عددی برای محاسبه دما استفاده کردند. Bouarroudj و همکاران با مطالعه حرارتی فرآیند جوشکاری فلزات دریافتند که مدت‌زمان انجام فرآیند بر استحکام و کیفیت اتصال مؤثر است [۱]؛ بنابراین آن‌ها سعی کردند زمان بهینه جوشکاری برای اطمینان از رسیدن به دما مناسب و اتصال باکیفیت را به دست آورند. آن‌ها با ارائه مدلی عددی فرآیند را شبیه‌سازی و رابطه‌ای برای مدت‌زمان بهینه فرآیند برحسب پارامترهای مؤثر بر فرآیند ارائه دادند.

در این پژوهش با در نظر گرفتن توزیع نیروی یکنواخت روی سطح تماس قطعات و با استفاده از قانون اصطکاک کولمب، مقدار حرارت تولیدشده محاسبه شده است؛ سپس توزیع دما در قطعه با حل معادله انتقال حرارت سه‌بعدی در دستگاه مختصات استوانه‌ای و با به‌کارگیری روش تبدیلات و استفاده از تبدیلات هانکل، فوریه و لاپلاس تعیین شده است. به‌طور کلی تبدیل هانکل در حل مسائل دستگاه مختصات استوانه‌ای با استفاده از روش جدایی متغیرها که پاسخ شامل توابع بسل می‌شود، به کار می‌رود. این تبدیل به‌ویژه برای حل مسائل با شرایط مرزی متقارن محوری مناسب است. در این مقاله انتقال حرارت در فرآیند جوشکاری اصطکاکی، با اصلاح و بهبود تبدیل هانکل ارائه‌شده به‌وسیله Mridula و همکاران [۱۸] که برای حل معادله انتقال حرارت در دستگاه استوانه‌ای

از سال ۱۹۵۸ تاکنون حجم چشمگیری از مطالعات و دست آورد ها درباره جوشکاری اصطکاکی به کاربردهای صنعتی این روش اختصاص داشته است. برای به‌کارگیری این دانش در صنعت ابتدا لازم است که جنبه های مختلف فرآیند به‌ویژه تغییرات دمایی که هنگام فرآیند روی می‌دهند، به‌طور کامل مشخص شود. نتایج این تحلیل حرارتی می‌تواند برای بهبود روش انجام فرآیند و همچنین راه‌های افزایش استحکام به کار رود. Craine و Francis فرآیند جوشکاری اصطکاکی میله‌ها را به روش آزمایشگاهی مطالعه کردند. آن‌ها با اندازه‌گیری دما به‌ویژه در محدوده اتصال به تأثیر پارامترهای مختلف بر توزیع دما در اطراف اتصال پرداختند [۲]. Maalekian و همکاران با استفاده از چهار روش مختلف، مقدار حرارت تولیدشده حین فرآیند را تقریب زدند و با ارائه مدلی یک‌بعدی به تحلیل حرارتی فرآیند جوشکاری اصطکاکی میله‌های فولادی پرداختند [۴]. بر اساس نتایج مطالعه آن‌ها تحلیل انتقال حرارت معکوس بهترین دقت را برای تقریب مقدار حرارت تولیدشده دارد. آن‌ها نشان دادند که مقدار حرارت تولیدشده به‌وسیله تغییر شکل پلاستیک در مقایسه با حرارت اصطکاکی قابل صرف‌نظر کردن است. Seli و همکاران توانستند با استفاده از روش جوشکاری اصطکاکی میله‌های ناهم‌جنس فولاد و آلومینیوم را به هم متصل کنند [۵]. آن‌ها ضمن بررسی خواص مکانیکی و ریزساختاری اتصال به مطالعه تأثیر پارامترهای مختلف بر این خواص و کیفیت اتصال پرداختند. در مطالعه دیگری Seli و همکاران ضمن اتصال میله‌های آلومینیوم و فولاد ساده به روش جوشکاری اصطکاکی، با ارائه مدل یک‌بعدی مقدماتی و ساده بر اساس تئوری اختلاف محدود، توزیع دما در نمونه را به دست آوردند [۶]. همچنین، از ورق آلومینیوم خالص به‌عنوان ورق بین لایه‌ای، باهدف ایجاد اتصال بهتر، در فرآیند جوشکاری استفاده کردند. Buffa و همکاران با استفاده همزمان از نتایج آزمایش و شبیه‌سازی عددی، به مطالعه ضریب اصطکاک در سطوح تماس حین فرآیند جوشکاری اصطکاکی و نحوه تغییرات آن بازمان پرداختند [۷]. Ratković و همکاران ریزساختار اتصال غیر هم‌جنس میله‌های فولادی جوشکاری شده به روش اصطکاکی را مطالعه کردند و به بررسی تأثیر پارامترهای فرآیند بر تشکیل فازها و ترکیبات مختلف در محدوده اتصال پرداختند [۸]. Pandia Rajan و همکاران به امکان‌سنجی اتصال تیوب‌های ناهم‌جنس فولادی با به‌کارگیری مواد پرکننده، به روش جوشکاری اصطکاکی پرداختند. آن‌ها با مطالعه نتایج بررسی‌های ریزساختاری سعی کردند مسیر جریان مواد حین فرآیند را فهمیده و با ارائه راهکارهایی جریان مناسب مواد برای رسیدن به بهترین کیفیت را کنترل کنند [۹]. Li و همکاران تأثیر سرعت چرخش محورها بر شکل‌گیری ترکیبات بین فلزی حین جوشکاری اصطکاکی محورهای ناهم‌جنس تیتانیوم- فولاد و خواص مکانیکی اتصال را بررسی کردند [۱۰]. Selvamani و همکاران تأثیرات پارامترهای فرآیند جوشکاری اصطکاکی بر خواص مکانیکی، متالورژیکی و شیمیایی اتصال ناهم‌جنس میله‌های فولادی را به روش تجربی مطالعه کردند و مقادیر بهینه پارامترها را باهدف رسیدن به بهترین کیفیت و بالاترین استحکام تعیین کردند [۱۱]. Prasanthi و همکاران با انجام بررسی‌های

570.2	0.026971889	750.2	0.000557978
660.2	0.038547002	930.2	0.000511982
750.2	0.039680712	1110.2	0.000453988
930.2	0.043932232		
1110.2	0.047900346		

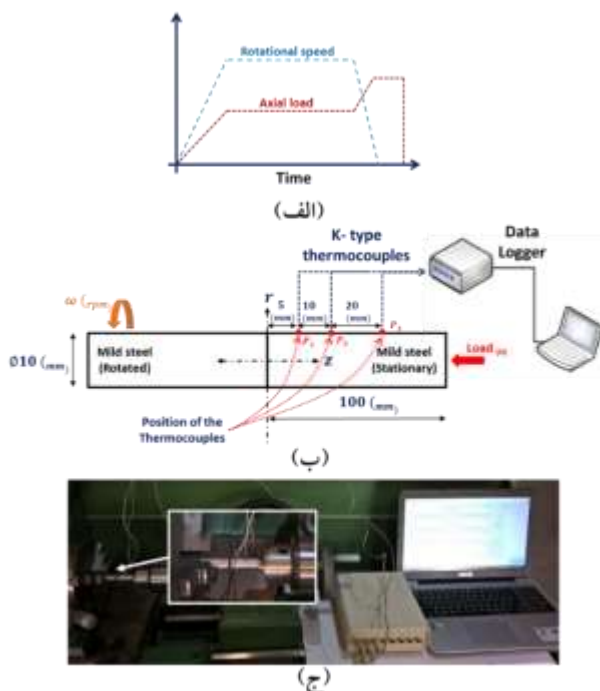


Fig. 1 Diagram of force variations and rotational velocity during the process, b) Location of thermocouples and sample sizes, c) Testing equipment.

شکل ۱ الف نمودار تغییرات نیرو و سرعت چرخش محور برحسب زمان، ب) محل قرارگیری ترموکوپل‌ها و اندازه‌های نمونه‌ها، ج) تجهیزات آزمایش.

۳- مدل سازی ریاضی فرآیند

حین فرآیند به دلیل اصطکاک زیاد و کار ناشی از تغییر شکل پلاستیک، دمای قطعات در منطقه اتصال در مدت زمان اندکی افزایش چشمگیری می‌یابد و بنابراین تحلیل گذرای مسأله اجتناب ناپذیر است. برای محاسبه توزیع دما، تحلیل انتقال حرارت با حل معادله کلی انتقال حرارت و در نظر گرفتن تولید حرارت اصطکاکی در سطح تماس و اتلاف حرارت از سطح قطعه به محیط انجام گرفته است. معادله اساسی حاکم بر مسئله گذرای ترمومکانیکی در دستگاه مختصات استوانه‌ای و با استفاده از شرایط تقارن محوری، به صورت زیر قابل بیان است:

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} \right) \left(k r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \left(\frac{\partial}{\partial z} \right) \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho C \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) \quad (1)$$

که در این عبارت $T(r, z)$ توزیع دما در قطعه، ρ چگالی، C ظرفیت گرمایی و k ضریب انتقال حرارت است. شرایط اولیه و مرزی حاکم بر مسئله عبارت‌اند از:

با شرایط اتلاف حرارت تشعشع ارائه شده است، تحلیل شده و توزیع حرارت در قطعات حین فرآیند تعیین گردیده است. همچنین برای صحت سنجی نتایج به دست آمده از تحلیل، آزمایش‌هایی باهدف مشخص کردن توزیع دما در قطعات طراحی و انجام شده‌اند.

۲- روش تحقیق

برای انجام آزمایش‌ها، از مجموعه‌ای که برای این کار آماده شده، شامل یک دستگاه تراش و یک گیره سه‌نظام، استفاده شده است. با نصب حسگر فشارسنج به سه‌نظام اندازه‌گیری نیروی فشاری وارد بر قطعات حین فرآیند میسر شده است و مقدار نیرو نیز با سازوکار پیچ قدرت تعبیه شده، با دقت قابل قبولی، قابل کنترل است. در آزمایش از میله‌هایی به جنس فولاد ساده کربنی به قطر 10mm و طول 100mm استفاده شده که ترکیب شیمیایی آن‌ها در جدول ۱ آورده شده است؛ همچنین خواص فیزیکی مواد وابسته به دما در نظر گرفته شده‌اند و جزئیات آن‌ها در جدول ۲ آمده است.

در آزمایش‌ها سعی شده است تغییرات نیرو برحسب زمان مطابق نمودار شکل ۱- الف باشد. در بخش اول نیروی محوری و سرعت چرخش همزمان با آهنگی ثابت افزایش می‌یابند تا به مقداری بیشینه برسند، که در این تحقیق مقدار نیرو تا ۱۰۰۰ نیوتن و سرعت چرخش تا ۸۰۰ دوربردقیقه افزایش یافته است. سپس در بخش دوم به دلیل اعمال نیرو همراه با چرخش یک محور، درحالی که محور دیگری ثابت است حرارت اصطکاکی تولید می‌شود که باعث افزایش دمای قطعات و رسیدن مواد به حد خمیری می‌شود. در انتها، با حذف چرخش و اعمال نیروی محوری فشاری بیشتر برای مدتی محدود که در این تحقیق نیرو به ۱۵۰۰ نیوتن رسیده است، اتصال انجام می‌شود. تغییرات دما با استفاده از سه ترموکوپل که در روی سطح محور ثابت قرار داده شده‌اند، اندازه‌گیری شده است (شکل ۱- ب). ترموکوپل‌های به کار رفته از نوع K بوده و ثبت داده‌ها با استفاده از یک ثبت دمای ۸ کاناله که توان داده‌برداری ۵۰۰ داده در هر ثانیه برای هر ترموکوپل را دارد، انجام شده است. در شکل ۱- ج تجهیزات استفاده شده نشان داده شده است.

جدول ۱ ترکیب شیمیایی میله‌های به کار رفته در آزمایش‌ها

Table 1 the chemical composition of the material

S	Pb	Mn	C	Component
0.05	0.04	0.45	0.15	Wt. %

جدول ۲ مشخصات فیزیکی میله‌های استفاده شده [۱۹]

Table 2 Mechanical properties of the material

Heat Capacity		Thermal conductivity	
Temperature (°C)	N/(mm2.°C)	Temperature (°C)	N/(Sec.°C)
212	0.032878279	212	0.00067822
390.2	0.03486238	390.2	0.000643498
480.2	0.035712252	570.2	0.00061109



در این عبارت μ ضریب اصطکاک بوده و ثابت فرض شده است. توان مصرفی برای چرخش روی جز سطح dA عبارت است از:

$$dP = dF_f(v_f) = 2\mu p \pi r^2 \omega dr \quad (7)$$

که V_f سرعت مماسی در هر نقطه روی سطح تماس است و برابر با $r\omega$ است که r فاصله و ω سرعت چرخش محور است. در نهایت شار حرارتی تولیدشده به وسیله اصطکاک روی سطح المان حلقوی انتخاب شده، برحسب فاصله از محور میله‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$q(r) = \frac{dP}{dA} = \mu p \omega r \quad (8)$$

تغییر دمای مواد حین تغییر شکل پلاستیک، خواص فیزیکی و مکانیکی مواد را تغییر خواهد داد. در تحلیل فرآیندهای همراه با تغییر شکل، معادلات سازگاری (شامل کرنش‌های حرارتی) با تغییر دما در قطعه، تغییر خواهند کرد. همچنین همزمان با تغییر شکل قطعه فضای انتقال حرارت و شرایط مرزی تغییر خواهند کرد. توان تغییر شکل پلاستیک (نرخ انرژی داخلی) با رابطه زیر قابل بیان است:

$$\dot{q} = \beta \bar{\sigma} \dot{\epsilon} \quad (9)$$

که $\bar{\sigma}$ تنش معادل، $\dot{\epsilon}$ نرخ کرنش معادل و β کارایی حرارتی در تغییر شکل پلاستیک است. بر اساس تئوری تغییر شکل پلاستیک، عمده کار پلاستیک به گرما تبدیل می‌شود و اندکی از آن نیز به صورت نابجایی در ماده ذخیره می‌شود [۲۰]. چون در این تحلیل مقدار حرارت ناشی از کار پلاستیک در مقایسه با حرارت تولیدشده به وسیله اصطکاک ناچیز است [۱، ۲۱] و همچنین برای ساده‌سازی محاسبات از کار پلاستیک صرف نظر شده است. قطعات همگن و همسانگرد فرض شده‌اند. بخش‌هایی از قطعات که در داخل گیره‌ها قرار دارند در مدل‌سازی لحاظ نشده و از انتقال حرارت در این قسمت‌ها صرف نظر شده است. از آنجاکه مدت زمان انجام فرآیند کوتاه است و با توجه به محدوده تغییرات دمایی قطعات، از اتلاف حرارت به صورت تشعشع روی سطح نیز صرف نظر شده است.

۴- بحث و نتیجه گیری

اولین بار تبدیل محدود هانکل به وسیله Sneddon برای حل مسائل در دامنه محدود به صورت زیر معرفی شد [۲۲]:

$$H_v[f(t), \lambda] = \int_0^b f(t) J_v(t\lambda) dt \quad (10)$$

در این رابطه $f(t)$ تابعی است که در دامنه $[a, b]$ تعریف شده و شرایط دریشله را ارضا می‌کند و J_v تابع بسل نوع اول از مرتبه v است. با استفاده از تئوری اشتورم-لیوویل Al-Hajri و Kalla [۲۳] و همچنین Ali و Kalla [۲۴] انواع دیگری از تبدیلات محدود هانکل را برای حل مسائل انتقال حرارت در دستگاه مختصات استوانه‌ای محدود و نیمه محدود با شرایط مرزی مختلف به کار برده‌اند. Antimirov از تبدیلات هانکل برای محاسبه توزیع دما در میدان‌های نفتی واقع در

اتلاف حرارت جابجایی روی سطح خارجی قطعات؛ بر اساس قانون سرمایش نیوتن این شرط عبارت است از:

$$-k \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R} = h(T_{r=R} - T_{\infty}) \quad (2)$$

که در این عبارت h ضریب انتقال حرارت جابجایی بین قطعه و هوا است.

فرض تقارن محوری؛ این فرض به صورت عدم انتقال حرارت در جهت عمود بر محور تقارن به شکل زیر در معادلات اعمال می‌شود.

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad (3)$$

فرض عایق حرارت؛ در قسمتی انتهایی قطعات که در داخل دستگاه قرار می‌گیرند به دلیل فاصله هوایی بین قطعه و بدنه دستگاه (که امکان جریان هوا در آن نیست) و همچنین مدت زمان بسیار کوتاه انجام فرآیند و برای ساده‌سازی حل از انتقال حرارت در این قسمت‌ها صرف نظر و فرض زیر لحاظ شده است:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=l} = 0 \quad (4)$$

شار حرارتی در سطح تماس قطعات؛ در سطح تماس دو قطعه به دلیل اصطکاک حرارت تولید می‌شود، این شرایط به صورت شار حرارتی معلوم روی سطح و به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$k \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z=0} = q \quad (5)$$

q مقدار شار حرارت تولیدشده روی سطح تماس است. شرایط ترمودینامیکی حاکم بر فضای جوشکاری مورد مطالعه در شکل ۲ نشان داده شده است.

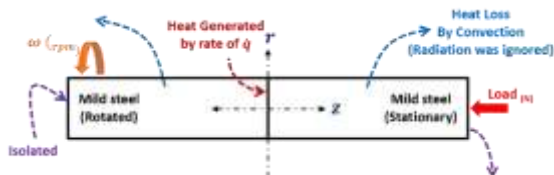


Fig. 2 The boundary conditions

شکل ۲ شرایط مرزی حاکم بر مسئله

۳-۱- فرضیات

مقدار حرارت تولیدشده q ، به اصطکاک و توزیع نیرو روی سطح تماس وابسته است در حالیکه توزیع دقیق نیرو روی سطح مشخص نیست. در این تحلیل توزیع نیرو یکنواخت فرض شده و حرارت اصطکاک با محاسبه توان اصطکاک و معادل قرار دادن آن با نرخ تولید حرارت، محاسبه شده است. المانی حلقوی به شعاع r و ضخامت dr روی سطح تماس فرض شده است و با توجه به فشار یکنواخت روی سطح تماس و مساحت المان $dA = (2\pi r)dr$ جزء نیروی اصطکاک روی المان سطح به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$dF_f = p \mu dA = 2\mu p \pi r dr \quad (6)$$



$$\frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial u}{\partial t} = r^{2-2c} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1-2l}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{l^2 - c^2 v^2}{r^2} u \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

$$v(r, z, 0) = f(r, z), \quad a < r < b$$

$$v(r, z_1, 0) = I_1(r, t), \quad u(r, z_2, 0) = I_2(r, t), \quad (11)$$

$$h_1 u + \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=a} = g_1(z, t), \quad h_2 u + \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=b} = g_2(z, t), \quad t > 0$$

$$v(r, z, t) = \frac{2}{z_2 - z_1} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{\|N_v(\lambda_i)\|} \bar{u}_s(\lambda_i; p, t) \sin\left(\frac{pnz}{z_2 - z_1}\right) N_v(\lambda_i r^c) \quad (12)$$

که در این پاسخ:

$$\bar{u}_s(\lambda_i; p, t) = e^{-\alpha^2 K t} \left\{ \alpha^2 \int_0^t e^{\alpha^2 K x} \left[b^{1-l} N_v(\lambda_i b^c) g_{2s}(p, x) - a^{1-l} N_v(\lambda_i a^c) g_{1s}(p, x) + \frac{p\pi}{z_2 - z_1} ((-1)^{p+1} \bar{I}_2(\lambda_i x) + \bar{I}_1(\lambda_i x)) \right] dx + \bar{f}_s(\lambda_i p) \right\}$$

$$, K = \lambda_i^2 c^2 + \frac{p^2 z^2}{z_2 - z_1} \quad (13)$$

مرزی، رابطه (۱۵) بدست خواهد آمد:

$$\frac{1}{\alpha^2} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} = [R^{1-l} g(z, t) N_v(\lambda_i R)] - \lambda_i^2 \bar{T} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial z^2} \quad (15)$$

با اعمال تبدیل کسینوسی فوری محدود بر طرفین رابطه (۱۵):

$$\bar{T}_c = \bar{T}_c(\lambda_i, p, t) = \int_{z_1}^{z_2} \bar{T}(\lambda_i, z, t) \cos\left(\frac{pnz}{z_2 - z_1}\right) dz \quad (16)$$

با اعمال تبدیل وارون کسینوسی فوری و همچنین با استفاده از رابطه (۱۷) و ساده سازی رابطه (۱۸) حاصل خواهد شد:

$$T_c \left[\frac{\partial^2}{\partial z^2}; p, t \right] = -\frac{p^2 \pi^2}{z_2 - z_1} \bar{T}_c + [(-1)^p T_z(r, z_2, t) - T_z(r, z_1, t)] \quad (17)$$

$$\frac{\partial \bar{T}_c}{\partial t} + \alpha^2 (\lambda_i^2 c^2 + \frac{p^2 \pi^2}{z_2 - z_1}) \bar{T}_c = \alpha^2 [R^{1-l} g_c(p, t) N_v(\lambda_i R)] + \alpha^2 [(-1)^p T_z(r, z_2, t) - T_z(r, z_1, t)] \quad (18)$$

سپس با قرار دادن شرایط مرزی در معادله (۱۸) و با تعریف

$$k = \lambda_i^2 c^2 + \frac{p^2 \pi^2}{Z} \quad (19)$$

رابطه (۱۹) بدست خواهد آمد:

$$\bar{T}_c(\lambda_i, p, t) = \exp(\alpha^2 k t) [\alpha^2 \int_0^t e^{-\alpha^2 k x} [R^{1-l} g_c(p, t) N_v(\lambda_i R)] + q] dx + \bar{f}_c(\lambda_i, p) \quad (19)$$

که در معادله بالا برای $\|N_v(\lambda_i)\|$ داریم:

$$\|N_v(\lambda_i)\| = \int_a^b x^{2c-2l-1} N_v^2(\lambda_i x^c) dx \quad (22)$$

و در نهایت با استفاده از معادلات (۱۹)، (۲۰) و (۲۱) پاسخ نهایی که بیان کننده توزیع دما در قطعه است به صورت رابطه (۲۳) بدست می آید:

$$T(r, z, t) = \frac{1}{(Z)} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\|N_v(\lambda_i)\|} [\bar{T}_c(\lambda_i, 0, t) + \sum_{p=1}^{\infty} 2 \bar{T}_c(\lambda_i; p, t) \sin\left(\frac{pnz}{z_2 - z_1}\right)] N_v(\lambda_i r^c) \quad (23)$$

لایه های زیرزمینی استفاده کرد [۲۵]. جزئیات کاملی از تبدیلات انتگرالی محدود و نیمه بینهایت و کاربردهای آن ها در حل مسائل مقدار مرزی در کتابی که به وسیله Sneddon نوشته شده [۲۲]، آمده است. Mridula و همکاران برای حل معادله ارائه شده و شرایط مرزی آن در رابطه (۱۰) از تبدیل محدود هانکل بهره گرفتند و حل آن را به صورت رابطه ی زیر ارائه کرده اند [۱۸]:

حل ارائه شده توسط Mridula و همکاران برای مسئله ای با هندسه متفاوت و شرایط مرزی تشعشع ارائه شده است. معادله و شرایط مرزی حاکم بر مسئله مورد مطالعه در مقاله حاضر با اصلاح و هماهنگ سازی حل ارائه شده توسط Mridula و همکاران، حل شده است. برای هماهنگ سازی از مقایسه معادله (۲)، معادله حاکم بر مسئله مورد مطالعه در این مقاله، و معادله (۱۱) ضرایب C ، l و V به دست می آیند و عبارت اند از:

$$l = 0, v = 0, c = 1 \quad (14)$$

با اعمال تبدیل هانکل محدود بر رابطه (۲) و استفاده از شرایط

با اعمال تبدیل معکوس کسینوسی فوری محدود و سپس تبدیل معکوس هانکل:

$$\bar{T}(\lambda_i, z, t) = \frac{1}{(z_2 - z_1)} \bar{T}_c(\lambda_i, 0, t) + \frac{2}{(z_2 - z_1)} \sum_{p=1}^{\infty} \bar{T}_c \cos\left(\frac{pnz}{z_2 - z_1}\right) \quad (20)$$

$$f(x) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{f(\lambda_i, l, c)}{\|N_v(\lambda_i)\|} N_v(\lambda_i x^c) \quad (21)$$

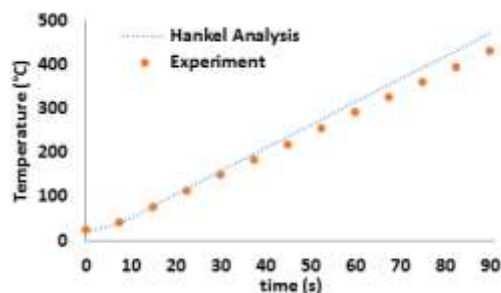


Fig. 5 The calculated temperature variation for the point P_1

شکل ۵ تغییرات دما برحسب زمان برای نقطه P_1 ، مقادیر اندازه‌گیری شده و محاسبه‌شده توسط تحلیل هانکل

در شکل ۶ توزیع دما در روی سطح میله ثابت برای زمانها مختلف رسم شده‌است. بررسی توزیع دما در امتداد محوری نشان می‌دهد که دما در نزدیکی سطح تماس بالاست و تغییرات دما در این امتداد شدید است، به‌گونه‌ای که با اندکی فاصله گرفتن از سطح تماس دما کاهش چشمگیری دارد، البته مدت‌زمان کوتاه انجام فرآیند نیز تشدیدکننده این نکته است؛ درنتیجه منطقه متأثر از حرارت در این فرآیند کوچک خواهد بود که از مزایای ویژه این فرآیند است.

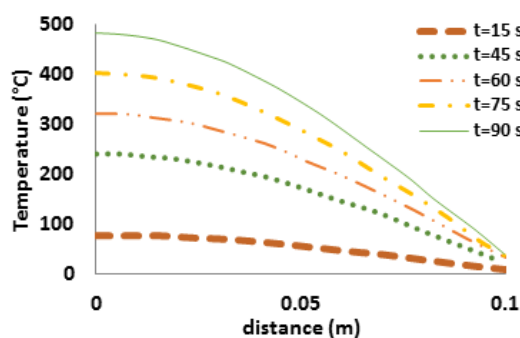


Fig. 6 The temperature distribution on the surface of the rod

شکل ۶ توزیع دما در روی سطح میله ثابت برای زمانها مختلف

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله تحلیل حرارتی فرآیند جوشکاری اصطکاکی مورد پژوهش قرار گرفت؛ ابتدا معادله انتقال حرارت حاکم بر فرآیند و شرایط مرزی بدست آمد و سپس معادلات بوسیله روش تبدیلات هانکل حل شده‌اند و با مقایسه پاسخ‌های بدست آمده با مقادیر اندازه‌گیری نتایج صحت‌سنجی شده‌اند. گرادیان شدید دما در نزدیکی سطح تماس نشان دهنده منطقه متأثر از حرارت کوچک این فرآیند است. با توجه به اینکه فرآیندهای جوشکاری اصطکاکی دارای محدوده دمایی ایده‌آل برای انجام مناسب فرآیند هستند بنابراین برای رسیدن به دمای مناسب برای انجام فرآیند می‌توان از یافته‌های این پژوهش برای تعیین نیروی مناسب استفاده کرد چراکه تنها پارامتر قابل کنترل برای تغییر دما، مقدار نیرو است. نتایج نشان می‌دهند که این روش برای حل معادلات انتقال حرارت منطبق بر فرآیند جوشکاری اصطکاکی که معادلاتی متقارن محوری هستند مناسب و کارآمد است.

۶- مراجع

- [1] Bouarroudj, E.-o., et al., Thermal analysis during a rotational friction welding. Applied Thermal Engineering, 2017. 110: p. 1543-1553.
- [2] Craine, R.E. and A. Francis, Frictional heat generated in the early stages of an orbital friction welding process. Wear, 1987. 114(3): p. 355-365.
- [3] Garbatov, Y., C. Guedes Soares, and K. Masubuchi, Residual Stresses and Distortion in Welds, in Reference Module in Materials Science and Materials Engineering. 2016, Elsevier.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود دقت این پاسخ تابع تعداد جملات بکار رفته از سری خواهد بود و هرچه تعداد جملات استفاده‌شده بیشتر باشد دقت پاسخ‌ها نیز بهتر خواهد بود، اما بر پیچیدگی محاسبات افزوده خواهد شد که زمان محاسبات را به‌طور چشمگیری افزایش خواهد داد. در نمودار شکل ۳ تأثیر تعداد جملات انتخاب‌شده در مقدار پاسخ نهایی به‌دست‌آمده برای توزیع دما در قطعه نشان داده‌شده است، لازم به توضیح است که در این نمودار دمای اندازه‌گیری و محاسبه شده در نقطه P_1 باهم مقایسه شده‌اند و در سایر نقاط نیز همخوانی مشابهی مشاهده شد. مشاهده شد که دقت پاسخ‌ها در نقطه با انتخاب بیش از ۱۲ جمله اول، تغییرات چشمگیری نداشته و انتخاب این تعداد جملات با دقت قابل قبولی به‌عنوان پاسخ نهایی کافی خواهد بود همچنین در نقطه‌های P_2 و P_3 به ترتیب با انتخاب ۹ و ۶ جمله همگرایی در پاسخ‌ها ملاحظه شد، بنابراین در تحلیل از ۱۲ جمله از بسط استفاده‌شده است.

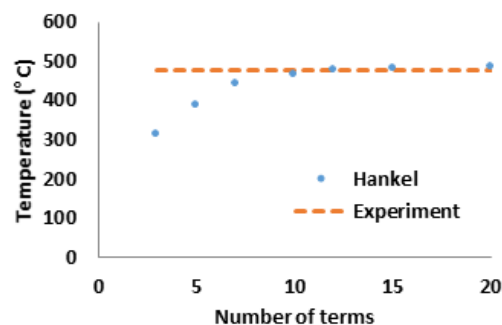


Fig. 3 The effect of the series sentences on the accuracy of the response
شکل ۳ تأثیر تعداد جملات سری بر دقت پاسخ به‌دست‌آمده از تحلیل تبدیلات هانکل

در نمودار شکل ۴ دمای اندازه‌گیری و محاسبه‌شده از تحلیل تبدیلات هانکل در انتهای زمان $t=90s$ برای نقاط واقع بر سطح خارجی میله ثابت و برحسب فاصله از سطح تماس دو میله، رسم و باهم مقایسه شده‌اند. مشاهده می‌شود که علاوه بر تطابق مناسب روند تغییرات ظاهری نتایج، بیشترین درصد خطا در حدود ۶ درصد نیز معقول است و بنابراین نتایج به‌دست‌آمده از تحلیل دارای دقت مناسب و قابل‌استفاده هستند.

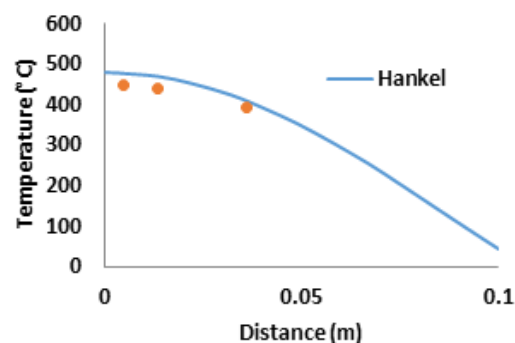


Fig. 4 The comparison between the measured and calculated temperature at time 90s

شکل ۴ مقایسه مقادیر اندازه‌گیری و محاسبه‌شده دما در زمان $t=90s$

نمودار تغییرات دما بر حسب زمان در ۹۰ ثانیه از انجام فرآیند، برای نقطه P_1 که با استفاده از اندازه‌گیری و حل معادله با استفاده از تبدیلات هانکل به‌دست‌آمده‌اند در شکل ۵ رسم شده است و ملاحظه می‌شود که بیشینه خطای محاسبات کمتر از ۶ درصد است. بنابراین این روش حل برای تحلیل حرارتی فرآیند جوشکاری اصطکاکی کارآمد و مناسب است و پاسخ‌های بدست آمده از آن می‌توانند برای مطالعه دقیق‌تر فرآیند به کار گرفته شوند.



- [4] Maalekian, M., et al., Comparative analysis of heat generation in friction welding of steel bars. *Acta Materialia*, 2008. 56(12): p. 2843-2855.
- [5] Seli, H., et al., Mechanical evaluation and thermal modelling of friction welding of mild steel and aluminium. *Journal of Materials Processing Technology*, 2010. 210(9): p. 1209-1216.
- [6] Seli, H., et al., Characterization and thermal modelling of friction welded alumina-mild steel with the use of Al 1100 interlayer. *Journal of Alloys and Compounds*, 2010. 506(2): p. 703-709.
- [7] Buffa, G., et al., Shear coefficient determination in linear friction welding of aluminum alloys. *Materials & Design*, 2015. 82: p. 238-246.
- [8] Ratković, N., et al., Micro-structure in the Joint Friction Plane in Friction Welding of Dissimilar Steels. *Procedia Engineering*, 2016. 149: p. 414-420.
- [9] Pandia Rajan, S., S. Senthil Kumaran, and L.A. Kumaraswamidhas, An investigation of metal flow during friction welding of SA 213 tube to SA 387 tube plate with backing block. *Alexandria Engineering Journal*, 2016. 55(2): p. 1187-1199.
- [10] Li, X., et al., Microstructure evolution and mechanical properties of rotary friction welded TC4/SUS321 joints at various rotation speeds. *Materials & Design*, 2016. 99: p. 26-36.
- [11] Selvamani, S.T., et al., Analysis of friction welding parameters on the mechanical metallurgical and chemical properties of AISI 1035 steel joints. *Materials & Design (1980-2015)*, 2015. 65: p. 652-661.
- [12] Prasanthi, T.N., et al., Friction welding of mild steel and titanium: Optimization of process parameters and evolution of interface microstructure. *Materials & Design*, 2015. 88: p. 58-68.
- [13] Ma, H., et al., Microstructure characterization and properties of carbon steel to stainless steel dissimilar metal joint made by friction welding. *Materials & Design*, 2015. 86: p. 587-597.
- [14] Leśniewski, J. and A. Ambroziak, Modelling the friction welding of titanium and tungsten pseudoalloy. *Archives of Civil and Mechanical Engineering*, 2015. 15(1): p. 142-150.
- [15] Lakshminarayanan, A.K., et al., Characteristics of friction welded AZ31B magnesium-commercial pure titanium dissimilar joints. *Journal of Magnesium and Alloys*, 2015. 3(4): p. 315-321.
- [16] Kumar, R. and M. Balasubramanian, Experimental investigation of Ti-6Al-4V titanium alloy and 304L stainless steel friction welded with copper interlayer. *Defence Technology*, 2015. 11(1): p. 65-75.
- [17] Kumar, R. and M. Balasubramanian, Application of response surface methodology to optimize process parameters in friction welding of Ti-6Al-4V and SS304L rods. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 2015. 25(11): p. 3625-3633.
- [18] Garg, M., A. Rao, and S.L. Kalla, On a generalized finite Hankel transform. *Applied Mathematics and Computation*, 2007. 190(1): p. 705-711.
- [19] Goldstein, R.J., et al., Heat transfer: a review of 1998 literature. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2001. 44(2): p. 253-366.
- [20] Nandan, R. and T.P.S. University, Computational Modeling of Heat Transfer and Visco-plastic Flow in Friction Stir Welding. 2008: Pennsylvania State University.
- [21] Hosseini, M.M., H. Basirat Tabrizi, and N. Jalili, Thermal optimization of friction stir welding with simultaneous cooling using inverse approach. *Applied Thermal Engineering*, 2016. 108: p. 751-763.
- [22] Sneddon, I.N., The use of integral transforms. 1972: McGraw-Hill.
- [23] Maha, A.-H. and S.L. Kalla, On an integral transform involving Bessel functions. *Bulletin de la Société des Mathématiciens et des Physiciens de Macédoine*, 2004. 28: p. 5-18.
- [24] Ali, I. and S. Kalla, A generalized Hankel transform and its use for solving certain partial differential equations. *The Journal of the Australian Mathematical Society. Series B. Applied Mathematics*, 1999. 41(1): p. 105-117.
- [25] Antimirov, M.Y., A.A. Kolyshkin, and R. Vaillancourt, *Applied Integral Transforms*. 2007: American Mathematical Society.