

بررسی امواج غیر خطی سنوئیدال یون صوتی در پلاسما ی غیر حرارتی نافزونور

فروغ فرهادکیایی *

* استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد الیگودرز foroughfarhadkiyaei@gmail.com

کلید واژه: امواج غیر خطی سنوئیدال یون صوتی، پلاسما الکترون-پوزیترون-یون، تابع توزیع ترکیبی کنز-تسالیس.

چکیده

در این مقاله، باتوجه به اهمیت امواج یون صوتی در پدیده های غیر خطی پلاسما، اثرات ترکیبی مربوط به پارامترهای نافزونوری و غیرحرارتی بر امواج متناوب غیر خطی یون صوتی (امواج سنوئیدال) بررسی شده است. بدین منظور، در این پلاسما الکترون-پوزیترون-یون، تابع توزیع ترکیبی کنز-تسالیس برای توصیف الکترونها در نظر گرفته شده است. که ابتدا با استفاده از روش اختلال کاهشی معادله ی KdV برای این نوع امواج حاصل شد و سپس شرایط تشکیل امواج سنوئیدال غیر خطی یون صوتی و مقادیر مجاز پارامترهای نافزونوری (q) و غیر حرارتی (α) مشخص شده و رفتار این امواج با تغییر این پارامترها در این نوع پلاسما مورد بررسی قرار گرفت، اثر این پارامترها بر دامنه و فرکانس این امواج نشان داده شده است.

Investigation of ion acoustic cnoidal nonlinear waves in plasma with nonextensive nonthermal electrons

Forough Farhadkiyaei*

Physics Department, Islamic Azad Uni., Aligudarz Branch, Aligudarz, Iran

*corresponding e-mail: foroughfarhadkiyaei@gmail.com

Abstract

In this paper, considering the importance of ion acoustic waves in nonlinear phenomena of plasma, the combined effects of nonextensivity and nonthermality parameters on the ion acoustic cnoidal nonlinear waves studied. For this purpose, in this electron-positron-ion plasma, the hybrid Cairns-Tsallis distribution function used to describe the electrons. First, using the reductive perturbation method (RPM) derived the corresponding KdV equation for this type of wave. Conditions of formation of ion acoustic cnoidal nonlinear waves and permissible values of nonextensivity (q) and nonthermality (α) parameters determined and the behavior of these waves with changes in these parameters in this type of plasma studied and the effect of these parameters on the amplitude and frequency of these waves shown.

Keywords: electron-positron-ion plasma, ion-acoustic nonlinear cnoidal wave, the hybrid Cairns-Tsallis distribution

مقدمه

توزیع ماکسول تبعیت نمی کند مثل سیستمهایی با برهم کنش بلند را پیشنهاد کرد [۴]. در سالهای اخیر تریبیجه و همکارانش [۵] امواج سالیونونی یون صوتی با دامنه ی دلخواه را در یک پلاسما ی دو مولفه ای الکترون - یون با توزیع الکترونی نافزونور بررسی کردند. آنها به این نتیجه رسیدند که این مدل پلاسمایی می تواند هم سولیتونهای ریفتکتیو و هم کامپرسیو را توضیح دهد و این نتایج باعث بوجود آمدن این تفکر شد که خصوصیات غیر حرارتی [۳] و نافزونوری [۴] ممکن است با هم بر طبیعت (کمپرسیو بودن یا ریفتکتیو بودن) ساختارهای سالیونونی یون صوتی اثر بگذارد. که در نتیجه تریبیجه و همکارانش [۶]، مدل کنز [۳] را تعمیم داده و توزیع سرعت غیر حرارتی نافزونور را ارائه دادند که هدف آن افزایش پارامتر انعطاف

پدیده های غیر خطی به ویژگیهای پلاسما و تابع توزیع ذرات بستگی دارد. مشاهدات بدست آمده از فضاییهای واکینگ [۱] و ماهواره ی فریجا [۲] نشان می دهد که ساختارهای سالیونونی الکترواستاتیکی در مگنتوسفر وجود دارد که نمی توان آنها را با تابع توزیع ماکسول بیان کرد. در این راستا کنز و همکارانش [۳] تابع توزیع غیر حرارتی را برای ذرات پلاسما پیشنهاد کردند این تابع توزیع می توانست حضور سولیتونهای یون صوتی ریفتکتیو را بیان کند که خیلی به آنچه توسط فضاییهای واکینگ و ماهواره فریجا مشاهده شده بود، شبیه بود. بعد از کنز، تسالیس در تعمیمی از آنتروپی بولتزن-گیببس مکانیک آماری نافزونور را برای توصیف سیستمهایی که از تابع



$$n_e = 1 + M_1 \psi + M_2 \psi^2 + \dots \quad (9)$$

$$M_1 = A + \left(\frac{q+1}{2} \right) \quad (10)$$

$$M_2 = B + \left(\frac{q+1}{2} \right) A + \left(\frac{(q+1)(3-q)}{8} \right) \quad (11)$$

در معادلات فوق ϕ ، n_e ، n_p ، n که بترتیب پتانسیل الکترو استاتیکی، چگالی الکترونها، پوزیترونها و یونها می باشد و آنهایی که اندیس صفر دارند کمیت‌های تعادلی هستند. و همچنین انتشار امواج یون صوتی در راستای محور x ها فرض شده است. که در اینجا $\sigma = T_e/T_p$ و $p = n_{p0}/n_{e0}$ می باشد برای بدست آوردن معادله ی KdV از معادلات پایه فوق، ما مختصات بسط داده شده ی زیر را در نظر می گیریم:

$$\xi = \varepsilon^{1/2} (x - V_0 t) \quad (12)$$

$$\tau = \varepsilon^{3/2} t \quad (13)$$

در اینجا ε پارامتر کوچکی است که شدت غیر خطی بودن را مشخص می کند. متغیرهای وابسته بصورت زیر بسط داده می شود.

$$n = 1 + \varepsilon n_1 + \varepsilon^2 n_2 + \varepsilon^3 n_3 + \dots \quad (14)$$

$$u = \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 + \varepsilon^3 u_3 + \dots \quad (15)$$

$$\psi = \varepsilon \psi_1 + \varepsilon^2 \psi_2 + \varepsilon^3 \psi_3 + \dots \quad (16)$$

با جایگزین کردن عبارات (۱۴) تا (۱۶) داخل معادلات (۵) تا (۷) و با استفاده از معادلات (۱۲) و (۱۳)، مجموعه ی از پایین ترین عبارات مرتبه ε را میتوان در نظر گرفت که با انتگرال گیری از آنها نسبت به ξ ما رابطه ی زیر را بین کمیات مختل شده مرتبه اول را خواهیم داشت [۸].

$$n_1 = \left[\frac{M_1 + p \sigma}{1 - p} \right] \psi_1 \quad (17)$$

$$u_1 = V_0 \left[\frac{M_1 + p \sigma}{1 - p} \right] \psi_1 + c_1(\tau) \quad (18)$$

c_1 ثابت انتگرالگیری است که مستقل از ξ است که ممکن است به متغیر τ وابسته باشد. V_0 ، سرعت فازی است که از دو معادله (۱۷) و (۱۸) بصورت زیر بدست می آید.

$$V_0 = \left[\frac{1 - p}{M_1 + p \sigma} \right]^{1/2} \quad (19)$$

با در نظر گرفتن معادلات مرتبه های بالاتر و بایکسری اعمال جبری می توان به معادله ی KdV که تحولات پتانسیل اختلالی مرتبه

پذیری در پلاسماهای مدل شده ی غیر حرارتی است. چنین نمایش دو پارامتری از تابع توزیع می تواند با مشاهدات مربوط به پلاسماهای فضایی سازگاری بیشتری داشته باشد [۶]. بعد از اینکه تریبچه و همکارانش مدل کنز را تعمیم داده و تابع توزیع ترکیبی کنز - تسالیس را معرفی کردند محققین زیادی از این تابع توزیع در پژوهش های خود استفاده کردند [۷]. در این مقاله ما قصد داریم که در یک مدل پلاسمایی سه مولفه ایی (الکترون - پوزیترون - یون) که توزیع الکترونها آن غیر حرارتی نافزونور است، امواج یون صوتی متناوب را بررسی کنیم. و ویژگیهای پارامترهای مربوط به غیر حرارتی و نافزونوری را در تشکیل و انتشار این امواج بشناسیم.

معادلات حاکم

در اینجا یک پلاسما غیر برخورداری و غیر مغناطیسی در نظر گرفته شده که شامل شماره ایی از پوزیترونها بولتزمینی، الکترونها غیر حرارتی نافزونور و یونهای سرد می باشد. با در نظر گرفتن تابع توزیعی غیر حرارتی نافزونور و انتگرال گیری از آن روی فضای سرعت، توزیع چگالی الکترونها بصورت زیر خواهد بود [۷-۸]

$$n_e(\phi) = n_{e0} \left\{ 1 + (q-1) \frac{e\phi}{T_e} \right\}^{1/(q-1)+1/2} \times \left\{ 1 + A \left(\frac{e\phi}{T_e} \right) + B \left(\frac{e\phi}{T_e} \right)^2 \right\} \quad (1)$$

$$A = -16 q \alpha / (3 - 14 q + 15 q^2 + 12 \alpha) \quad (2)$$

$$B = 16 (2q - 1) q \alpha / (3 - 14 q + 15 q^2 + 12 \alpha) \quad (3)$$

و پوزیترونها با توزیع بولتزمینی بصورت زیر معرفی می شوند.

$$n_p(\phi) = n_{p0} \exp \left(- \sigma \left(\frac{e\phi}{T_e} \right) \right) \quad (4)$$

رفتار غیر خطی امواج یون صوتی بوسیله ی مجموعه ی معادلات شماره ایی و بهنجار شده ی زیر توصیف می شود.

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (nu) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (6)$$

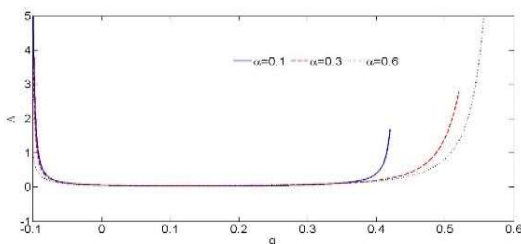
$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = n_e - p n_p - (1 - p)n \quad (7)$$

با بسط توابع توزیع بر حسب $e\phi/T_e$ ، $\psi = e\phi/T_e$ ، برای های کوچک بصورت زیر خواهیم داشت:

$$n_p = 1 - \sigma \psi + \frac{\sigma^2 \psi^2}{2} + \dots \quad (8)$$



در این قسمت ما اثر پلاسما نافر نور غیر حرارتی را روی طبیعت و ویژگیهای موج یون صوتی در پلاسما الکترون-پوزیترون-یون غیر مغناطیسی بررسی می کنیم. امواج متناوب یون صوتی در محیط پلاسما در صورتی تولید و منتشر می شود که معادله ی درجه سوم مربوط به پتانسیل سق دی اف دارای سه ریشه ی حقیقی باشد و این در صورتی است که $\Delta > 0$ و $m^2 < 1$ باشد. مقادیر قابل قبول α و q که به ازای آنها امواج متناوب یون صوتی حاصل می شود نیز از این نامساویها بدست می آید. در شکلهای (۱) و (۲) معادلات Δ و m^2 برحسب q برای α های مختلف رسم شده است. در این نمودارها مقادیر مجاز q تقریباً از ۰.۱- شروع شده و با افزایش α دامنه ی مقادیر مجاز q افزایش می یابد. در نمودار (۳) مجموعه ی مقادیر مجاز α برای مقادیر مختلف q نشان داده شده است. آنچه که از این شکل دریافته می شود این است که به ازای همه مقادیر تعریف شده برای α می توان امواج سنوئیدال داشت. در شکل (۴) ضریب غیر خطی a برحسب دو پارامتر q و α رسم شده است این نمودار نشان می دهد که ضریب غیر خطی a به ازای مقادیر مجاز q و α مثبت است که این موضوع برکامپرسیو بودن امواج دوره ای یون صوتی تاکید می کند. در شکلهای (۵) و (۶) فرکانس موج متناوب یون صوتی به ترتیب برحسب α و q نشان داده شده است. در شکل (۵) به ازای $q=0.1$ وضعیت فرکانس برحسب α نشان داده شده است این نمودار نشان می دهد که با افزایش α فرکانس کاهش می یابد و تقریباً از $\alpha=0.5$ روند کاهش فرکانس کند شده و وضعیت تقریباً ثابتی را خواهد داشت. در شکل (۶) به ازای $\alpha=0.1$ وضعیت فرکانس برحسب q نشان داده شده است این نمودار نشان می دهد که با افزایش q تا حدود ۰.۲ فرکانس افزایش می یابد و بعد از آن فرکانس روند کاهشی خواهد داشت.



ی اول (ψ_1) را توصیف می کند، را حاصل کرد. a و b بترتیب ضرایب غیر خطی و پاشندگی می باشد.

$$\frac{\partial \psi_1}{\partial \tau} + a \psi_1 \frac{\partial \psi_1}{\partial \xi} + c_1 \frac{\partial \psi_1}{\partial \xi} + b \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial \xi^3} = 0 \quad (20)$$

$$a = \left[\frac{3}{2V_0} - V_0 \frac{(M^2 - \frac{P\sigma^2}{2})}{(M_1 + P\sigma)} \right] \quad (21)$$

$$b = \frac{V_0^3}{2(1-P)} \quad (22)$$

به منظور یافتن جوابهای موجی سولیتونی و متناوب معادله ی KdV با انجام پاره ای محاسبات، رابطه ی پایستگی انرژی را بصورت زیر حاصل می شود [۹-۸]:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\psi}{d\eta} \right)^2 + V(\psi) = 0 \quad (23)$$

در اینجا پتانسیل سق دی اف $V(\psi)$ بصورت زیر معرفی می شود

$$V(\psi) = \frac{a}{6b} \psi^3 - \frac{u}{2b} \psi^2 + \rho_0 \psi - \frac{1}{2} E_0^2 \quad (24)$$

E_0 و ρ_0 ثابتهای انتگرالگیری است که مفهوم چگالی بار و انرژی نوسانات را داراست. باید توجه کرد که برای داشتن چاه پتانسیل شرط زیر باید کاملاً برقرار باشد [۹].

$$\left(\frac{u^2}{a^2} - 2\rho_0 \frac{b}{a} \right) > 0 \quad (25)$$

جواب موج دوره ای معادله (۲۳) بصورت زیر میباشد [۹].

$$\psi(\eta) = \alpha_1 + (\alpha_0 - \alpha_1) cn^2(D\eta, m) \quad (26)$$

در اینجا cn تابع بیضوی ژاکوبین بوده و α_0 ، α_1 و α_2 ریشه های حقیقی پتانسیل سق دی اف می باشد که می بایست در نامساویهای $\beta_2 \leq \alpha_0 \leq \beta_1$ یا $\beta_1 \leq \alpha_0 \leq \beta_2$ صدق کند

$$\alpha_{1,2} = \frac{3}{2} \left[\frac{u}{a} - \frac{\alpha_0}{3} \pm \sqrt{\frac{1}{3}(\beta_1 - \alpha_0)(\alpha_0 - \beta_2)} \right] \quad (27)$$

$$\beta_{1,2} = \frac{u}{a} \pm 2\sqrt{\Delta} \quad (28)$$

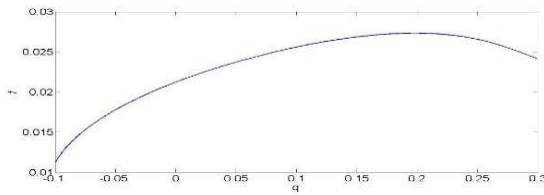
$$\Delta = \frac{u^2}{a^2} - 2\rho_0 \frac{b}{a} \quad (29)$$

$$m^2 = \frac{\alpha_0 - \alpha_1}{\alpha_0 - \alpha_2} \quad (30)$$

$$D = \sqrt{\frac{a}{12b}(\alpha_0 - \alpha_2)} \quad (31)$$

برای اینکه رابطه (۲۶) جواب دوره ای موج یون صوتی باشد باید $\alpha_0 > \alpha_1 > \alpha_2$ و $\alpha_1 \leq \phi_1 \leq \alpha_0$ باشد.

بحث



شکل (۶) نمودار فرکانس موج متناوب یون صوتی f برحسب q می باشد که در این حالت $\rho_0 = -0.002$ و $u = 0.015$ ، $\alpha = 0.1$ ، $\sigma = 0.1$ ، $p = 0.1$ در نظر گرفته می شود.

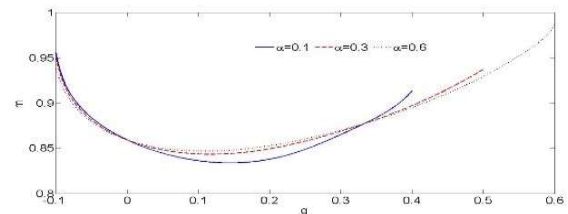
نتیجه گیری

بررسی های انجام گرفته روی این مدل پلاسما سه مولفه ایی با توزیع الکترونی غیر حرارتی نافزونور، حاکی از این است که به ازاء همه مقادیر مربوط به پارامتر نافزونوری امواج متناوب یون صوتی تشکیل نمی شوند، یعنی به ازاء هر مقدار α تنها بازه ی محدودی از مقادیر q مجاز به تشکیل امواج متناوب یون صوتی میگردند و نتایج مقادیری از α و q قابل قبول است که به ازاء آنها پتانسیل سق دی اف دارای سه ریشه ی حقیقی باشد. بررسی نمودارهای مربوط به فرکانس نشان می دهد که با افزایش α ابتدا فرکانس کاهش یافته و بعد روند تغییرات حالت تقریباً ثابتی را پیش می گیرد. اما با افزایش پارامتر q فرکانس ابتدا افزایش یافته و بعد روند کاهشی خواهد داشت.

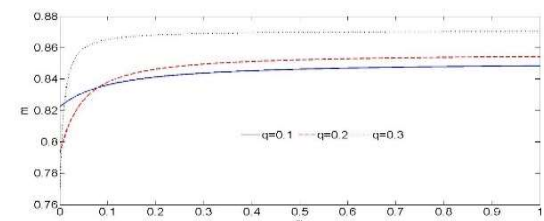
مراجع

- [1] R. Bostrom, IEEE Trans. Plasma Sci. 20, 756(1992).
- [2] P. O. Dovner, A. I. Eriksson, R. Bostrom, B. Holback, Geophys. Res. Lett. 21, 1827(1994).
- [3] R. A. Cairns, A. A. Mamun, R. Bingham, R. Bastrom, R.O. Dendy, C.M. C. Narins, and P. K. Shukla, Geophys. Res. Lett. 22, 2709(1995).
- [4] C. Tsallis, J. Stat, Phys, 52, 479(1988).
- [5] M. Tribeche, L. Djebarni, R. Amour, Phys. Plasmas 17, 042114(2010).
- [6] M. Tribeche, R. Amour, P. K. Shukla, Physical Review E 85, 037401(2012).
- [7] F. Farhadkiyaei, D. Dorrani, Contr. Plasma Phys, 58, 42(2017).
- [8] T. Kaladze, S. Mahmood and H. Ur-Rehman, Physica Scripta 86, 035506 (2012).
- [9] E.F. El-Shamy, Physical Review E. 91, 033105 (2015).

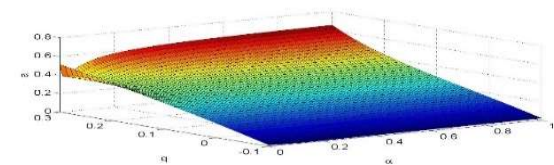
شکل (۱) نمودار Δ برحسب q برای α های مختلف می باشد که در این حالت $\rho_0 = -0.002$ و $u = 0.015$ ، $p = 0.1$ ، $\sigma = 0.1$ در نظر گرفته شده است.



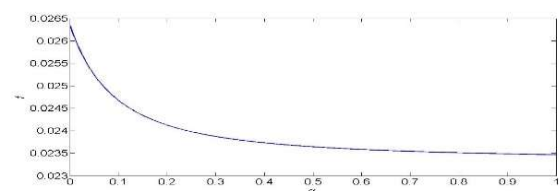
شکل (۲) نمودار m برحسب q برای α های مختلف می باشد که در این حالت $\rho_0 = -0.002$ و $u = 0.015$ ، $p = 0.1$ ، $\sigma = 0.1$ در نظر گرفته شده است.



شکل (۳) نمودار m برحسب α برای q های مختلف می باشد که در این حالت $\rho_0 = -0.002$ و $u = 0.015$ ، $p = 0.1$ ، $\sigma = 0.1$ در نظر گرفته شده است.



شکل (۴) ضریب غیر خطی a برحسب q و α می باشد که در این حالت $\rho_0 = -0.002$ و $u = 0.015$ ، $p = 0.1$ ، $\sigma = 0.1$ در نظر گرفته شده است.



شکل (۵) نمودار فرکانس موج متناوب یون صوتی f برحسب α می باشد که در این حالت $\rho_0 = -0.002$ و $u = 0.015$ ، $\sigma = 0.1$ ، $p = 0.1$ و $q = 0.1$ در نظر گرفته می شود.