

تولید هارمونیک دوم پالس‌های کسینوس هیپربولیک-گوسی در پلاسماهای ناهمگن مغناطیده

مجتبی هاشم‌زاده*

گروه فیزیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

*آدرس رایانامه نویسنده مسئول: hashemzade@gmail.com

کلید واژه: تولید هارمونیک دوم، پلاسمای ناهمگن، نیروی پاندروموتیو

چکیده

در این کار با استفاده از پالس‌های کسینوس هیپربولیک-گوسی به بررسی تولید هارمونیک دوم در پلاسماهای ناهمگن مغناطیده می‌پردازیم. ناهمگنی چگالی به صورت تانژانت و ناهمگنی میدان مغناطیسی خارجی به صورت سینوسی در نظر گرفته می‌شود. با استفاده از میدان مغناطیسی خارجی، میدان الکتریکی لیزر و سرعت الکترون‌ها، نیروی پاندروموتیو غیرخطی اعمال شده روی الکترون‌ها به دست می‌آید. نیروی پاندروموتیو فوق باعث به وجود آمدن چگالی جریان غیرخطی می‌شود. با استفاده از چگالی جریان‌های خطی و غیرخطی و معادلات ماکسول، معادله میدان الکتریکی مربوط به هارمونیک دوم به دست می‌آید. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش پارامتر انحراف از مرکز و میدان مغناطیسی خارجی، دامنه میدان الکتریکی هارمونیک دوم افزایش می‌یابد.

Second harmonic generation of cosh-Gaussian laser pulses in inhomogeneous magnetized plasmas

Mojtaba Hashemzadeh*

Faculty of Physics, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran

*corresponding e-mail: hashemzade@gmail.com

Abstract

In this work, using cosh-Gaussian laser pulses, it is investigated the second harmonic generation in inhomogeneous magnetized plasmas. The inhomogeneity of density and external magnetic field is assumed in the form of tangent and sinus, respectively. Using the external magnetic field, the electric field of the laser and velocity of electrons, a nonlinear ponderomotive force exerted on electrons is obtained. This ponderomotive force can derive a nonlinear current density. Using linear and nonlinear current densities and Maxwell's equations, the electric field of second harmonic wave is obtained. Results show that by increasing deviation parameter from center and the external magnetic field, the amplitude of the electric field of the second harmonic increases.

Keywords: Second harmonic generation, Inhomogeneous plasma, Ponderomotive force

مقدمه

این حیطه از فیزیک می‌باشد. از جمله کاربردهای هارمونیک دوم می‌توان به تصویربرداری رزونانس میکروسکوپی و تولید اشعه‌های ایکس [۲] و غیره اشاره کرد. در تولید هارمونیک دوم دو فوتون با انرژی مشابه با یکدیگر ترکیب شده و تولید یک فوتون با انرژی دو برابر را خواهند داشت. روش تولید هارمونیک دوم یکی از روش‌های مرسوم برای به دست آوردن لیزرهای با طول موج کوتاه در ناحیه مرئی یا نزدیک مرئی است. محققین زیادی به بررسی تولید هارمونیک‌ها در پلاسماهای مغناطیده/غیرمغناطیده، همگن/ناهمگن پرداختند. برای مثال فرانکن و همکاران [۳] تولید هارمونیک‌های

برهم‌کنش پالس‌های لیزر با بالا با پلاسماهای چگالی یکی از پدیده‌های مهم در فیزیک است که توسط نویسندگان و پژوهشگران زیادی مورد بررسی قرار گرفته است. در این برهم‌کنش‌ها پدیده‌های غیرخطی زیادی را می‌توان مشاهده کرد. از جمله این پدیده‌های غیرخطی می‌توان به پدیده خود کانونی، تولید میدان‌های مغناطیسی قوی، تولید امواج تراهرتز، تولید ضربه‌های انبساطی، همجواری کنترل شده، تولید هارمونیک‌ها [۱] و غیره اشاره کرد. تولید هارمونیک دوم یکی از مباحث جالب و در عین حال کاربردی در



$$E_x = E_0 \cosh(bw_0x) e^{-\frac{x^2}{w_0^2}} \quad (3)$$

در این رابطه E_0 دامنه میدان لیزر کسینوس هیپربولیک گاوسی در نقطه مرکزی بوده و نیم‌پهنای مرتبط با آن w_0 است. همچنین b پارامتر انحراف از مرکز نامیده می‌شود.

میدان مغناطیسی خارجی به صورت سینوسی و در راستای محور y در نظر گرفته می‌شود

$$\vec{B}_{ext} = B_0 e^{k_0 z} \hat{y} \quad (4)$$

که در این رابطه B_0 دامنه میدان مغناطیسی خارجی و k_0 عدد موج مرتبط با میدان مغناطیسی خارجی است. از طرف دیگر، چگالی الکترون‌ها به صورت تانژانتی و به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود

$$n_e = n_0 \tan(z/d) \quad (5)$$

که در این رابطه n_0 دامنه چگالی و d یک مقدار ثابت با بعد طول است. باید توجه داشت که میدان الکتریکی لیزر ارائه شده در رابطه (۱) می‌تواند الکترون‌ها را به نوسان در آورد. با خطی سازی قانون دوم نیوتن، سرعت نوسانات الکترون‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$\vec{V}_1 = \frac{e\vec{E}}{im\omega_1} \quad (6)$$

در رابطه بالا اندیس ۱ نشان دهنده اختلال مرتبه ۱ است. در ضمن میدان مغناطیسی خارجی (رابطه ۴) و سرعت به دست آمده (رابطه ۶) باعث به وجود آمدن یک نیروی پاندروموتیو بر روی الکترون‌ها در $(\omega_1, \vec{k}_1 + \vec{k}_0)$ می‌شوند

$$\vec{F}_1 = -\frac{e}{2c} (\vec{V}_1 \times \vec{B}_{ext}) \quad (7)$$

با جایگذاری کردن روابط (۴) و (۶) در معادله فوق داریم

$$\vec{V}_1' = -\frac{e^2 E_x B_0 e^{k_0 z}}{2m^2 c \omega_1^2} e^{-i(\omega_1 t - k_1 z)} \hat{z} \quad (8)$$

اکنون با در نظر گرفتن سرعت جدید می‌توان چگالی ذرات در حضور میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی خارجی را به دست آورد. با جایگذاری سرعت فوق در معادله پیوستگی، چگالی الکترون‌ها به صورت زیر به دست می‌آید

اپتیکی را مورد بررسی قرار دادند. با در نظر گرفتن میدان مغناطیسی ویگلر، تولید هارمونیک سوم یک پالس لیزر کوتاه در پلاسما توسط راج پور و همکاران [۴] مورد مطالعه قرار گرفت. اثر میدان مغناطیسی ویگلری و نیروی پاندروموتیو بر روی تولید هارمونیک دوم در برهم‌کنش لیزر-پلاسما توسط عسگری و نوروزی [۵] مورد بحث و بررسی قرار گرفت. اغلب کارهای که در بالا ارائه شد پالس لیزر را به صورت گاوسی در نظر گرفته بودند. اما برخی از پروفایل‌های دیگر مانند کسینوس هیپربولیک-گاوسی و گاوسی توخالی می‌توانند در تولید هارمونیک دوم مهم باشند. از آن جایی که تولید هارمونیک دوم پالس‌های لیزری کسینوس هیپربولیک-گاوسی در حضور ناهمگنی چگالی و میدان مغناطیسی خارجی کمتر مورد بررسی قرار گرفته است، در این کار به بررسی این پدیده‌ها می‌پردازیم. میدان مغناطیسی خارجی و میدان الکتریکی لیزر می‌توانند نیروی پاندروموتیو را در این سیستم القا کنند. همچنین با در نظر گرفتن این میدان‌ها و سرعت الکترون‌ها، چگالی الکترونی و نیروی پاندروموتیو جدیدی به دست می‌آید. این کمیت‌ها منجر به چگونگی جریان‌های خطی و غیرخطی شود. با در نظر گرفتن چگالی جریان‌ها و معادلات ماکسول، معادله غیر خطی مربوط به میدان الکتریکی هارمونیک دوم به دست می‌آید. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش میدان مغناطیسی و پارامتر انحراف از مرکز، دامنه میدان الکتریکی هارمونیک دوم برانگیخته افزایش می‌یابد.

چگالی جریان غیرخطی

فرض کنید یک پالس لیزر به طور عمود بر روی یک پلاسما فرود بیاید شکل پروفایل میدان الکتریکی پالس لیزر به صورت کسینوس هیپربولیک-گاوسی در نظر گرفته می‌شود. در این صورت برای میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی لیزر داریم

$$\vec{E} = E_x e^{-i(\omega_1 t - k_1 z)} \hat{x}, \quad (1)$$

$$\vec{B} = \frac{ck_1}{\omega_1} \vec{E}, \quad (2)$$

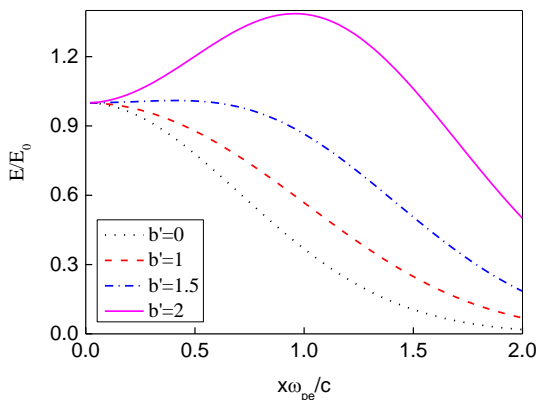
که \vec{k}_1 عدد موج لیزر، ω_1 فرکانس لیزر و c سرعت نور در خلا است. همچنین E_x برای کسینوس هیپربولیک گاوسی به صورت زیر تعریف می‌شود.



$$\nabla^2 \vec{E}_2 + \frac{4\omega_1^2 - \omega_{pe}^2}{c^2} \vec{E}_2 = -\frac{8\pi i \omega_1}{c^2} \vec{J}_2^{NL}. \quad (16)$$

بحث و نتایج عددی

در بخش قبل معادله غیرخطی میدان الکتریکی هارمونیک دوم را به دست آوردیم. برای حل معادله فرض می‌کنیم که وابستگی z میدان الکتریکی به صورت آرام باشد به صورتی که بتوان از تغییرات آن صرف نظر کرد. در اینجا فرض می‌کنیم $E_2 = A_{2x}(x)A_{2z}(z)$. در این صورت معادله فوق به یک معادله درجه دو غیر خطی برای $A_{2x}(x)$ به دست می‌آید که آن را با استفاده از روش رانگ-کوتای مرتبه ۴ حل می‌کنیم.



شکل ۱. میدان الکتریکی لیزر به صورت تابعی از $x\omega_{pe}/c$ برای مقادیر

$$b' = bc^2 / \omega_{pe}^2 \text{ مختلف}$$

در شکل (۱) شکل میدان الکتریکی لیزر به صورت تابعی از $x\omega_{pe}/c$ برای مقادیر مختلف $b' = bc^2 / \omega_{pe}^2$ رسم شده است. پارامتر استفاده شده در این شکل عبارتست از $w_0\omega_{pe}/c = 1$. همانگونه که از این شکل مشخص است با افزایش پارامتر b' دامنه میدان افزایش پیدا می‌کند. دلیل این امر این است که در رابطه (۱) جمله کسینوس-هیپربولیک بزرگتر از جمله نمایی شده که باعث افزایش میدان الکتریکی می‌شود. شکل (۲) میدان الکتریکی هارمونیک دوم نرمالیزه شده به صورت تابعی از $x\omega_{pe}/c$ برای مقادیر مختلف b' رسم شده است. پارامترهای استفاده شده در این شکل عبارتند از $eE_0/mc\omega_{pe} = 0.75$

$$n_1 = -\frac{e^2 E_x B_0 e^{-i(\omega_1 t - k_1 z - k_1 z)}}{2m^2 c \omega_1^3} \times \quad (9)$$

$$[(k_1 + k_0) \tan(\frac{z}{d}) - i \frac{\sec^2(\frac{z}{d})}{d}].$$

روابط به دست آمده در بالا برای اختلال مرتبه اول در نظر گرفته شده است. اکنون سرعت را به صورت $\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$ در نظر می‌گیریم. با جایگذاری سرعت فوق در قانون دوم نیوتن، سرعت در $(2\omega_1, 2k_1)$ به صورت زیر به دست می‌آید

$$\vec{V}_2 = -\frac{e^2 k_1 E_x^2}{4m^2 \omega_1^3} e^{-2i(\omega_1 t - k_1 z)} \hat{z}. \quad (10)$$

حال با در نظر گرفتن میدان مغناطیسی خارجی \vec{B}_{ext} ، میدان مغناطیسی لیزر \vec{B} و سرعت‌های \vec{V}_1' و \vec{V}_2 می‌توان نیروی پاندروموتیو را به دست آورد

$$\vec{F}_2 = -\frac{e}{2c} (\vec{V}_1' \times \vec{B}_1) - \frac{e}{2c} (\vec{V}_2 \times \vec{B}_w). \quad (11)$$

با جایگذاری \vec{B} ، \vec{B}_{ext} ، \vec{V}_1' و \vec{V}_2 در رابطه فوق، سرعت مرتبه دوم غیر خطی به صورت زیر به دست می‌آید

$$\vec{V}_2' NL = \frac{3e^3 k_1 E_x^2 B_0}{16icm^3 \omega_1^4} e^{-2i(\omega_1 t - k_1 z) + ik_0 z} \hat{x}. \quad (12)$$

حال با در نظر گرفتن سرعت خطی و سرعت غیر خطی می‌توان چگالی خطی و غیرخطی را به صورت زیر تعریف کرد

$$\vec{J}_2^L = nq\vec{V}_2 = -\frac{n_0 e^2}{2im\omega_1} \vec{E}_2, \quad (13)$$

$$\vec{J}_2^{NL} = \frac{n_0 e^4 B_0 E_x^2}{4icm^3 \omega_1^4} ((\frac{7}{4}k_1 + k_0) \tan(\frac{z}{d}) - i \frac{\sec^2(\frac{z}{d})}{d}) \hat{x}. \quad (14)$$

از آنجایی که چگالی کل برابر با مجموعه چگالی خطی و غیرخطی است چگالی کل به صورت $\vec{J}_2 = \vec{J}_2^L + \vec{J}_2^{NL}$ به دست می‌آید. با ترکیب معادلات ماکسول در غیاب بار و جریان خارجی، میدان الکتریکی مربوط به هارمونیک دوم به صورت زیر به دست می‌آید

$$\nabla^2 \vec{E}_2 - \nabla(\nabla \cdot \vec{E}_2) = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \vec{J}_2}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}_2}{\partial t^2}. \quad (15)$$

با جایگذاری کردن رابطه (۱۴) در رابطه (۱۵)، میدان الکتریکی مربوط به هارمونیک دوم در نهایت به صورت زیر به دست می‌آید

میدان الکتریکی هارمونیک دوم خواهد شد. شکل (۳) تاثیر میدان مغناطیسی خارجی بر روی دامنه میدان الکتریکی هارمونیک دوم به صورت تابعی از $x\omega_{pe}/c$ رسم شده است. در این شکل $b' = 0.5$ و بقیه پارامترها مشابه با شکل (۲) است. با افزایش میدان مغناطیسی خارجی، دامنه میدان الکتریکی افزایش پیدا می‌کند. دلیل این امر این است که با توجه به معادلات (۷) و (۱۱)، میدان مغناطیسی خارجی باعث به وجود آمدن نیروی پاندروموتیو در پلاسما می‌شود. این نیرو الکترون‌ها را از ناحیه با شدت زیاد دور می‌کند و بنابراین شکل میدان الکتریکی در داخل پلاسما می‌تواند متمرکز شود. در نتیجه دامنه میدان برانگیخته شده افزایش می‌یابد.

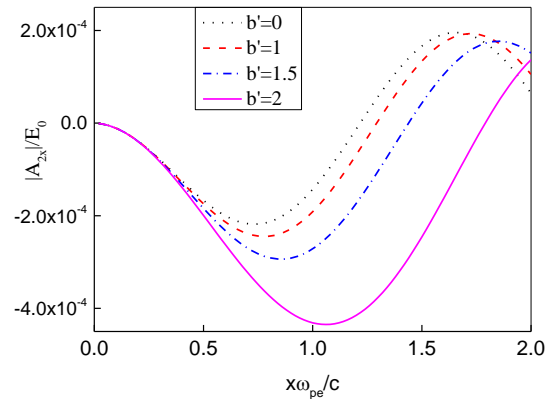
نتیجه گیری

در این کار به بررسی تولید هارمونیک دوم پالس لیزری کسینوس هیبرولیک-گوسی در یک پلاسما ناهمگن مغناطیسه می‌پردازیم. با استفاده از معادلات نیوتون و در حضور میدان الکتریکی و مغناطیسی لیزر و میدان مغناطیسی خارجی، نیروی پاندروموتیو غیرخطی، چگالی الکترون تغییر کل یافته، چگالی جریان خطی و غیرخطی و میدان الکتریکی هارمونیک دوم به دست می‌آید. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش پارامتر b' دامنه میدان افزایش پیدا کرده و به سمتی $x\omega_{pe}/c$ های بزرگ‌تر انتقال پیدا می‌کند. همچنین با افزایش میدان مغناطیسی خارجی، دامنه میدان الکتریکی برانگیخته افزایش پیدا کرده و این مقدار تا 6×10^{-4} هم می‌رسد.

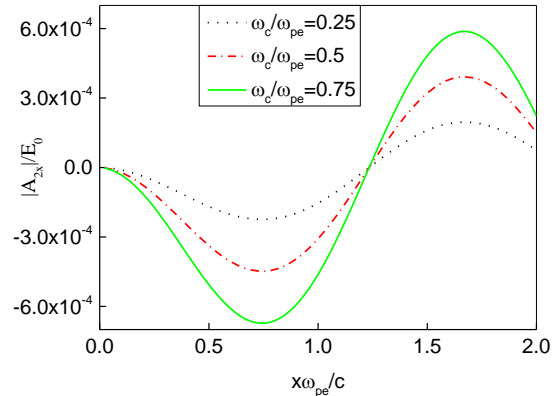
مرجع ها

- [1] N. Kant, D. N. Gupta, H. Suk, *Phys. Lett. A.* **375**,3134-3137 (2011).
- [2] V. Sharma, V. Thakur, N.Kant, *Opt. Quant. Electron.* **52**,444-452 (2020).
- [3] P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters, G. Weinreich, *Phys.Rev. Lett.* **7**,118-119 (1961).
- [4] J. Rajput, N. Kant, H. Singh, V. Nanda, *Opt. commun.* **282**,4614-4617 (2009).
- [5] H. R. Askari, M. Noroozi, *Turk. J. Phys.* **33**,299-310 (2009).

$\omega_c / \omega = p$, $k_0 c / \omega_{pe} = k_1 c / \omega_{pe} = 0.5$
 $d\omega_{pe} / c = w_0 \omega_{pe} / c = 1$, $\omega_1 / \omega_{pe} = 2$
 مشخص است با افزایش پارامتر b' دامنه میدان الکتریکی هارمونیک دوم افزایش پیدا می‌کند.



شکل ۲. میدان الکتریکی هارمونیک دوم به صورت تابعی از $x\omega_{pe}/c$ برای مقادیر مختلف b' .



شکل ۳. میدان الکتریکی هارمونیک دوم به صورت تابعی از $x\omega_{pe}/c$ برای مقادیر مختلف ω_c / ω_{pe} .

همچنین با افزایش این پارامتر، قله میدان به سمت $x\omega_{pe}/c$ های بزرگ‌تر انتقال پیدا می‌کند. دلیل فیزیکی این امر این است که با توجه به شکل (۱)، با افزایش پارامتر b' دامنه میدان الکتریکی لیزر افزایش پیدا می‌کند و در نتیجه نیروی پاندروموتیو اعمالی وارد بر الکترون ها زیاد می‌شود. نیروی غیرخطی باعث می‌شود تا موج برانگیخته شده در داخل پلاسما افزایش پیدا کرده که منجر به افزایش دامنه