ششمین همایش ملی
معماری و شهر پایدار
دانشکده مهندسی معماری و شهرسازی
دانشگاه شهید رجایی
اسفند ۱۴۰۰

6th National Conference on
Sustainable Architecture and City
Faculty of Architecture and Urban Planning
Shahid Rajaee University
March 2022

نگرش هندسه جبری در معماری اسلامی

سپیده رسولی‌پور[۱]،یوسف گرجی مهلبانی[۲]، سید محسن موسوی[۳]

۱- دانشجو کارشناسی ارشد معماری دانشگاه بین‌اللملی امام خمینی(ره) se.rasoolipor@gmail.com

۲- استاد گروه معماری دانشگاه بین‌اللملی امام خمینی(ره) gorji@arc.ikiu.ac.ir

۳- استادیار دانشگاه مازندران mohsen.moosavi@umz.ac.ir

Algebraic Geometry Approach in Islamic Architecture

Sepideh Rasoulipur [1], Yousef Gorji Mehlabani [2], Seyed Mohsen Mousavi [3]

1- Student University of Imam Khomeini International

2- Professor University of Imam Khomeini International

3- Assistant Professor University of Mazandaran

*Corresponding Author: Sepideh Rasoulipur - se.rasoolipor@gmail.com E-mail: ایمیل نویسنده مسئول

چکیده

ریاضیات به‌عنوان علم مادر همواره راهی برای توسعه دانش‌های مختلفی از جمله معماری بوده است. هندسه جبری نیز یکی از شاخه‌های پویای ریاضیات محض بوده است. جبر و هندسی یکی از مهمترین دست آوردهای ریاضیات اسلامی است. این شاخه از ریاضیات به‌عنوان یک ابزار مهم در مطالعات مهندسی است، زندگی روزمره ما و مطالعه ریاضیات همچنان ادامه دارد رشدذ آنچنانکه و هر روز کاربردهای جدیدی از آن در زندگی ما کشف می‌شود. با این حال نقش و تأثیر این دست آوردهای مهم در ریاضیات معماری اسلامی کمتر مورد بررسی قرار گرفته است. برای شناخت بهتر ریاضیات اسلامی ما در ابتدا با دو مؤلفه یکی هندسه به‌عنوان موضوع شناخته شده در معماری اسلامی و جبر به‌عنوان موضوع شناخته شده در ریاضیات اسلامی، پژوهش حاضر پیش رفته است.

بنابراین در پژوهش حاضر با رویکرد تطبیقی و روش تحقیق ترکیبی شامل روش تاریخی انتقادی و روش تحلیل محتوای کیفی با استدلال استقرایی و قیاسی، به خوانش معماری اسلامی با نگرش جبری هندسی پرداخته شده است. هدف پژوهش حاضر شناسایی لایه‌های نهان جبری و هندسه در گره‌های سه بعدی و کاربرد آن در معماری می‌باشد. به‌صورت کلی این نگرش موجب توسعه استانداردسازی روش‌های طراحی از طریق تولید دستورالعمل‌های تکرارپذیر الگوریتمی و انواع روش‌های بهینه‌سازی، در توسعه گره‌های سه بعدی در معماری اسلامی شده است. شناخت چگونگی تأثیر نگرش جبری- هندسی بر سنت معماری اسلامی و تأثیرات بلند مدت آن، شناخت علاوه بر توسعه معماری اسلامی در دوران معاصر، امکان معاصر سازی روش‌های پیشرو را فراهم می‌سازد.

واژه‌های کلیدی: ریاضیات معماری؛ جبر هندسی؛ ریاضیات اسلامی، گره‌چینی

Abstract

Mathematics has traditionally served as a mother science for the development of other fields, including architecture. One of the most vibrant fields of pure mathematics is algebraic geometry. One of the most remarkable achievements of Islamic mathematics is algebra and geometry. This field of mathematics is becoming increasingly essential in engineering research, daily life, and studying mathematics, with new applications being discovered every day. Nevertheless, the importance and influence of these significant discoveries in Islamic architectural mathematics have received less attention. The current research began with two elements to better comprehend our Islamic mathematics. First, there is geometry, which is well-known in Islamic architecture, and then algebra, which is well-known in Islamic mathematics .

As a result, Islamic architecture with a geometric algebraic perspective has been investigated using a comparative approach and a hybrid research technique that includes a critical historical method and qualitative content analysis method with inductive and deductive reasoning. The present study aims to discover the underlying algebraic layers and geometry in three-dimensional nodes, as well as to use this knowledge in architecture. In the creation of three-dimensional nodes in Islamic architecture, the approach mentioned above has led to the standardization of design approaches through the provision of repeatable mathematical instructions and a range of optimization methodologies. Identifying the impact of algebraic-geometric thinking on Islamic architectural heritage and its long-term consequences, as well as the evolution of Islamic architecture in the modern period, opens up the prospect of updating modern methodologies.

Keywords: Architectural mathematics, geometric algebra; Islamic mathematics,3D- girih

۱- مقدمه

ریاضیات به‌عنوان مهمترین دست‌آورد بشر، یک عامل فرهنگی شناخته شده است بین ریاضی و معماری (دست آوردهای ذهنی و عینی) در تمدن اسلامی، رابطه معناداری وجود دارد. ریاضیات اغلب به‌عنوان مطالعه‌ای درک می‌شود که با کمیت‌ها، بزرگی‌ها و روابط سروکار دارد بین اعداد و نمادها در علم مطالعه یک ماده یا یک رویداد خاص که معمولاً شامل مطالعه ساختار، نظم و سایر خصوصیات آن است که از شیوه‌های عنصری شمارش تکامل یافته است. بنابراین، ریاضیات می‌توان آن را علمی تلقی کرد که با استدلال منطقی و محاسبه سروکار دارد. در طول سالیان، توسعه آن مستلزم درجه فزاینده‌ای از ایده‌آل سازی و انتزاع موضوع آن است. ریاضیات شامل سه موضوع اصلی شامل حساب، هندسه و تحلیل است. گرابار محقق تاریخ معماری اسلامی معتقد است که: تکوین سنت در اسلامی با بیش از هزار سال قدمت، صرفاً با مطالعه آثار و بررسی انسداد هنری ممکن نخواهد شد، بلکه باید با دو زمینه دیگر، یکی زمینه‌های فرهنگی و دیگری زمینه‌های تئوری آن دوران، نیز بررسی شود.

با توجّه به اینکه امروزه طراحی محاسباتی از جمله روش‌های الگوریتمی و پارامتریک تفکر و گفتمان قالب در معماری معاصر دنیا می‌باشد. به علاوه با توجّه به تعاملات گسترده‌ای که میراث معماری اسلامی با این تفکر طراحی داد. بررسی ریشه‌های جبری- هندسی در معماری اسلامی می‌تواند جنبه‌های محاسباتی و الگوریتمی نهفته در مبانی فکری این معماری را تبیین کند. در راستای درک درست از معماری اسلامی، نتایج علاوه بر اینکه منجر به شناخت بهتر میراث فکری معماری اسلامی شده، بلکه زمینه‌ای در پی فهم لایه‌های نهان ریاضیات معماری در معماری دوران اسلامی پیش از مدرن که موجب خلق زیبایی‌های هندسی مشهود در معماری این دوران بوده را پدیدار می‌کند.(مریم دوریان،۱۳۹۸)

۲- روش‌شناسی

دو نگرش برای خوانش ریاضیات معماری اسلامی در گذشته می‌باشد. دیدگاه نخست:خوانش معماری گذشته بوسیله‌ی ریاضیات امروز و دیگری خوانش معماری گذشته با دانش ریاضی همان روزگاران می‌باشد (steinhardt , 2007:115). در نگرش نخست، اگرچه به نتایج جالبی به‌دست آمده است، امّا به‌دلیل آنکه شواهد طبقه‌بندی شده‌ای برای وجود مفاهیم جدید ریاضی در دوران مورد مطالعه وجود ندارد،علاوه بر این مسیر خلاقانه‌ای که در تعامل بین ریاضی و معماری در آن روزگاران بوده است را آشکار نمی‌سازد. در دیدگاه دوم؛ که بیشتر با رویکرد اسنادی می‌باشد نیز به‌دلیل کمبود منابع شناختی، نداشتن نقشه راه مناسب در شناخت جنبه‌های نهان این تعاملات، عمدتاً بخشی از این دانش در پرده‌ای از ابهام باقی مانده است. بنابراین پژوهش حاضر با رویکرد تطبیقی و روش تحقیق ترکیبی شامل روش تاریخی انتقادی و روش تحلیل محتوای کیفی با استدلال استقرایی و قیاسی، به نگرش در جبری هندس در معماری اسلامی می‌پردازد. با توجّه به اینکه در دوران معاصر هم ریاضیدانان و هم معماران به شرح ایده‌ها و متد کار خود پرداخته‌اند، داده‌های کافی برای استخراج یک مدل ابتدایی از انواع تعاملات بین ریاضی و معماری در این دوران وجود دارد. از طرفی هر تعاملاتی بین ریاضی و معماری با پذیرفتن درصد کمی تقریب قابل تطبیق با دیگر دوره‌ها است. در این رویکرد اگرچه الگوی ابتدایی بر اساس علم و عمل معاصر یافت شده ولی مانعی برای تحلیل داده‌های تاریخی مبتنی بر علم و عمل در همان زمان مور نظر نمی‌شود. بر این اساس دو رویکرد مطرح شده در مطالعات پیشین، با هم ترکیب شده و نتایج آنها مکمل هم شده است. رویکرد تطبیقی یعنی مقایسه احوال پدیده‌ها از جهت نسبت و ارتباطی که با زمان و مکان دارد که حاصل عمده این گونه مطالعات عبارت از طبقه‌بندی و تسلسل حوادث و مؤسسات است. از آنجا که تحقیق تطبیقی یک روش کیفی است، محقق باید در میان انبوهی از جزئیات الگویابی کند و طرح بیرون بکشد. داده‌های تحلیل تطبیقی داده‌های بین جامعه‌ای یا بین دوره‌ای هستند رویکرد تطبیقی گفت و شنود بین تئوری و شواهد را امکان‌پذیر می‌سازد (زرین‌کوب، ۱۳۶۴: ۱۲).

۳- نگرش جبری و هندسی

۳-۱. پیدایش جبر هندسی

برخی از ریشه‌های هندسه جبری به قبل از کارهای یونانیان هلنی قرن پنجم قبل از میلاد می‌رسد. به‌عنوان مثال، مسئله تضعیف مکعب این بود که چگونه می‌توان پاره خطی به طول x ساخت به‌گونه‌ای که حجم مکعبی به ضلع x برابر مکعب مستطیلی به ابعاد $a2b$ باشد که در آن a و b به ما داده شده‌اند (Dieudonne, 1975: 537). اتفاق بعدی، در قرن سوم قبل از میلاد، مطالعه نظام‌مند ارشمیدس و آپولونیوس بر روی مسائل مقاطع مخروطی بود، که در آن از مفهوم مختصات استفاده شد.

استخراج ریشه‌های مکعبی برای اولین بار توسط کوشی لبیام توصیف شد، امّا عمر الخیام بود که اینها را نظام‌مند کرد. چالش‌ها و مسائل در علم حساب مسلمانان به نظریه اعداد و علم توجّه داشتند که ارتباط نزدیکی با مطالعه مربع‌های جادویی و اعداد دارند. اثری با عنوان کتاب المختصر فی حساب الجبر و علم المقابله مشهورترین اثر باقیاز ریاضیات اسلامی است که خوارزمی آن را تدوین نموده مانده است.

برخی از شاخه‌های ریاضیات که تا حد زیادی در زیر بلوغ مشورت خوارزمی بوده شامل مطالعه جبر و کشف عدد صفر است. که امروزه در ریاضیات از اهمیت بالایی برخوردارند.

ابن هیثم نیز در قرن ۱۰ بعد از میلاد برخی معادلات مکعبی را صرفاً با روش‌های خالص جبری حل، سپس نتایج را به‌وسیله هندسه، تفسیر می‌کرد. ریاضی‌دان فارسی‌زبان، خیام (متولد ۱۰۴۸ پس از میلاد) روشی برای حل معادلات مکعبی با استفاده از تقاطع یک دایره و سهمی کشف کرد (Kline,1964: 234). به نظر می‌رسد که اولین شخصی بود که نظریه عمومی معادلات درجه سوم را درک کرده باشد (Woodburay, 2010: 115). چند سال پس از عمر خیام، کتاب شرف‌الدین طوسی به‌عنوان ال معادلات به‌عنوان «آغاز راه هندسه جبری» توصیف گشت (Rashid, 2014: 116).

جدول۱: تاریخچه جبر در ریاضیات

تاریخچه جبر در ریاضیات	
مصر	جبر مصر باستان فقط در حل تعدادی مسئله خلاصه می‌شود که بسیاری از آنها ساده بودند (Tabak, 2002: 10). ریاضیات مصری هرگز به سطح ریاضیات بابلی نرسید (Haward, 1983: 44) عدد پی هم برای آنها نیز ناشناخته نبوده است، که آنها مقادیر ۳ در نظر می‌گرفتند (Rossi, 2003: 24-25).
بابل	بابلی‌ها در زمینه جبر خیلی ابتدایی بودند و آنها نتوانستند جبر را توسعه دهند و برای همین منظور جبر آنها جبر مقدماتی، حسابی و یا عددی است (Tabak, 2002: 7).
یونان	یونانی‌ها در زمینه هندسه بسیار قوی‌تر از جبر بودند و معادلات درجه دوم را به کمک روش‌های هندسی حل می‌کردند و این می‌توانست زمینه‌ای برای شکل‌گیری هندسه جبری باشد (معصومی همدانی، ۱۳۸۵: ۵۷۸)، (مصاحب، ۱۳۳۹: ۱۱۱-۱۱۲)
	هندیان به تمام تصاعدهای حسابی و هندسی دست یافته بودند (Clark, 1930: 36). مانند: دیفانتوس جبر را تخلیص کرده و اعداد گنگ منفی می‌ساختند و توانسته بودند تمام جواب‌های معادله سیاله خطی ($ax+by=c$) را به‌دست آوردند (Burton, 2006: 227).

هند	برهمکوپتا	یکی از بزرگترین ریاضیدانان هندی برهمکوپا بود که در قرن هفتم میلادی می‌زیست و یکی از مشخصه‌های وی استفاده از سبک نماد گذاری جبر که شبیه کاری است که دیوفانتوس انجام داد با این تفاوت که برای نشان داد عدد منفی یک نقطه روی آن می‌گذاشت و برای متغییرهای از رنگ‌های مختلف استفاده می‌کرده است. (Tabak, 2002,40)
	مهاویرا[1]	مهاویرا یکی دیگر از بزرگترین ریاضی‌دان هند است در قرن نم میلادی بوده که ریاضیات او الهام گرفته از برهمکوپا می‌باشد. مسائل جبری در کتاب او به دو قسمت تقسیم می‌شود: دسته اول ترکیبات، که او به مطالعه در این زمینه، که امروزه علم مستقل از جبر است و به فرمول بسیار مهمی که امروزه استفاده گسترده دارد رسیده که انتخاب (r) شیء از (n) شیء را نشان می‌دهند (Tabak, 2002,41) $C_{n,r} = \binom{n}{r} = \frac{N(n-1)(n-2)\dots(n-r+1)}{R(r-1)(r-2)\dots(2)(1)}$
چین		بیشتر آثار چینی‌ها از بین رفته ولی آنها عدد(π) را می‌شناختند و آنها را تا دقت هفت رقم اعشار استفاده می‌کردند. از مربع‌هایی که آنها را مربع سحرآمیز می‌خوانند کمک گرفته و معادل را حل می‌کردند. آنها با آراستن ضریب این معادلات در درون یک مربع و انجام عملیات ضرب و تفریق روی آرایه‌ها شبیه ماتریس‌های کنونی و به‌دست آوردن مربعی هم ارز مربع قبلی معادلات را حل می‌کردند (Burton, 2006: 261), (Boyer,1997: 197) 36z=99, 5y+ z+=24, 3x+2y+z=39

۳-۲- جبر در ریاضیات اسلامی

ریاضیات یکی از دانش‌های بنیادی است که در درک رفتار افراد و زندگی اجتماعی بسیار تأثیرگذار می‌باشد، جهان و محتویات آن و همچنین منطق پشت هر رویداد یا پدیده‌ای که رخ می‌دهد منشأ آن از ریاضیات می‌باشد. در اسلام ریاضیات به‌عنوان ابزاری مهم و کاربردی برای زندگی انسان‌ها تلقی می‌شود ریاضیات اسلامی با اولین کتاب (جبر ومقابله) خوارزمی از دانشمندان جهان اسلام آغاز شده و تا کتاب عیون الحساب محمد باقر یزدی ادامه پیدا می‌کند و آن را می‌توان آخرین کتاب دوره اسلامی خواند که از مستقل آثار اروپایی‌ها نوشته شده است (قربانی، ۱۳۷۵: ۱۲). ظهور اسلام که مطابق بود با قرون تاریکی در غرب زمینه‌ساز توسعه‌ی علم از جمله ریاضیات شد. درتوصیف این دوران می‌توان به رساله‌ی خوارزمی مراجعه کرد. علوم هندسه یا علم هندسه که در دوره خلاقیت (قرن ۱۹-۱۵) توسعه یافته است. این دوره آثار ترجمه شده از هند و یونانی تصحیح و حاشیه نویسی شد که پدیده‌ای حاصل از نویسندگان مسلمان بود ما در این پژوهش به بررسی جبر هندسی که یکی از دستاوردهای دوران اسلام در ریاضیات می‌باشد پرداخته‌ایم. همچنین کتاب‌های ارزشمند مسلمانان در ریاضیات اسلامی در زمینه جبر و جبر هندسی عبارتند از: الخوارزمی، الکشی، الخیام و الحزین که این کتاب‌ها برخی از مفاهیمی که در ریاضیات امروزی استفاده می‌شود. مسلمانان همچنین هندسه و اندازه‌گیری زمین‌شناسی و نقشه‌برداری زمین را برای اهداف مالی به کار می‌بردند. مثلثات، گسترش هندسه، یکی از شاخه‌های ریاضی است که مسلمانان آن را گسترش داده‌اند.

[1] Mahavira

به‌دلیل ایجاد تقویم، ارتباط نزدیکی با نجوم دارد، همینطور تئوری و عمل ساعت‌های آفتابی، در سراسر جهان اسلام رواج داشت.

خوارزمی کتاب جبر و مقابله خود علمی را پایه‌ریزی کرد که پیش از وی سابقه نداشت. ارزش این ابتکار، یا به تعبیر بهتر اختراع، چه از نظر علمی و چه از نظر فرهنگی و نژادی بیش از آن است که به تصور آید؛ زیرا این علم استدلالی و دقیق اصل را، که عده‌ای از متفکران غربی بنا نهاده بودند و از آن برای برتری «علم اروپایی» موضوعه نژاد اروپایی بر نژادهای دیگر سود می‌جستند، به چالش می‌کشید (سارتین، ۱۳۷۵: ۱۳۲).

سده نهم میلادی، اساساً سده اسلامی بوده است تمدن اسلامی با ایجاد مراکز علمی زمینه ترجمه‌ها و تألیفات علمی را فراهم کرده بودند در تاریخ ریاضیات اسلامی سه دوره قابل مشاهده است (قربانی، ۱۳۷۵: ۱۲).

مسلمانان جبر را به شکل اصولی و کلی درآورده‌اند و قوانینی را برای آنها به‌دست آورده‌اند (Boyer,1997: 197). روش‌هایی که آنها در حل معادلات جبری به کار می‌برند کاملاً قوانین آنها را شرح می‌داد. ریاضیدان‌های مسلمان فقط به حل معادلات جبری اکتفا نکرده‌اند آنها را با اثبات‌های هندسی ثابت کرده‌اند. شاید بهترین کار ریاضیدانان مسلمان در زمینه جبری و هندسی باشد که این کار در دوران ریاضیدان برزگ قرن پنجم هجری (حکیم عمر خیام) به اوج رسید (Haward, 1983: 44). هندسه جبری یکی از مهم‌ترین کارهای مسلمانان در ریاضیات به‌ویژه خیام در قرن پنجم است. در معادلات مکعبی خیام به اوج می‌رسد. مشارکت عمر خیام در زمینه ریاضیات بسیار زیاد است . از جبر گرفته تا هندسه و بسیاری موارد دیگر، او همچنین در مورد آثار بسیاری تحقیق و اظهار نظرمانند: ریاضیدانان یونانی، به ویژه اقلیدس و ارشمیدس، کرده بود. در هندسه، خیام به تئوری توازی‌ها علاقه زیادی داشت. زیرا او سعی کرد فاصله بین آنها را پر کند. اصل موازی با فرض چهارم، که ادعا می‌کند تمام زوایای قائم برابر هستند.

نگرش جبری و هندسی پیش از آنکه تعریفش در ریاضیات باشد. روش اصل اثبات پنجم اقلیدسی خیام باعث رسم دیاگرام‌هایی شد که شبیه اشکالی است که لباچوسکی و ریمان در هندسه غیر اقلیدسی دارند (فارابی، ۱۳۷۵: ۱۲).

۳-۴- ریاضیات در معماری

از گذشته تا به حال، ریاضیات و معماری ارتباط نزدیکی با یکدیگر داشته‌اند، اصلی‌ترین و کاربردی‌ترین روش‌های طراحی همیشه متعلق به ریاضیات معماری بوده است. حتی در یونان باستان نیز هندسه اقلیدسی از بخش‌های ریاضیات معماری می‌باشد. در قرن هیجدهم که طاغوت دوری از معماری بود، هنگامی که اولین مدرسه مهندسی در پاریس در ۱۷۴۷ میلادی تأسیس شد شکسته شد. ریاضیات و معماری هر کدام به تنهایی تکامل یافته‌اند مرحله جدیدی در رابطه ریاضیات و معماری با توسعه فناوری رایانه و اینترنت آغاز شد. معماران موفق باید بتوانند مسائل ریاضی کاربردی را حل کند. این مسائل ریاضی کاربردی عبارتند: مشکل تعیین مقاومت سازه‌ها، بهینه‌سازی سازه، ثبات و حالت‌های عملکرد آنها را کنترل کنند. یک معمار شایسته باید مهارت‌های عالی در نقاشی، مجسمه‌سازی همینطور دانش خوبی از ریاضیات داشته باشد (Moskvina, 2019: 13) جایگاه دانش هندسه از دیر زمان در معماری کهن بدان اندازه بوده است که ابوالوفاء بوزجانی (۳۳۰-۳۸۰ ه. ق) در بغداد جلسات و کارگاه‌های عملی برگزار می‌کرد که نیمی از شرکت‌کنندگان آن، معمار و نیمی دیگر ریاضیدانان بودند. او در این جلسات بر ایجاد ارتباط بین هنر و ریاضی از راه به چالش کشیدن هنرمندان و ریاضیدانان با طرح مسائل مشترک چالش می‌کرده است .

یکی از پیامدهای ممنوعیت اسلام در تصویرسازی شکل انسان بود، به همین منظور آنها از ریاضیات به شکل یک هنر استفاده می‌کردند. استفاده گسترده از الگوهای هندسی برای تزئین ساختمان‌ها، اشکال مختلف تقارن که می‌تواند بر روی یک سطح دو بعدی به تصویر کشیده شود، هنرمندان مسلمان همه این آثار را کشف کردند (Dadach, 2019: 15).

۳-۵- تأثیر هندسه- جبری در معماری ایرانی - اسلامی

امروزه، شاهد ارائه الگوریتم‌های متنوعی برای حل مسائل هندسه جبری با استفاده از نرم‌افزارهای مختلف هستیم. از سوی دیگر، بهینه‌سازی ریاضی یکی از شاخه‌های توانای ریاضیات کاربردی است که امروزه، کاربردهای وسیعی در سایر علوم (از جمله علوم اقتصادی، اجتماعی و مهندسی).

بررسی روش‌های پیشین علمی به ما این امکان را می‌دهند که نحوه‌ی پیدایش مفاهیم جدید را دنبال کنیم. خوارزمی به مطالعه جبر در مورد چگونگی گسترش قوانین حساب در جبر خود ادامه داد. اشیا به‌عنوان مثال، او در مورد چگونگی عمل ضرب در عباراتی مانند این بحث کرد. به‌عنوان $(a + bx)(c + dx)$ قسمت بعدی جبر آل خوارزمی شامل کاربردها و نمونه‌های کار شده است (Daoud, 2010: 18).

خوارزمی برای تدوین جبر ابتدا واژگان فنی را توضیح می‌دهد و برای کاربرد این واژگان قواعدی را بیان می‌کند [۶]. این روش را می‌توان روش تولید دستورالعمل بر مبنای واژگان نامید. در ادامه به مهم‌ترین واژگان تعریف شده در جبر و هندسی می‌پردازیم:

۱. جبر مقابله: عنوان رساله با مفهوم جدید جبر و مفهوم مقابله آغاز می‌شود. اولی نقل یک جمله منفی و نقل یک جمله مثبت، با تغییر علامت از یک معادله به طرف دیگر آن است (خوارزمی، ۱۳۶۳: ۱۲۲). محمد بن موسی خوارزمی ریاضیدان بلندآوازه ایرانی در قرن سوم هجری علمی را برای نخستین‌بار صورت بندی و تدوین کرد که خود آن را «جبر و مقابله» نامید؛ این ریاضیدان با استفاده از این دانش نوپا توانست همه معادلات درجه دوم زمانش را حل و راه را برای حل معادلات درجه بالاتر هموار کند (آقایانی،۱۳۹۰: ۱۶).

۲. شیء (متغییر مجهول): خوارزمی اصطلاح جدیدی را برای متغیرها به‌عنوان شیء تعریف می‌کند. متغیرهایی که علم از آنها صحبت می‌کند به‌عنوان ریشه‌های معادله ظاهر می‌شوند. آنها متغیرهای حسابی (اعداد) هستند و متغیرهای هندسی (مقادیر) نیستند، امّا بسته به مورد می‌توانند اعداد یا مقادیر باشند. مفعول جبری خوارزمی نه از انتزاع می‌آید و نه به ایده خاصی نزدیک است. این ایده جدید نه ارسطویی است و نه افلاطونی، بلکه اولین بار در تاریخ ریاضیات مطرح شد (Rashid, 2014: 118).

۳. الگوریتم: الگوریتم مجموعه دستورالعمل‌هایی است که روشی را برای انجام یک کار نشان می‌دهد. به‌عنوان مثال، یک الگوریتمی را می‌توان برای بستن کفش، تهیه کوکی یا تعیین مساحت یک دایره توسعه داد (Daoud, 2010: 19).

خوارزمی راه‌حل الگوریتمی و اثبات هندسی را برای یافتن معادلات مجهول معرفی کرد(Rashid, 2014: 119).

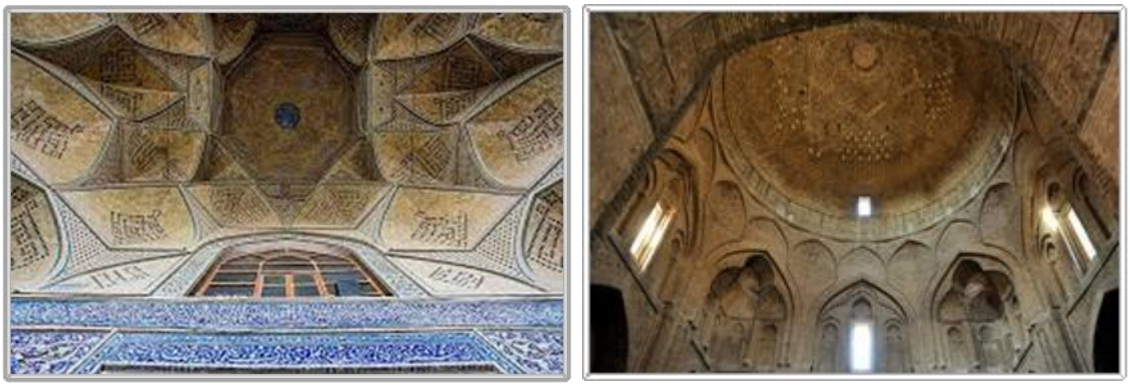
۴. دستگاه‌دهی و اعداد: جبر موجب به توسعه و گسترش نظریه اعداد شد. خوارزمی در ابتدای رساله جبر و مقابله بیان می‌کند: وقتی مسائل و نیازهای مردم در مورد علم حساب را متوجّه شدم، به این نتیجه رسیدم که همه آن مسائل در اعداد و محاسبات خلاصه می‌شود (خوارزمی، ۱۳۶۳: ۱۲۲). خیام علم عدد را مقدم‌تر از علم هندسه می‌داند او استدلالش این است که مثلث را با سه خط می‌شناسیم پس ابتدا باید عدد سه را درک کرده باشیم. خیام با نمایش نسبت قطر مربع به ضلع ۱ و یا نسبت محیط دایره به قطر، در فهم بهتر اعداد حقیقی مؤثر می‌داند (فارابی، ۱۳۷۵: ۱۲).

۵. واحد اندازه‌گیری: این مفهوم را اولین بار توسط خیام در رساله جبر و مقاله خود توضیح می‌دهد که و منجر به پیشرفت کاربرد هندسه - جبری می‌شود (Rashid, 2014: 116). خیام درباره این واحدها توضیح می‌دهد که: هر وقت در این رساله صحبت از عددی مساوی سطح می‌شود مقصود این است که سطحی که زوایای آن قائمه باشند یکی از دو ضلع آن واحد، دیگری از حیث اندازه مساوی عدد مفروض است. هر وقت صحبت از عددی مساوی جسمی می‌شود، مقصود این جسمی می‌باشد که اضلاع موازی، زوایای قائمه و قاعده‌اش مربع واحد و ارتفاعش مساوی عدد مفروض است (معصومی همدانی، ۱۳۸۵:

۵۷۸). انواع مفاهیم جبری استخراج شده در فرآیند اولیه تدوین و توسعه جبر عبارتند از: مفهوم جبر، رویارویی شیء به‌عنوان متغیر حل، معادله درجه دوم و الگوریتم به‌عنوان روش گام به گام حل مسئله برای تبدیل مسائل پیچیده به ساده و قابل تکرار، اعداد حقیقی به‌خصوص برای اعداد منفی و صفر، یک واحد اندازه‌گیری دو بعدی و سه بعدی است.

۳-۶-کاربرد هندسه جبری در گره سه‌بعدی

گره‌های سه بعدی: یکی از هنرهای با ارزش در معماری اسلامی ایران گره‌چینی بوده است که با اتکا بر هندسه‌ای بی‌همتا، زیبایی هنر ایرانی- اسلامی را به نمایش گذاشته است. خاصیت زایش‌پذیری این هنر با سبک کردن چوب به‌واسطه استفاده شیشه‌های رنگی ظریف و نقوش هندسی در طول تاریخ تکامل یافته است (شریف، ۱۳۹۵: ۱۳) گره‌ها الگوهای هندسی بسیار پیچیده‌ای هستند که در همدیگر گره خورده‌اند و یک بستر را می‌پوشانند. گره چینی ایرانی یکی از رشته‌های سنتی است که به نقوش هندسی تکیه دارد (شهیدی ماسوله، ۱۳۹۴: ۱۵).



شکل ۲-۱-. تصویر گنبدخانه عتیق مسجد اصفهان، شکل ۲-۲- تصویر گنبدخانه تاج‌الملک مسجد اصفهان؛
منبع ؛ https://www.tasnimnews.com/fa/news/1397/07/17/1848190

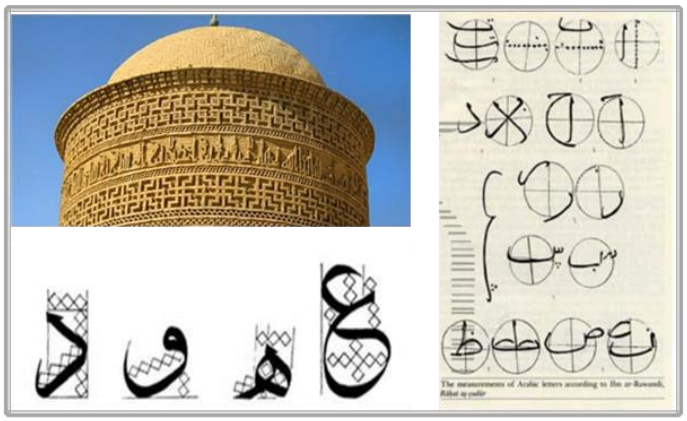
۳-۷- جبری و هندسی در خوشنویسی و معماری

کاربرد دیگر هندسه- جبری در قوانین در خوشنویسی اسلامی رخ داده است که وسط محمد ابن مقله شکل گرفته است او در قالب شش رسم‌الخط ارائه داده است. که بر اساس پارامتر نقطه، با نی قلم طراحی شده‌است (راوندی، ۱۳۸۶: ۱۲) همین‌طور در کتاب رسم‌الخط تناسبات آن با تقسیم دایره با تقسیم قطران به ده نقطه و الف متناسب با قر آن سنجیده می‌شود.

کتاب حروف را به سه بخش تقسیم کرده است:

۱. حروف عمودی مانند: الف، ط، ظ، و...
۲. حروف مدور مانند: ل، ح، غ و...
۳. حروف تخت مانند: ت، پ، ک و...(بلر،۱۳۸۰: ۱۵)

شکل ۲-۳-تصویری از خطاطی برج چهل دختر دامغان؛ منبع:
https://safarmarket.com/blog/attractions/iran/damghan/imamzadeh-jafar-tomb



شکل ۲-۴ (A رسم الخط هندسه -جبری پیر مغان؛ شکل ۲-۵ (B تصویر رسم الخط راوندی؛ (C تصویر خطاطی ابن مقله؛ شکل ۲-۶. منبع: (Schimmel& Rivolta, 190: 18-22).

خط کوفی بنایی که ریشه آن از خط کوفی می‌باشد، از تکرار واحدهای هندسی به‌صورت عمودی، موازی و افقی و...

استخراج می‌شود. شیوه‌های استفاده از حروف به‌عنوان متغییر و عنصر طراحی به‌گونه‌ای بوده است که بناها اگر بی‌سواد هم بوده‌اند می‌توانستند حروف را به‌درستی نصب کنند (صحراگرد، ۱۳۹۱: ۳۴).

شکل ۲-۷- تصویر ترکیب نقوش با گره‌چینی در جام؛
منبع: http://www.payam-aftab.com/fa/doc/news/88710

یکی از ترکیبات پیچیده و پرکاربرد در معماری اسلامی همجواری خط متصل در نقوش در هم بافته مرکب از ستاره چندضلعی، مصحفی است که در کتابخانه چیستی بیتی در دوبلین نگهداری می‌شود.

منار جام یکی از بی‌مانندترین و کم‌نظیرترین مناره‌ای تاریخ‌دار سده ششم هجری می‌باشد که دارای سه کتیبه به خط کوفی که با آجر تراش و نقش برجسته و کاشی فیروزه‌ای تزیین شده است. ارتفاع آن ۶۵ متر که به‌عنوان میل راهنما استفاده می‌شود که در منطقه کوهستانی ولایت غور افغانستان قرار دارد.

حکیم فارابی یکی از ریاضیدانان مشهور بوده است که در کتب موسیقی کبیر ابتدا با بیانی ساده و شیوا به اهمیت چیستی ترکیب جنبه‌های هندسه جبری پرداخته است و با تبدیل عناصر مختلف موسیقی به عدد و هندسه، یک نظریه جدید علمی در خصوص موسیقی را تدوین کرده است. موسیقی جزء از ریاضیات است. ما وقتی می‌توانیم اندازه جسمی را به نسبت با جسم دیگر قیاس کنیم که واحد قیاس مشترکی تبدیل شوند، همین‌طور وقتی یک واحد قیاس می‌تواند آن را یه شماره در بیاورد که آن دو، آنچه در صناعت هندسه گفته شده است، با هم وجه اشتراک داشته باشند. علاوه بر این چون موسیقی در جلوتر به انواع مختلفی تقسیم شد، گاه تقسیم و جمع می‌شوند، و این جمله جزء صناعت عدد (علم حساب) است (فارابی، ۱۳۷۵: ۱۴).

٤- نتیجه‌گیری

ریاضیات به‌عنوان یک دستاورد نظری در هر تمدن، بر روی دستاوردهای عملی نیز آن تمدن نیز تأثیرگذار می‌باشد. ریاضیات ما را به سمت درک واقعیت هدایت می‌کند. جبر و هندسه مکمل یک‌دیگر هستند. در بنابراین یکی از راه‌های شناخت دستاوردهای معماری شناخت میراث فکری مؤثر بر تولید، این معماری است. رشدی راشد محقق تاریخ علم ریاضی،

به‌درستی در تحلیل نقش جبر در ریاضیات اسلامی به این نتیجه رسیده است که این دانش در راستای مبانی نظری و نیازهای علمی تمدن اسلامی توسعه یافته است. انواع سطوح منحنی، گنبدها، گره‌های چند لایه هندسی و ترکیب آنها با حروف و نقوش و... و همینطور مصالح پارامتریک مانند: کاشی، آجر، فضایی متنوع، پویا و سیال حاصل از یک گذار آرام و پیوسته ین فرم‌ها و هندسه‌های مختلف، گویای نوع متفاوتی از ریاضیات است که با محدود کردن آن به هندسه اقلیدسی بخش‌های مهمی از ویژگی‌های پنهان می‌ماند.

به‌طور کلی می‌توان نتیجه گرفت که رویکرد هندسه جبری یک نظریه ریاضی است که توسط فیلسوفان اسلامی به عنوان پایه‌ای تئوری در فرهنگ اسلامی پذیرفته شده است. هندسه جبری به‌عنوان یک تفکر الگوریتمی جبر است. این تفکر به‌عنوان هدف کاربرد آسان در ریاضیات و امور کاربردی تدوین شده است. که ما می‌توانیم از مبانی آن در کار طراحی استفاده کنیم.

مراجع

- آقایانی چاوشی، جعفر (۱۳۹۰). نقدی بر تحقیق و تصحیح، ترجمعه کتاب النجار بوزجانی. کتاب ماه علوم فنون.
- بلر، ش. (۱۳۷۰). نخستین کتیبه‌ها در معماری دوران اسلامی ایران‌زمین. ترجمه: مهدی گلچین عارفی. تهران: فرهنگستان هنر جمهوری اسلامی ایران.
- خوارزمی، م. (۱۳۶۳). جبر و مقابله. ترجمه: حسن خدیومجم. تهران: اطلاعات.
- درودیان، م. (۱۳۹۸). خوانش جبر و هندسه در معماری ایران, نمونه موردی: تزئینات منتخب بناهای دوره سلجوقی.
- راوندی، م. (۱۳۸۶). راحه صدور و آیه السر و: تاریخ آل سلجوقی. ویراسته‌ی محمد اقبال. تهران: اساطیر.
- زرین‌کوب، عبدالحسین. (۱۳۶۴). تاریخ در ترازو. تهران: امیرکبیر.
- سارتین، ج. (بی تا). مقدمه بر تاریخ علم. ترجمه: غلامحسن صدری افشار. انتشارات تهران شرکت انتشارات علمی و فرهنگی.
- شریف. (۱۳۹۵). گره‌چینی در معماری اسلامی و هنرهای دستی. تهران: مرکز نشر دانشگاهی.
- شهیدی ماسوله. (۱۳۹۴). کاربرد گره‌چینی در معماری اسلامی.
- صحراگرد، م. (۱۳۹۱). شاهکارهای هنری در آستان قدس رضوی. کتیبه‌های مسجد گوهرشاد. مشهد: انتشارات قدس رضوی.
- فارابی، م. (۱۳۷۵). موسیقی کبیر. ترجمه‌ی: فرنوش آذرتاش. تهران: پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی.
- قربانی، ا. (۱۳۷۵). زندگی‌نامه ریاض‌دانان اسلامی از سده سوم تا سده دهم هجری. تهران، مرکز نشر دانشگاهی.
- مصاحب، غ. (۱۳۳۹). حکیم عمر خیام به‌عنوان عالم جبر. انتشارات آثار ملی. تهران.
- معصومی همدانی، ح. (۱۳۸۵). جبر مقابله، دانشنامه جهان اسلام.۵۷۸.

- Boyer Carl, b. (1991). History and Impact of Paper in the Islamic Word Univercity Press..
- Burton, D. (2006). The history of mathematiesintrodaction, the Me-Grow Hill, Ine
- Clark, W. (1930). The Aryabhatiya of Aryabhatiya, Open Court, acahicago.
- Dadach (2019) . Classical Mathematics from AL-Khwarizi to Descartes.Abingdon: Roultedge.
- Daoud (2011). Introduction to the History of Mathematics, 15th Edition,Saunders College Publishing.
- Dieudonne, J. (1975). International remarks on algebra, topology and analysis historia Mathematica. 2(4): 537-548.
- Haward, W. (1983). An Introduction to the History of Mathematics, 15th Edition,Saunders College Publishing.
- Kline, Morris (1964). Mathematics in western culture. Oxford University Press.
- Moskvina & Sergeeva (2019).
- International remarks on algebra, topology and analysis historia Mathematica.
- Rashid, R. (2014). Classical Mathematics from AL-Khwarizi to Descartes.Abingdon: Roultedge.

- Steinhardt (2007). Decagonal and quasi- crystalline tilings in medieval Islamic architecture. Science;315(10): 1106-1110.
- Tabak, J. (2002). Algebra Stes Sym and the language of the thought. New York Public Libraray.
- Woodburay, R.L .(2010). Mathematics as a cultural system.Oxford :Pergamon Press.