

توسعه طرح نمونه‌گیری Modified-RGS براساس شاخص بازده برای فرآیند اتو رگرسیو مرتبه اول

سیده عاطفه بنی‌هاشمی^۱، محمد صابر فلاح‌نژاد^۲، امیرحسین امیری^۳

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه یزد، گروه مهندسی صنایع؛ Banihashemi.atfe@gmail.com

^۲ دانشیار، دانشگاه یزد، گروه مهندسی صنایع؛ @yazd.ac.ir/fallahnezhad

^۳ دانشیار، دانشگاه شاهد، گروه مهندسی صنایع؛ Amiri@shahed.ac.ir

چکیده

طرح نمونه‌گیری به منظور پذیرش، یک ابزار مفید برای تضمین و کنترل کیفیت در صنایع است. در این مقاله، طرح نمونه‌گیری گروهی تکراری اصلاح‌شده (Modified-RGS) بر اساس شاخص بازده فرآیند، برای فرآیند اتو رگرسیو مرتبه اول توسعه داده می‌شود. طرح Modified-RGS از اطلاعات کیفی انباشته فعلی و پیشین استفاده می‌کند. پارامترهای طرح با کمینه نمودن متوسط تعداد نمونه مورد نیاز برای بازرسی و برقراری محدودیت‌های مربوط به ریسک مصرف‌کننده و تولیدکننده تعیین می‌شوند. نتایج نشان داد که وجود همبستگی بر عملکرد طرح تأثیر گذار است و با افزایش ضریب خودهمبستگی مقدار متوسط اندازه نمونه افزایش می‌یابد.

کلمات کلیدی: نمونه‌گیری به منظور پذیرش؛ فرآیند اتو رگرسیو مرتبه اول؛ شاخص بازده فرآیند

1- مقدمه

طرح‌های نمونه‌گیری به منظور پذیرش، روشی عملی و اقتصادی برای تعیین مطابقت انباشته محصول با استانداردهای کیفیت مورد نیاز هستند. و بر اساس نوع داده به دو نوع، وصفی و متغیر طبقه‌بندی می‌شوند. طرح‌های نمونه‌گیری به منظور پذیرش متغیر زمانی که میزان بازده مورد نیاز و هزینه‌های تولیدی بالا هستند و همچنین بازرسی پرهزینه و یا تست مخرب باشد، نسبت به طرح‌های نمونه‌گیری وصفی تعداد نمونه کمتری لازم دارند و حقوق تولیدکننده و مصرف‌کننده را نیز در نظر می‌گیرند [1].

بالامورالی و جان [2] مفهوم طرح نمونه‌گیری RGS وصفی را به بازرسی متغیر گسترش دادند. وو و همکاران [3] طرح RGS متغیر را بر اساس شاخص قابلیت فرآیند C_{pk} توسعه دادند. تصمیم‌گیری درباره انباشته در طرح RGS بر اساس انباشته فعلی است و انباشته‌های پیشین را در نظر نمی‌گیرد. از اینرو، این طرح کارایی نمونه‌گیری را به لحاظ زمان و هزینه بازرسی کاهش می‌دهد. برای برطرف کردن این مشکل لی و همکارانش [4] با در نظر گرفتن تاریخچه کیفیت اطلاعات انباشته‌های پیشین طرح Modified-RGS متغیر را که همان طرح RGS توسعه یافته با استفاده از مفهوم طرح نمونه‌گیری MDS است را بر اساس شاخص C_{pk} ارائه کردند. وو و همکاران [5] نشان دادند که شاخص قابلیت فرآیند C_{pk} می‌تواند بازده تقریبی فرآیند را برای حدود مشخصات دو طرفه ارائه دهد. در صورتی که، شاخص بازده فرآیند S_{pk} می‌تواند یک رابطه یک‌به‌یک بین مشخصات تولید و بازده واقعی فرآیند برقرار سازد و اندازه دقیق به جای تقریبی از بازده فرآیند را میسر می‌سازد. از اینرو، شاخص S_{pk} را می‌توان



به عنوان یک نسخه انعطاف پذیر تر از C_{pk} معرفی نمود. از اینرو، نسائی و فلاح‌نژاد [6] طرح نمونه‌گیری Modified-RGS را بر اساس شاخص S_{pk} پیشنهاد دادند. در تمام طرح‌های نمونه‌گیری فوق، فرض بر این است که مشخصات کیفی از توزیع نرمال پیروی می‌کنند و داده‌ها مستقل هستند. با این حال، در برخی فرآیندهای تولید، داده‌ها خود همبسته هستند و می‌دانیم که وجود همبستگی بر عملکرد شاخص‌های قابلیت فرآیند تأثیر گذار است [7-8]. بر اساس اطلاعات محققین تاکنون هیچ تحقیقی بر روی طرح نمونه‌گیری Modified-RGS متغیر برای فرآیندهای خود همبسته انجام نشده است. در این تحقیق ما، طرح نمونه‌گیری Modified-RGS را بر اساس شاخص بازده S_{pk} برای فرآیند اتو رگرسیو مرتبه اول توسعه می‌دهیم. ساختار مقاله بدین صورت است که در بخش 2 شاخص بازده S_{pk} برای فرآیندهای خود همبسته معرفی می‌شود. در بخش 3 مدل‌سازی مسئله ارائه خواهد شد. در بخش 4، نتایج ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی گزارش می‌شود. و در بخش پایانی، به نتیجه‌گیری و پیشنهادات برای مطالعات آتی پرداخته می‌شود.

2- شاخص عملکرد S_{pk} برای فرآیند اتو رگرسیو مرتبه اول

بویلس [9] برای اندازه‌گیری دقیق از بازده فرآیند شاخص S_{pk} را پیشنهاد داد.

$$S_{pk} = \frac{1}{3} \phi^{-1} \left[\frac{1}{2} \phi \left(\frac{USL - \mu}{\sigma} \right) + \frac{1}{2} \phi \left(\frac{\mu - LSL}{\sigma} \right) \right] \quad (1)$$

که $\phi(\cdot)$ تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد است و $\phi^{-1}(\cdot)$ معکوس تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد است. فرض کنید $S_{pk} = S_0$ باشد، سپس بازده فرآیند از طریق رابطه $Yield\% = 1 - \phi(3S_0)$ محاسبه می‌شود و عدم تطابق در میلیون¹ (NCPPM) توسط $NCPPM = 2[1 - \phi(3S_0)] \times 10^6$ محاسبه می‌شود. تخمین S_{pk} ، $\hat{S}_{pk}$ را می‌توان با استفاده از رابطه (2) بدست آورد.

$$\hat{S}_{pk} = \frac{1}{3} \phi^{-1} \left[\frac{1}{2} \phi \left(\frac{USL - \bar{x}}{s} \right) + \frac{1}{2} \phi \left(\frac{\bar{x} - LSL}{s} \right) \right] \quad (2)$$

$$+ \frac{1}{3} \phi^{-1} \left[\frac{1}{2} \phi(3\hat{C}_p \hat{C}_a) + \frac{1}{2} \phi(3\hat{C}_p(2 - \hat{C}_a)) \right],$$

که $\bar{x}$ و s به ترتیب با استفاده از روابط $\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i / n$ و $s = \left[\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 / (n-1) \right]^{1/2}$

محاسبه میشوند. علاوه بر این، لی و همکاران [10]، نشان دادند که $\hat{S}_{pk}$ دارای توزیع N است. که $\phi(\cdot)$ بیانگر تابع چگالی احتمالی (p.d.f) توزیع نرمال استاندارد است و a و b تابعی از C_p و C_a هستند و می‌توان به صورت زیر تعریف نمود:

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (3)$$

non-conformities in units of parts per million (NCPPM)1

$$b = \phi \zeta \quad (4)$$

برای یک فرآیند تحت مدل اتو رگرسیو مرتبه اول $AR(1)$ و نگ و تمیرات [8] عملکرد شاخص بازده $S_{pk; AR(1)}$ مورد مطالعه قرار دادند و امید ریاضی و واریانس $S_{pk; AR(1)}^{\circ}$ به صورت زیر محاسبه می شود:

$$E(S_{pk; AR(1)}^{\circ}) = S_{pk} + \frac{a(1-f)}{12\phi(3S_{pk})} \quad (5)$$

$$V(S_{pk; AR(1)}^{\circ}) = \frac{\frac{n a^2 F}{(n-1)^2} + b^2 g}{36n(\phi(3S_{pk}))^2} \quad (6)$$

که

$$f = 1 - \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} (n-i) \phi_i \quad (7)$$

$$F(n, \phi_i) = n + 2 \sum_{i=1}^{n-1} (n-i) \phi_i^2 + \frac{1}{n^2} \zeta \zeta \quad (8)$$

$$g = \frac{2}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-i} (n-i-j) \phi_i \phi_j$$

$$g(n, \phi_i) = 1 + \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n-1} (n-i) \phi_i \quad (9)$$

که ϕ_i برابرست با ضریب خودهمبستگی از 1 تا n .

3- توسعه طرح نمونه گیری به منظور پذیرش پیشنهادی بر اساس شاخص

معیاری که معمولاً برای سنجش عملکرد طرح های نمونه گیری به منظور پذیرش استفاده می شود، منحنی OC است که احتمال پذیرش و ریسک های تولیدکننده و مصرف کننده را تعیین می کند. طرح نمونه گیری Modified-RGS بر اساس دو نقطه بر روی منحنی OC طراحی می شود به طوری که منحنی OC از دو نقطه طراحی شده (S_{LQL}, β) و $(S_{AQL}, 1-\alpha)$ عبور کند. یعنی احتمال پذیرش انباشته در سطح کیفیت قابل قبول (AQL) باید بیشتر از $1-\alpha$ باشد و احتمال پذیرش انباشته در سطح کیفیت حدی (LQL) نباید بیشتر از β باشد. که به ترتیب S_{LQL} و S_{AQL} مقادیر AQL و LQL را در $S_{pk; AR(1)}$ بیان می کنند. شیوه نمونه گیری در طرح Modified-RGS به صورت زیر است:

گام 1: مقادیر پارامترهای ریسک تولیدکننده α و ریسک مصرف کننده β و S_{LQL} ، S_{AQL} و تعداد دفعات نمونه گیری های پیشین (m) را تعیین کنید.

گام 2: اندازه نمونه ای به اندازه n از انباشته گرفته و مقدار $S_{pk; AR(1)}^{\circ}$ را محاسبه کنید.

گام 3: اگر $S_{pk; AR(1)}^{\circ} \geq k_a$ باشد، انباشته را بپذیرید. اگر $S_{pk; AR(1)}^{\circ} \leq k_r$ باشد، انباشته را رد کنید و در صورتی که $k_r < S_{pk; AR(1)}^{\circ} < k_a$ برقرار باشد، نتایج m انباشته پیشین را در نظر بگیرید. اگر m انباشته قبلی تحت شرایط $S_{pk; AR(1)}^{\circ} \geq k_a$ پذیرفته شده باشند انباشته را بپذیرید و در غیر این صورت رد کنید.

احتمال پذیرش انباشته پس از اولین نمونه گیری بر اساس شاخص $S_{pk; AR(1)}$ به ترتیب با $P_a(S_{pk; AR(1)})$ و $P_r(S_{pk; AR(1)})$ نشان داده می شوند و به صورت زیر بیان می شوند:

$$P_a(S_{pk; AR(1)}) = P(S_{pk; AR(1)}^{\circ} \geq k_a) = 1 - \Phi\left(\frac{k_a - \left(S_{pk} + \frac{a(1-f)}{12\phi(3S_{pk})}\right)}{\sqrt{\frac{\frac{na^2F}{(n-1)^2} + b^2g}{36n(\phi(3S_{pk}))^2}}}\right) \quad (10)$$

$$P_r(S_{pk; AR(1)}) = P(S_{pk; AR(1)}^{\circ} < k_r) = \Phi\left(\frac{k_r - \left(S_{pk} + \frac{a(1-f)}{12\phi(3S_{pk})}\right)}{\sqrt{\frac{\frac{na^2F}{(n-1)^2} + b^2g}{36n(\phi(3S_{pk}))^2}}}\right) \quad (11)$$

احتمال پذیرش انباشته در طرح نمونه‌گیری Modified-RGS بر اساس شاخص بازده $S_{pk; AR(1)}$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\pi_a(S_{pk; AR(1)}) = \frac{P_a(S_{pk; AR(1)}) + [1 - P_a(S_{pk; AR(1)}) - P_r(S_{pk; AR(1)})] \cdot [P_a(S_{pk; AR(1)})]^m}{1 - [1 - P_a(S_{pk; AR(1)}) - P_r(S_{pk; AR(1)})] \cdot [1 - (P_a(S_{pk; AR(1)}))^m]} \quad (12)$$

تابع متوسط تعداد نمونه، (ASN)، برای طرح نمونه‌گیری Modified-RGS بر اساس شاخص بازده $S_{pk; AR(1)}$ را می‌توان از رابطه (13) محاسبه نمود.

$$ASN(S_{pk; AR(1)}) = n + n[1 - P_a(S_{pk; AR(1)}) - P_r(S_{pk; AR(1)})] \cdot [1 - (P_a(S_{pk; AR(1)}))^m] + n(P_a(S_{pk; AR(1)}))^m \quad (13)$$

توجه کنید که ASN تابعی از شاخص $S_{pk; AR(1)}$ است و $S_{pk; AR(1)}$ بیانگر سطح کیفیت انباشته است. برای طرح نمونه‌گیری Modified-RGS تابع هدف متوسط ASN در $S_{pk; AR(1)} = S_{AQL}$ و $S_{pk; AR(1)} = S_{LQL}$ کمینه می‌شود و سپس از طریق حل معادله بهینه‌سازی غیر خطی (14-19) پارامترهای بهینه طرح را می‌توان تعیین نمود:

$$ASN(S_{LQL}) = \frac{n}{1 - [1 - P_a(S_{pk; AR(1)}) - P_r(S_{pk; AR(1)})] \cdot [1 - (P_a(S_{pk; AR(1)}))^m]} \quad (14)$$

محدودیت‌ها:

$$S_{AQL} = \frac{P_a(S_{pk; AR(1)}) + [1 - P_a(S_{pk; AR(1)}) - P_r(S_{pk; AR(1)})] \cdot [P_a(S_{pk; AR(1)})]^m}{1 - [1 - P_a(S_{pk; AR(1)}) - P_r(S_{pk; AR(1)})] \cdot [1 - (P_a(S_{pk; AR(1)}))^m]} \geq 1 - \alpha, \quad (15)$$

$$\pi_a(S_{LQL}) = \frac{P_a(S_{pk; AR(1)}) + [1 - P_a(S_{pk; AR(1)}) - P_r(S_{pk; AR(1)})] \cdot [P_a(S_{pk; AR(1)})]^m}{1 - [1 - P_a(S_{pk; AR(1)}) - P_r(S_{pk; AR(1)})] \cdot [1 - (P_a(S_{pk; AR(1)}))^m]} \leq \beta, \quad (16)$$

$$0 < k_r < k_a, \quad (17)$$

$$S_{LQL} < S_{AQL} \quad (18)$$

$$n \geq 2. \quad (19)$$

4- ارزیابی عملکرد طرح نمونه‌گیری به منظور پذیرش پیشنهادی

جدول‌های 1 و 2 مقادیر پارامترهای بهینه (n, k_r, k_a) را به ازای مقادیر مختلف α و β و $\varphi = 4/0, 7/0$ و $m = 2, 3$ برای $(S_{AQL}, S_{LQL}) = (33/1, 00/1)$ و $(50/1, 33/1)$ نشان می‌دهند. برای مثال اگر $S_{AQL} = 33/1$ و $S_{LQL} = 00/1$ و $\alpha = 05/0$ و $\beta = 10/0$ و $\varphi = 4/0$ ، $m = 2$ باشد اندازه نمونه، عدد پذیرش، عدد رد و مقدار تابع هدف برابر خواهد بود با $n = 29$ و $k_a = 29/1$ و $k_r = 98/0$ و $ASN = 48/50$. یعنی انباشته را بپذیرید اگر بر اساس 29 نمونه بازرسی شده $S_{pk; AR(1)} \geq 29/1$ باشد و اگر $S_{pk; AR(1)} < 29/1$ باشد انباشته را رد کنید. و در صورتی که $S_{pk; AR(1)} \geq k_a$ پذیرفته شده باشند آنگاه انباشته را بپذیرید و در غیر این صورت رد کنید. از جداول مشاهده می‌شود که با افزایش فاصله S_{AQL} و S_{LQL} قضاوت کردن درباره انباشته راحت‌تر می‌شود. در نتیجه مقدار ASN کاهش می‌یابد. و با افزایش مقدار m منجر به افزایش اندازه نمونه و ASN می‌شود از اینرو هزینه بازرسی بیشتر می‌شود. و کاهش میزان ریسک تولیدکننده و مصرف‌کننده منجر به کاهش میزان هزینه و زمان بازرسی می‌شود. با افزایش φ مقدار ASN افزایش می‌یابد. به طور مثال اگر $S_{AQL} = 50/1$ و $S_{LQL} = 00/1$ و $\alpha = 01/0$ و $\beta = 01/0$ و $m = 2$ باشد مقدار ASN به ازای $\varphi = 4/0$ و $\varphi = 7/0$ به ترتیب برابر خواهد بود با 06/55 و 37/115.

5- نتیجه و پیشنهاد آتی

نمونه‌گیری به منظور پذیرش یک ابزار مهم برای کاهش هزینه بازرسی محصولات است و شامل اندازه نمونه و معیار پذیرش و رد انباشته است. در این مطالعه ما، یک مدل بهینه سازی برای طرح Modified-RGS براساس شاخص بازده فرآیند S_{pk} و برای فرآیند اتو رگرسیو مرتبه اول پیشنهاد دادیم. نتایج تحقیق نشان داد که وجود همبستگی بر عملکرد طرح تأثیر گذار است و با افزایش ضریب خودهمبستگی مقدار متوسط اندازه نمونه افزایش می‌یابد. بنابراین نادیده گرفتن همبستگی بین داده‌ها ممکن است منجر به هزینه بالای تولید و از دست دادن قدرت رقابت در بازار شود.

6- مراجع

- [1] Montgomery, D. C. 2009. Introduction to Statistics Quality Control. 6th ed. New York: Wiley.
- [2] Balamurali, S., & Jun, C. H. (2006). Repetitive group sampling procedure for variables inspection. *Journal of Applied Statistics*, 33(3), 327-338.
- [3] Wu, C. W., Aslam, M., Chen, J. C., & Jun, C. H. (2015). A repetitive group sampling plan by variables inspection for product acceptance determination. *European Journal of Industrial Engineering*, 9(3), 308-326.
- [4] Lee, A. H., Wu, C. W., & Chen, Y. W. (2016). A modified variables repetitive group sampling plan with the consideration of preceding lots information. *Annals of Operations Research*, 238(1-2), 355-373.
- [5] Wu, C. W., Pearn, W. L., & Kotz, S. (2009). An overview of theory and practice on process capability indices for quality assurance. *International Journal of Production Economics*, 117(2), 338-359.
- [6] Nesaei, M., & Fallah Nezhad, M. S. (2019). Designing variables sampling plans based on the yield index Spk. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 1-14.

- [7] Tamirat, Y., & Wang, F. K. (2019). Acceptance sampling plans based on EWMA yield index for the first order autoregressive process. *Journal of the Operational Research Society*, 70(7), 1179-1192.
- [8] Wang, F. K., & Tamirat, Y. (2015). Lower Confidence Bound for Process-Yield Index S_{pk} with Autocorrelated Process Data. *Quality Technology & Quantitative Management*, 12(2), 253-267.
- [9] Boyles, R. A. (1994). Brocess capability with asymmetric tolerances. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 23(3), 615-635.
- [10] Lee, J. C., Hung, H. N., Pearn, W. L., & Kueng, T. L. (2002). On the distribution of the estimated process yield index S_{pk} . *Quality and Reliability Engineering International*, 18(2), 111-116.

جدول 1. مقادیر پارامترهای بهینه طرح (n, k_r, k_a) و تابع هدف طرح Modified-RGS برای $(m = 2)$

α	β	$\varphi=4/0$								$\varphi=7/0$							
		$S_{AQL}=33/1$				$S_{AQL}=50/1$				$S_{AQL}=33/1$				$S_{AQL}=50/1$			
		$S_{LQL}=00/1$				$S_{LQL}=00/1$				$S_{LQL}=00/1$				$S_{LQL}=00/1$			
		n	k_r	k_a	ASN	n	k_r	k_a	ASN	n	k_r	k_a	ASN	n	k_r	k_a	ASN
0.0	0.0	75	1.03	1.25	104.0	41	1.05	1.35	55.06	16	1.04	1.25	218.0	87	1.06	1.35	115.3
1	1				2					2			5				7
	0.0	61	1.00	1.22	94.21	36	1.02	1.29	51.63	13	1.01	1.23	198.4	79	1.04	1.29	108.3
	5									1			8				5
	0.1	63	1.01	1.18	88.41	37	1.03	1.23	49.01	11	0.99	1.21	185.5	69	1.01	1.27	102.2
										5			3				8
0.0	0.0	48	1.05	1.32	71.23	24	1.06	1.46	35.62	10	1.06	1.32	147.5	51	1.08	1.47	73.91
5	1									2			7				
	0.0	39	1.03	1.27	56.90	21	1.05	1.38	29.85	78	1.03	1.29	118.3	40	1.04	1.43	61.79
	5												7				
	0.1	29	0.98	1.29	50.48	18	1.01	1.36	27.40	74	1.03	1.25	105.6	36	1.02	1.40	56.50
													4				
0.1	0.0	42	1.09	1.33	57.86	20	1.11	1.50	28.33	81	1.08	1.36	120.8	38	1.10	1.56	58.74
	1												6				
	0.0	27	1.03	1.34	43.42	14	1.04	1.49	22.25	58	1.05	1.34	89.14	26	1.03	1.56	45.38
	5																
	0.1	21	0.99	1.34	36.64	12	1.01	1.46	19.39	43	1.00	1.36	75.80	24	1.03	1.50	39.19

جدول 2. مقادیر پارامترهای بهینه طرح (n, k_r, k_a) و تابع هدف طرح Modified-RGS برای $(m = 3)$

		$\varphi = 4/0$								$\varphi = 7/0$							
α	β	$S_{AQL} = 33/1$				$S_{AQL} = 50/1$				$S_{AQL} = 33/1$				$S_{AQL} = 50/1$			
		$S_{LQL} = 00/1$				$S_{LQL} = 00/1$				$S_{LQL} = 00/1$				$S_{LQL} = 00/1$			
		n	k_r	k_a	ASN	n	k_r	k_a	ASN	n	k_r	k_a	ASN	n	k_r	k_a	ASN
0.0	0.0	75	1.03	1.25	105.6	40	1.04	1.35	56.02	16	1.04	1.25	222.4	84	1.05	1.36	116.8
	1				4					3			0				4
	0.0					36	1.02	1.29	51.91	13	1.01	1.22	199.4	82	1.05	1.28	108.8
	5	61	1.00	1.22	95.14					2			9				0
	0.1	60	1.00	1.19	89.58	37	1.03	1.23	49.18	12	1.00	1.20	187.1	72	1.02	1.26	102.9

						2	6	5									
0.0	0.0					11	1.07	1.30	157.7	58	1.11	1.43	77.60				
5	1	54	1.07	1.29	73.84	25	1.06	1.45	37.77	3	4						
	0.0					21	1.04	1.39	31.39	76	1.02	1.30	124.2	41	1.04	1.42	64.06
	5	36	1.01	1.29	59.22					1							
	0.1					17	0.99	1.38	28.11	68	1.01	1.27	108.3	42	1.06	1.34	57.96
		34	1.01	1.25	51.99					1							
	0.0					22	1.13	1.47	30.12	85	1.08	1.35	129.7	42	1.12	1.52	62.17
0.1	1	39	1.06	1.35	62.69					3							
	0.0					16	1.07	1.44	23.60	61	1.05	1.33	95.44	28	1.04	1.53	48.23
	5	27	1.02	1.34	46.26												
	0.1	21	0.98	1.34	38.97	13	1.03	1.43	20.24	55	1.05	1.29	79.92	27	1.06	1.45	41.02