

پیمانه ای شدن ضرایب تعمیم یافته ی فرنل برای انتقال انرژی از یک موجبر نیمه کراندار استوانه‌ای به یک موجبر نیمه کراندار دیگر شامل یک ستون پلاسمایی

سمانه نجاری^۱، بهرام جزی^{۱*} و فرهاد مختاریان^۱

^۱ دانشکده فیزیک، دانشگاه کاشان، کاشان

*jaziada@kashanu.ac.ir

کلید واژه: ضرایب انعکاس و عبور، امواج الکترومغناطیسی، فرکانس پلاسما

چکیده

در این کار، مسئله انتقال انرژی از یک موجبر نیمه کراندار استوانه‌ای با سطح مقطع دایروی به موجبر نیمه کراندار دیگری همراه با یک ستون پلاسما شبیه‌سازی می‌گردد و نشان داده می‌شود که علاوه بر کوانتیزه شدن ضرایب فرنل انعکاس و عبور به دلیل حضور مرزهای سیستم؛ مدهای جدید نیز تولید می‌گردند. برای بدست آوردن ضرایب انعکاس و عبور امواج در هر مد عبوری و انعکاسی، یک تقریب هندسی معرفی می‌گردد و سپس با استفاده از تکنیک تطبیق مد و به کاربرد شرایط مرزی، ضرایب مذکور در هر مد به طور مجزا تعیین و محاسبه می‌شوند. اثبات می‌گردد که حضور ستون پلاسما ویژگی دیگری از جمله پاشنده بودن را به ویژگی‌های ضرایب فرنل اضافه می‌نماید. لذا، در تقریب سرد برخوردی ستون پلاسما، نقش فرکانس موج فرودی روی ضرایب فرنل مدهای مختلف موج انعکاسی و عبوری بررسی می‌شود و نمودارهای ضرایب انعکاس و عبور مدهای مختلف را برحسب فرکانس موج فرودی مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد.

The quantization of the generalized Fresnel's coefficients in energy transportation from a cylindrical semi-bounded waveguide to the another semi-bounded waveguide including a Plasma column

Samaneh najari¹, Bahram jazi¹, farhad mokhtarian¹

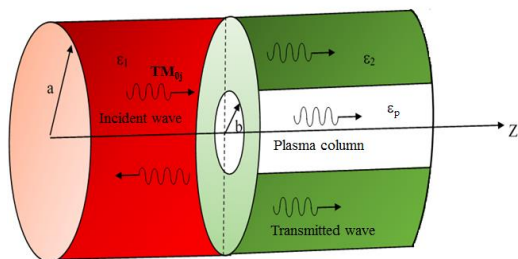
¹Faculty of Physics, University of Kashan, Kashan, Iran

*corresponding e-mail: jaziada@kashanu.ac.ir

In this work, the problem of the energy transportation from a cylindrical semi-bounded waveguide to the another semi-bounded waveguide with a plasma column is simulated. It is shown that in addition to quantization Fresnel's coefficients of the reflection and transmission coefficients due to the presence of system boundaries, new modes are also produced. To obtain the reflection and transmission coefficients in each reflected and transmission mode, a geometric approximation is introduced. Using the mode matching technique and boundary conditions, the mentioned coefficients are determined, separately. It is proved that the presence of plasma column is caused the Fresnel's coefficient to be dispersion. In the cold collision less approximation of the plasma column, the role of the frequency of the incident wave on the reflection and transmission coefficients of the reflected and transmitted waves are investigated. The diagrams of the reflection and transmission coefficients of different modes in terms of the frequency of the incident wave are discussed.

Keywords: the reflection and transmission coefficients, electromagnetic waves, plasma frequency

مقدمه



شکل ۱. دو موجبر استوانه‌ای با حضور ستون پلاسما

معرفی پیکربندی موجبر و معادلات حاکم بر آن:

پیکربندی مورد نظر شامل دو موجبری استوانه‌ای نیمه کراندار با سطح مقطع دایره، طول بی نهایت، شعاع a و دیواره‌های فلزی است که در $z=0$ به هم متصل شده‌اند. (شکل ۱). موجبر سمت چپ با یک ماده دی الکتریک بدون اتلاف با گذردهی ϵ_1 و موجبر سمت راست با دی الکتریک دیگری با گذردهی ϵ_2 پر شده‌اند. همچنین، روی محور موجبر دوم یک ستون پلاسما با گذردهی ϵ_p با شعاع b قرار داده شده است. ستون پلاسما را در تقریب سرد غیربرخوردی در نظر می‌گیریم که ثابت گذردهی آن به صورت زیر است:

$$\epsilon_p = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right)$$

مطابق با شکل ۱، یک موج متقارن کروی (تقارن سمتی) با مد TM_{0j} و با تابع زمانی هارمونیک $e^{-i\omega t}$ از موجبر سمت چپ به موجبر سمت راست فرستاده می‌شود که در فصل مشترک دو موجبر پدیده انعکاس و عبور امواج به وجود می‌آید. با استفاده از تکنیک تطبیق مد، امواج عبوری و انعکاسی را می‌توان به صورت یک بسط از مدهای مختلف در نظر گرفت که ضرایب بسط، ضریب عبور و انعکاس هر مد از فصل مشترک دو موجبر است که با استفاده از شرایط مرزی قابل تعیین هستند [۸-۹].

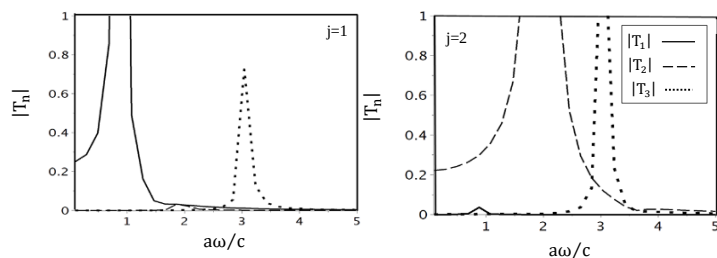
با حل معادله موج، پتانسیل برداری موج فرودی، موج انعکاسی و موج عبوری به ترتیب به صورت زیر تعیین می‌گردند: [۷]:

$$A_z^i = J_0 \left(\frac{\gamma_j}{a} \rho \right) e^{ik_{zj}^i z} \quad (1)$$

$$A_z^r = \sum_{m=1}^{\infty} R_m J_0 \left(\frac{\gamma_m}{a} \rho \right) e^{-ik_{zm}^r z} \quad (2)$$

همان طور که می‌دانیم، یکی از روش‌های تولید پلاسما، تزریق امواج الکترومغناطیسی به یک گاز خنثی است که در آن محیط گازی و تزریق کننده امواج در یک ساختار مرزدار همچون موجبرها قرار می‌گیرند. یکی از اساسی‌ترین پارامترها در این روش، تعیین میزان درصد ورود امواج از موجبر تزریق‌کننده به موجبر گاز خنثی است که، تابعی از خصوصیات هندسی موجبر، ویژگی‌های الکتریکی مواد و فرکانس موج فرودی می‌باشد [۵-۱]. از طرف دیگر، انتقال امواج از یک موجبر به یک موجبر دیگر باعث به وجود آمدن پدیده‌هایی از جمله انعکاس و عبور امواج خواهد شد که بدون شک، یکی از مسائل مهم در این پدیده، تعیین ضرایب انعکاس و عبور امواج در فصل مشترک دو موجبر است [۶]. مطالعات انجام شده نشان می‌دهند که ضرایب فرنل انعکاس و عبور امواج به دلیل حضور مرزهای سیستم کوانتیزه می‌شوند، چرا که میدان‌های الکترومغناطیسی همواره باید شرایط مرزی را برآورده سازند [۱]. همچنین، حضور مرزها و شکل موجبرها نقش مهم و اساسی در تعیین و تولید مدهای جدید دارند. گریجوروا و همکارانش در سال ۲۰۱۶ تولید مدهای جدید در عبور امواج الکترومغناطیس از فصل مشترک دو موجبر فلزی استوانه‌ای نیمه کراندار با سطح مقطع دایروی را به طور تحلیلی مورد بررسی قرار دادند. آنها محیط‌های درون موجبر را مواد ساده غیرفعال مغناطیسی در نظر گرفتند و تنها اثر ابعاد هندسی موجبر روی ضرایب انعکاس و عبور امواج در مدهای مختلف را نشان دادند [۷]. لذا، نقش مواد فعال الکترومغناطیسی (موادی که تابع گذردهی الکتریکی آنها تابع پارامترهای متنوعی همچون فرکانس موج، فرکانس برخورد و تراکم باشد) موضوعی است که تاکنون مورد مطالعه قرار گرفته نشده است.

در این مقاله، شبیه‌سازی تولید مدهای جدید در فرآیند عبور امواج الکترومغناطیسی از فصل مشترک دو موجبر نیمه کراندار با حضور یک ستون پلاسمایی به عنوان یک محیط فعال الکترومغناطیسی را مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌دهیم و نقش پاشنده بودن محیط در شبیه‌سازی ضرایب انعکاس و عبور امواج را بررسی می‌نمائیم.



شکل ۱: اندازه ضرایب عبور مدهای مختلف موج عبوری بر حسب فرکانس موج فرودی

شبیه سازی ضرایب انعکاس و عبور امواج

با حل عددی هم زمان معادلات (۴) و (۵)، ضرایب عبور و انعکاس مدهای مختلف موج عبوری و انعکاسی تعیین می‌شوند. برای این منظور، با استفاده از نرم افزار maple10 و با در نظر گرفتن پارامترهای موجبر به صورت زیر، نمودارهای اندازه ضرایب اندازه ضرایب انعکاس و عبور مدهای مختلف بر حسب فرکانس موج فرودی بدست آورده می‌شود:

$$a=1\text{cm}, \omega_p = 3 \times 10^9 \text{ rad/s} \quad \frac{b}{a} = 0.004 \quad \epsilon_1 = 2.4\epsilon_0, \quad \epsilon_2 = 9\epsilon_0,$$

شکل ۲، نمودارهای اندازه ضرایب عبور مدهای مختلف موج عبوری را بر حسب فرکانس موج فرودی را نشان می‌دهد. همان طور که می‌بینیم، اندازه ضرایب عبور تمام مدها در یک بازه فرکانسی به ماکزیمم مقدار خود می‌رسد که فرکانس تشدید می‌نامیم. علت بیشینه بودن ضرایب عبور در بازه فرکانس تشدید این است که، در این بازه تطبیق امپدانس بین دو موجبر به بهینه‌ترین شرایط خود می‌رسد به عبارت بهتر، افزایش اندازه ضرایب عبور در فرکانس‌های تشدید به این معناست که، میزان دریافت انرژی توسط موجبر دوم به بیشینه‌ترین مقدار خود می‌رسد. در نتیجه، خط انتقال برای این فرکانس‌ها تخت شده و موجبر کمترین انعکاس را دارد.

$$A_z^t \quad (3)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} T_n \begin{cases} \left[J_0 \left(\frac{\beta_{pn}}{a} \rho \right) \right] \times e^{ik_{zn}^t z} & 0 < \rho < b \\ \left[D_1(n) H_0^1 \left(\frac{\beta_{dn}}{a} \rho \right) + D_2(n) J_0 \left(\frac{\beta_{dn}}{a} \rho \right) \right] \times e^{ik_{zn}^t z} & a < \rho < b \end{cases}$$

که در روابط بالا، k_{zn}^t ، k_{zm}^r ، k_{zj}^i بردارهای موج فرودی، انعکاسی و عبوری، γ_m ریشه ام صفر بسل مرتبه صفر، β_{pn} ، β_{dn} ، $D_1(n)$ و $D_2(n)$ ضرایب ثابت هستند که کلیه ضرایب ثابت با استفاده از شرایط مرزی مولفه‌ها میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در $\rho=b$ در موجبر سمت راست قابل تعیین می‌باشند. برای تعیین ضرایب β_{pn} و β_{dn} از حل هم‌زمان رابطه پاشندگی و شرط تساوی بردارهای موج در ناحیه دی‌الکتریک و پلاسما در موجبر سمت راست استفاده می‌کنیم که به دلیل حضور چند جمله‌ای‌های بسل و هنکل در این روابط، تعیین دقیق این ضرایب بسیار مشکل است. لذا، برای تعیین آنها، فرض می‌کنیم شعاع ستون پلاسما خیلی کوچکتر از شعاع موجبر باشد و ضرایب مذکور را بر اساس نسبت b/a بسط داده و ضریب بسط با استفاده از شرایط مرزی تعیین می‌کنیم. در نهایت، ضرایب بازتاب و عبور امواج با استفاده از شرایط مرزی مولفه‌های میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی در $z=0$ به صورت زیر تعیین می‌شوند [۸]:

$$R_m = \frac{2}{(J_1(\gamma_m))^2} \sum_{n=1}^{\infty} (A_{mn} + \dot{A}_{mn}) T_n - \frac{\eta_j}{\eta_m} \delta_{jm} \quad (4)$$

$$K_m = \gamma_m \sum_{n=0}^{\infty} U_{mn} T_n \quad (5)$$

$$A_{mn} = \frac{\beta_{pn}}{a} \int_0^b J_1 \left(\beta_{pn} \frac{\rho}{a} \right) J_1 \left(\gamma_m \frac{\rho}{a} \right) \rho d\rho$$

$$\dot{A}_{mn} = \frac{\beta_{dn}}{a} \int_b^a \left(D_1(n) H_1^1 \left(\frac{\beta_{dn}}{a} \rho \right) + D_2(n) J_1 \left(\frac{\beta_{dn}}{a} \rho \right) \right) \times J_1 \left(\gamma_m \frac{\rho}{a} \right) \rho d\rho$$

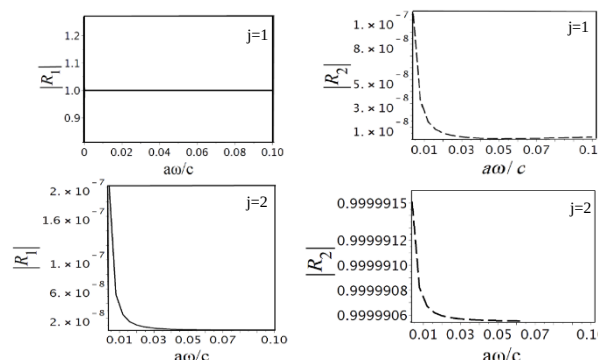
$$U_{mn} = \left((k_{zm}^r + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_p} k_{zn}^t) A_{mn} + (k_{zm}^r + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} k_{zn}^t) \dot{A}_{mn} \right)$$

$$K_m = (J_1(\gamma_m))^2 \frac{\gamma_j}{2a} (k_{zm}^r + k_{zj}^i) \delta_{jm}$$

عبور امواج از مرز مشترک دو موجبر بودند. با در نظر گرفتن تقریب سرد برخوردی برای ستون پلاسما، نقش فرکانس موج فرودی روی ضرایب انعکاس و عبور مدهای مختلف انعکاسی عبوری و اختلاف فازشان بررسی شد. نشان داده شد که در یک بازه فرکانسی که فرکانس تشدید نامیده شد، اندازه ضرایب عبور تمام مدها به ماکزیمم مقدار خود می‌رسد که بیانگر تطبیق امپدانس بین دو موجبر است

مرجع ها

- [1] D.M. Pozar. (2011). *Microwave Engineering*, John Wiley, New York.
- [2] Andrej F. Alexandrov and L. S. Bogdankevich and A. A. Rukhadze. (1984). *Principles of Plasma Electrodynamics*. Springer Berlin Heidelberg.
- [3] David Cheng, (1989). *Field and Wave Electromagnetics*. Addison-Wesley.
- [4]. N.A. Krall and A.W. Trivelpiece (1973). *Principles of Plasma Physics*. McGraw-Hill, New York.
- [5] Sophocles J. Orfanidis. (2002). *Electromagnetic waves and antennas*. ECE Department.
- [6] J. D. Jackson, (1998). *Classical Electrodynamics* (Wiley).
- [7] A.A. Grigoreva, A.V. Tyukhtin, V.V. Vorobev, T.Y. Alekhina, S. Antipov. (2016). Mode transformation in a circular waveguide with a transverse boundary between a vacuum and a partially dielectric area. *IEEE Trans. Microw. Theory Tech*, 64(11),34413448.
- [8] Samaneh Najari, Bahram Jazi, S. Sajad Jahanbakht (2019). *The mode generation due to the wave transmission phenomena from a loss free isotropic cylindrical metallic waveguide to the semi-bounded plasma waveguide*, Waves in Random and Complex Media. 1-16.
- [9] Samaneh Najari, Bahram Jazi (2020). *The description of mode matching method, in electromagnetic wave transmission from a loss free semi-bounded waveguide to the plasma waveguide*. The European Physical Journal Plus 135(10), 1-10.
- [10] Najari, S., & Jazi, B. (2021). The role of adiabatic and non-adiabatic phenomena in passing waves from a semi-bounded loss-free waveguide to semi-bounded plasma waveguide. *Indian Journal of Physics*, 1-9.



شکل ۱: اندازه ضرایب انعکاس مدهای مختلف موج انعکاسی بر حسب فرکانس موج فرودی

شبیه‌سازی اندازه ضرایب انعکاس مدهای مختلف موج انعکاسی بر حسب فرکانس موج فرودی در شکل ۳ ارائه گردیده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، ضریب انعکاس مد اصلی تقریباً ثابت و برابر با ۱ و اندازه ضرایب انعکاس مدهای تولید شده ($m \neq j$) خیلی کوچک‌تر از ۱ و تقریباً ناچیز می‌باشند. به عبارت دیگر، مدهای تولید شده ناشی از برهم‌کنش موج فرودی با مرز مشترک دو موجبر، در طرف دوم موجبر منتشر می‌گردند و انعکاس ناچیزی در طرف اول موجبر دارند. از طرف دیگر، با مقایسه نمودارهای ضرایب انعکاس و عبور مدهای مختلف ملاحظه می‌گردد که در بازه فرکانس‌های تشدید، ضرایب انعکاس مدها کاهش می‌یابند که تأیید کننده تطبیق امپدانس در این فرکانس‌ها است چرا که انتظار می‌رفت در این بازه فرکانسی، کمترین انعکاس را داشته باشیم.

نتیجه‌گیری:

در این مقاله، مسئله انتقال امواج الکترومغناطیسی از یک موجبر دی الکتریک نیمه کراندار با سطح مقطع دایروی به موجبر دی الکتریک مشابه دیگری همراه با یک ستون پلاسما شبیه‌سازی گردید و اثبات شد که در این حالت، ضرایب فرنل انعکاس و عبور کوانتیزه می‌شوند. همچنین، نشان داده شد که با انتخاب کوانتس j برای مد تابشی، وجود یک مد در موج عبوری و یک مد در موج انعکاسی شرایط مرزی را بر روی سطح مشترک را برآورده نمی‌کرد و در نتیجه لازم بود که امواج عبوری و انعکاسی دارای مدهایی به غیر از کوانتس j باشند که بدون شک، بیانگر تولید مدهای جدید در فرآیند