

امواج سالیتون گونه الکترون صوتی در پلاسمای غیرمغناطیسی با تابع توزیع نافزونور

مژده رضایی ملایری نژاد*، محمد محسن حاتمی

دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران.

*mojderezaei555@gmail.com

چکیده:

با استفاده از مدل سیالی و روش کاهش اختلال، امکان وجود امواج سالیتون گونه الکترون صوتی در پلاسمای غیرمغناطیسی دو دمایی شامل الکترون های سرد متحرک، الکترون های گرم نافزونور و یون های ثابت به کمک معادله K-dV بررسی می شود. بسته به مقدار پارامترهای پلاسما، نتایج حاصل از بررسی رفتار این معادله بیانگر امکان وقوع امواج سالیتون گونه منفی با دامنه محدود در این پلاسماست. کلیدواژگان: پلاسمای نافزونور، تئوری کاهش اختلال، سالیتون منفی، موج الکترون اکوستیک.

Electron acoustic solitary wave in an unmagnetized plasma with non-extensive distribution function

Mozhdeh Rezaei Malayeri Nejad*, M. Mohen Hatami

Department of Physics, K.N. Toosi University of Technology, Tehran.

*mojderezaei555@gmail.com

Abstract

In this paper, using fluid model and reductive perturbation theory, the existence of electron acoustic solitary waves in an unmagnetized plasma consisting of cold electron fluid, q-nonextensive hot electron and stationary ions are investigated by Korteweg-de-Vrie (K-dV) equation. Analyzing the K-dV equation shows that, depending on the plasma parameters, negative solitons may exist in this plasma.

Keywords: Electron acoustic wave, Negative soliton, Nonextensive plasma, Reductive perturbation theory.

مقدمه

از طرف دیگر، داده های تجربی نشان دهنده وجود الکترونیایی است که تابع توزیع آنها کاملاً ماکسولی نیست. مشاهدات ماهواره های تحقیقاتی از وجود الکترونیایی پر انرژی در انتهای تابع توزیع ذرات پلاسماهای فضایی خبر می دهد [5]. توصیف این گونه پلاسماها بجای آمار بولتزمن تطبیق قابل قبولی با آمار نافزونور دارد. به همین دلیل در این پلاسماها از تابع توزیع نافزونور برای توصیف تابع توزیع ذرات باردار (مثلاً الکترونها) استفاده می شود [6]. مطالعه پلاسماهای نافزونور مشاهده شده در پدیده های کیهانی در سال های اخیر مورد توجه قرار گرفته است و افراد زیادی امکان وقوع سالیتونها در این نوع پلاسما را مورد بررسی قرار داده اند [7-8] در سال ۲۰۱۱ با استفاده از روش پتانسیل ساگدیف، انتشار امواج سالیتون گونه الکترون صوتی با دامنه دلخواه در یک پلاسمای نافزونور یون-الکترون مورد بررسی قرار گرفت [9].

موج الکترون-صوتی می تواند در یک پلاسمای دودمایی شامل دو دسته الکترون سرد و گرم بوجود آید. این موج اساساً یک موج صوتی (الکترواستاتیک) است که در آن اینرسی بوسیله الکترون سرد و نیروی بازگشتی توسط الکترون گرم فراهم می شود. یونها نقش پس زمینه خشی را بازی می کنند، یعنی پویایی یونها روی امواج الکترون-صوتی تأثیر نمی گذارد [1]. این گونه پلاسمای دو دمایی در محیط های آزمایشگاهی و در فضا مانند مغناطوسپهر قابل مشاهده است و امواج الکترون-صوتی نقش مهمی در این محیط ها بازی می کند [2]. در واقع موج سالیتون گونه الکترون-صوتی، موجی غیرخطی است که در نتیجه تعادل بین خواص غیرخطی و پاشندگی محیط بوجود می آید. این امواج در آزمایش های با پلاسمای الکترونی خالص [3] و پلاسماهای تولید شده توسط لیزر [4] و همینطور در شبیه سازی های عددی مرتبط مشاهده شده اند.

$$\frac{\partial n}{\partial t'} + \frac{\partial(nu)}{\partial x'} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t'} + u \frac{\partial u}{\partial x'} - \alpha \frac{\partial \phi}{\partial x'} = 0 \quad (5)$$

$$(6)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x'^2} - \frac{1}{\alpha} n - [1 + (q-1)\phi]^{\frac{q+1}{2(q-1)}} + (1 + \frac{1}{\alpha}) = 0$$

حال برای استفاده از روش کاهش اختلال، متغیرهای زیر را بر حسب متغیرهای مستقل x' و t' تعریف می‌کنیم:

$$\xi = \delta^{\frac{1}{2}}(x' - Vt') \quad (7)$$

$$\tau = \delta^{\frac{3}{2}}t' \quad (8)$$

که δ پارامتر بسط و V سرعت فاز موج است. همچنین بسط متغیرهای دینامیکی را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$n = 1 + \delta n_1 + \delta^2 n_2 + \dots \quad (9)$$

$$u = \delta u_1 + \delta^2 u_2 + \dots \quad (10)$$

$$\phi = \delta \phi_1 + \delta^2 \phi_2 + \dots \quad (11)$$

با جاگذاری روابط (۱۱)-(۷) در معادلات (۶)-(۴) و مقایسه ضریب توانهای مختلف δ نتایج زیر بدست می‌آید:

$$\delta: \frac{n_1}{\alpha} + \frac{(q+1)}{2} \phi_1 = 0 \quad (12)$$

$$(13)$$

$$\delta^{\frac{3}{2}}: \{V \frac{\partial n_1}{\partial \xi} = \frac{\partial u_1}{\partial \xi}, -V \frac{\partial u_1}{\partial \xi} = \alpha \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi}\}$$

$$\delta^{\frac{5}{2}}: \{\frac{\partial n_1}{\partial \tau} - V \frac{\partial n_2}{\partial \xi} + \frac{\partial(u_2 + n_1 u_1)}{\partial \xi} = 0, \quad (14)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial \tau} - V \frac{\partial u_2}{\partial \xi} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial \xi} = \alpha \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi}\}$$

در این مقاله، به بررسی امکان انتشار امواج سالیون گونه با دامنه محدود در یک پلاسمای نافزونور یون-الکترون پرداخته می‌شود. با بکارگیری روش بسط کیتهای اختلالی در معادلات سیالی پلاسما و بررسی مراتب مختلف اختلال، معادله $K-dV$ توصیف کننده رفتار موج بدست می‌آید. پاسخ این معادله امکان انتشار امواج سالیون گونه منفی در پلاسمای نافزونور در نظر گرفته شده را تایید می‌کند.

معادلات اصلی:

پلاسمای غیر مغناطیسی با دو گونه الکترون سرد و گرم و یونهای ثابت پس زمینه در نظر می‌گیریم. با صرفنظر از اثرات حرارتی الکترونها سرد معادلات سیالی این پلاسما به شکل زیر قابل نوشتن است:

$$\frac{\partial n_c}{\partial t} + \frac{\partial(n_c u_c)}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_c}{\partial t} + u_c \frac{\partial u_c}{\partial x} = \frac{e}{m} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{-e}{\epsilon_0} (n_i - n_c - n_h) \quad (3)$$

که در آن m جرم الکترون، n_c و u_c به ترتیب چگالی و سرعت الکترون سرد، n_i چگالی یونی و n_h چگالی الکترونهای گرم است. با فرض نافزونور بودن الکترونهای گرم، n_h به شکل $n_h = n_{h0} [1 + (q-1) \frac{e\phi}{T_h}]^{\frac{(q+1)}{2(q-1)}}$ نوشته می‌شود که n_{h0} و T_h به ترتیب چگالی اولیه و دمای الکترون گرم هستند و q پارامتر نافزونور بودن الکترونها را نشان می‌دهد [6].

با استفاده از متغیرهای بهنجار شده $u = \frac{u_c}{C_e}$ ، $t' = t\omega_{PC}$

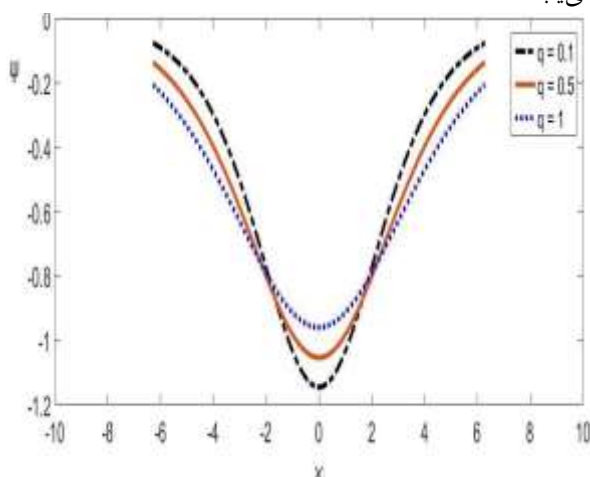
$$n = \frac{n_c}{n_{c0}}, \quad x' = \frac{x}{\lambda_0}, \quad \phi = \frac{\phi}{K_B T_h / e}$$

$$C_e = (\frac{K_B T_h}{\alpha m_e})^{\frac{1}{2}}, \quad \omega_{PC} = (\frac{n_{c0} e^2}{\epsilon_0 m})^{\frac{1}{2}}, \quad \lambda_0 = (\frac{\epsilon_0 k_B T_h}{n_{c0} e^2})^{\frac{1}{2}}$$

و $\alpha = \frac{n_{h0}}{n_{c0}}$ است، معادلات (۳)-(۱) به شکل زیر بی‌بعد می‌شوند:

نمودار بیانگر این است که در این نوع پلاسما تنها امکان وقوع امواج سولیتاری منفی وجود دارد.

همچنین شکل (۱) نشان می‌دهد دامنه و پهنای موج به درجه نافزنوری تابع توزیع الکترونیهای گرم q وابسته است بطوریکه با افزایش مقدار q دامنه موج سولیتاری کاهش و پهنای آن افزایش می‌یابد.



شکل (۱). تغییرات موج سولیتاری برای مقادیر مختلف q با $c = 0.8$, $\alpha = 2$

منابع:

- [1] Masood, W., Shah, H. A. (2003). Electron acoustic solitons. *Journal of Fusion Energy*, 22(3), 201.
- [2] Berthomier, M., (2000). Electron-acoustic solitons in an electron-beam plasma system. *Physics of Plasma*, 7(7), 2987.
- [3] Kabantsev, A. A., Valentini, F., Driscoll, C. F., (2006). Experimental investigation of electron-acoustic waves in electron plasmas. *AIP Conference Proceedings*, 862(1), 13.
- [4] Sircombe, N. J., Arber, T. D., Dendy, R. O. (2006). Aspects of acoustic wave physics in laser backscatter from plasmas. *Plasma Physics and Control Fusion* 48(8), 1141.
- [5] Lavagno, A., Kaniadakis, G., Rego-Monteiro M., Quarati, P., Tsallis, C. (1998). Non-extensive thermostatistical approach of the peculiar velocity function of galaxy clusters. *Astrophysics Letters and Communications*, 35, 449.
- [6] Tsallis, C. (1988). Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics. *Journal of Statistical Physics*, 52(1-2), 479.
- [7] Verheest, F., Hellberg, M. A., Kourakis, I. (2013). Electrostatic super solitons in three-species plasmas. *Physics of Plasma*, 20(1), 082309.

$$\delta^2: \frac{\partial \phi_1}{\partial \zeta^2} - \frac{1}{\alpha} n_2 + \frac{(q+1)}{2} \phi_2 + \frac{(3-q)(q+1)}{8} \phi_1^2 = 0 \quad (15)$$

با مقایسه کمترین مرتبه های اختلال با هم (رابطه (۱۲) و (۱۳)) سرعت موج بصورت زیر بدست می‌آید:

$$V^2 = \frac{2}{q+1} \quad (16)$$

با ادامه مقایسه مرتبه های مختلف کمیتهای اختلالی در معادلات (۱۵)-(۱۲)، بعد از کمی محاسبات جبری معادله زیر که به معادله K-dV معروف است بدست می‌آید:

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} + A \phi_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial \zeta} + B \frac{\partial^3 \phi_1}{\partial \zeta^3} = 0 \quad (17)$$

که در آن:

$$A = \frac{-V^2}{1+V} \left[V \frac{(3-q)(q+1)}{4} + \frac{2\alpha}{V^3} \right] \quad (18)$$

و

$$B = \frac{V^3}{1+V} \quad (19)$$

برای حل معادله K-dV با تعریف $X = \zeta - c\tau$ ، $\psi(x) = \phi_1(\zeta, \tau)$ و رفتن به دستگاه مختصات موج، جواب حالت پایای معادله (۱۷) به شکل زیر نوشته خواهد شد:

$$-c \frac{d\psi}{dX} + A\psi \frac{d\psi}{dX} + B \frac{d^3\psi}{dX^3} = 0 \quad (20)$$

که c سرعت انتشار سالیتون است.

با انتگرال گیری از معادله فوق در بازه χ تا بینهایت بطوریکه مقدار ψ و مشتق آن در فواصل دور از سالیتون (بینهایت) صفر شوند جواب موج سالیتونی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\psi(x) = \frac{3c}{A} \operatorname{sech}^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{c}{2B} \right)^{\frac{1}{2}} X \right] \quad (21)$$

نتایج:

در شکل (۱) نمودار مربوط به رابطه (۲۱) نشان داده شده است. با توجه علامت متغیرهای A و B به ازای مقادیر مختلف α و q ، این



هشتمین کنفرانس مهندسی و فیزیک پلاسما (PEP2021) دانشگاه مازندران ۲۳ و ۲۴ تیرماه ۱۴۰۰

- [8] Ferdousi, M., Yasmin, S., Ashraf, S., Mamun, A. A. (2014). Nonlinear propagation of ion-acoustic waves in an electron-positron-ion plasma. *Astrophysics and Space Science*. 352(2), 579.
- [9] Pakzad, H. R. (2011). Effect of q -nonextensive electrons on electron acoustic solitons. *Physica Scripta*, 83(1), 015505.