



انتخاب بهینه سبد پروژه از دیدگاه اشتراک‌گذاری منابع

سمیرا کروژدهی^۱، مرتضی جعفرزاده^۲

^۱ دانشجوی کارشناسی ارشد ریاضی کاربردی، دانشگاه حکیم سبزواری

samira.krozh@gmail.com

^۲ گروه ریاضی کاربردی، دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر، دانشگاه حکیم سبزواری

m.jafarzadeh@hsu.ac.ir

چکیده: پروژه‌ها معمولاً انواع مختلفی از منابع را مصرف می‌کنند. استفاده مناسب از منابع مختلف برای انتخاب بهینه سبد پروژه و به دست آوردن بیشترین سود یکی از اهداف مهم شرکت‌های سرمایه‌گذاری است. در این مقاله مدل جدیدی را برای انتخاب بهینه سبد پروژه با در نظر گرفتن انواع مختلفی از منابع و اشتراک‌گذاری آن‌ها ارائه می‌دهیم. در این مدل، منابع به دسته‌های تجدیدپذیر و تجدید ناپذیر تقسیم می‌شوند و برخی منابع از هر دو دسته می‌توانند در پروژه‌های مختلف به اشتراک گذاشته شوند. علاوه بر این، وضعیتی را که در آن شرکت منابعی را در انبار ذخیره دارد، بررسی کرده و اگر منابع در انبار موجود نباشد، شرکت می‌تواند منابع مورد نیاز خود را خریداری کند. سرمایه‌گذاران با استفاده از مدل پیشنهادی و با در نظر گرفتن انواع منابع و اشتراک‌گذاری آن‌ها، سود بیشتری را نسبت به مدل‌هایی که این ویژگی‌ها را در نظر نمی‌گیرند، به دست می‌آورند.

۱. مروری بر ادبیات موضوع

نقطه عطف مدل‌سازی ریاضی مساله انتخاب بهینه سبد پروژه مدلی است که وین گارنر برای اولین بار در سال ۱۹۶۳ برای این مساله ارائه کرد [۱]. در مدل او ارزش فعلی خالص[†] به عنوان تابع هدف و بودجه به عنوان محدودیت در نظر گرفته شده است. با عنایت به وجود انواع مختلف منابع، محدودیت‌های مربوط به منابع مختلف در مدل‌سازی‌های این مساله متفاوت است. از این رو، انواع مختلفی از محدودیت‌های منابع در پژوهش‌های محققان مورد بررسی قرار گرفته است. به عنوان مثال لاوسون و همکارانش مدلی برای انتخاب پروژه با توجه به منابع فیزیکی، انسانی و مالی ارائه کردند [۲]. بدری و همکارانش با تقسیم منابع به دو دسته سخت‌افزاری و نرم‌افزاری به بررسی مساله انتخاب پروژه در مراکز بهداشتی پرداختند [۳]. اسلاوینسکی منابع مورد نیاز پروژه‌ها را در مدل خود به سه دسته تجدیدپذیر، تجدید ناپذیر و منابع محدود شده مضاعف تقسیم بندی نمود [۴]. کارزو و همکارانش مدلی چند هدفه را برای مساله انتخاب سبد پروژه با در نظر گرفتن منابع تجدیدپذیر و تجدید ناپذیر ارائه کردند [۵]. لیو و وانگ برای حل مساله انتخاب بهینه سبد پروژه تحت محدودیت‌های بودجه و منابع تجدیدپذیر مدلی ریاضی ارائه کردند [۶]. در پژوهش‌های صورت گرفته در ادبیات موضوع توجهی به حالت اشتراک‌گذاری منابع نشده است، در حالی که در بسیاری از موارد، برخی از منابع را می‌توان در پروژه‌های مختلف به اشتراک گذاشت. عباسی و همکارانش اشتراک‌گذاری منابع را مورد بررسی قرار داده‌اند در حالی که آن‌ها منابع

2010 Mathematics Subject Classification. 91G10, 90B35, 90C10.

واژگان کلیدی: سبد پروژه، زمان‌بندی پروژه، برنامه‌ریزی عدد صحیح

* سخنران

[†] Net present value (NPV)

تجدیدپذیر را در پژوهش خود نادیده گرفته‌اند [۷]. ژائو و هوآنگ مدل جدیدی جهت انتخاب بهینه پروژه‌ها توسعه دادند که در آن انواع منابع، رابطه بین محدودیت منابع و محدودیت بودجه در نظر گرفته شده است. ضعف مدل پیشنهادی آن‌ها انتخاب بهینه پروژه‌ها بدون در نظر گرفتن زمان‌بندی آن‌ها است [۸].

۲. بیان و مدل‌سازی مساله انتخاب بهینه سبد پروژه

مساله انتخاب سبد پروژه، انتخاب پروژه‌های مناسب از میان مجموعه‌ای متنوع از پروژه‌هاست به طوری که اهداف شرکت سرمایه‌گذار (بیشترین سود، کمترین خطر و ...) با توجه به محدودیت‌های گوناگون (بودجه، زمان و ...) برآورده شود. هدف این پژوهش انتخاب و زمان‌بندی بهینه پروژه‌ها با استفاده مناسب از منابع مختلف و اشتراک‌گذاری آن‌ها در راستای کسب حداکثر ارزش فعلی خالص است. در حقیقت ترکیب انواع مختلف منابع از دیدگاه تجدیدپذیر و تجدید ناپذیر بودن می‌تواند سود بیشتری را نسبت به حالت نادیده گرفتن این ویژگی نصیب شرکت سرمایه‌گذار نماید. علاوه بر این اشتراک‌گذاری منابع تاثیر به‌سزایی در انتخاب صحیح سبد پروژه، کسب سود بیشتر و همچنین رقابت‌پذیری بیشتر شرکت‌ها را به همراه دارد. با این حال پژوهش در این زمینه محدود و اندک است. از این رو بر آن شدیم تا پژوهش خود را بر روی مساله انتخاب بهینه سبد پروژه که در آن به طور سیستماتیک منابع، طبقه‌بندی و به اشتراک گذاشته می‌شوند، انجام دهیم. در این مقاله، مدل نوینی را جهت زمان‌بندی و انتخاب بهینه پروژه‌ها و با توجه به محدودیت‌های منابع ترکیبی مورد بحث و بررسی قرار می‌دهیم که در آن پروژه‌ها در هر مقطعی از افق زمانی مساله، $[0, l - 1]$ ، می‌توانند شروع شوند. در مدل پیشنهادی منابع شرکت سرمایه‌گذار به دسته‌های تجدیدپذیر و تجدید ناپذیر تقسیم شده و برخی منابع از هر دو دسته می‌توانند در پروژه‌های مختلف به اشتراک گذاشته شوند. علاوه بر این، وضعیتی را که در آن شرکت منابعی را در انبار ذخیره دارد، بررسی کرده و اگر منابع در انبار موجود نباشد، می‌تواند منابع مورد نیاز خود را خریداری کند. به منظور مدل‌سازی مساله، نمادگذاری‌های لازم را در جدول ۱ و سپس محدودیت‌های مدل ریاضی را ارائه می‌دهیم.

جدول ۱: نمادگذاری‌های مدل

نماد	توضیح
n	تعداد پروژه‌ها
l	مدت سرمایه‌گذاری تمام پروژه‌ها
x_{it}	اگر پروژه i ام در زمان t شروع شود برابر ۱ و در غیر این صورت برابر صفر است، $i = 1, 2, \dots, n; t = 0, 1, \dots, l - 1$
X_t	$X_t = (x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{nt})$ نشان دهنده پروژه‌های شروع شده در زمان t ، $t = 0, 1, \dots, l - 1$
Q_{zt}	مقدار منبع تجدید ناپذیر z در زمان t که شرکت در انبار ذخیره دارد، $z = 1, 2, \dots, a; t = 0, 1, \dots, l - 1$
μ_{zt}	قیمت واحد منبع تجدید ناپذیر z در زمان t ، $z = 1, 2, \dots, a; t = 0, 1, \dots, l - 1$
d_{itz}	مقدار منبع تجدید ناپذیر z مورد نیاز پروژه i ام در زمان t ، $z = 1, 2, \dots, a; t = 0, 1, \dots, l - 1$
$U_{tz}^N(X_t)$	مقدار کل منبع تجدید ناپذیر z ذخیره شده توسط تمام پروژه‌های در حال اجرا در زمان t به علت اشتراک منابع، $z = 1, 2, \dots, a; t = 0, 1, \dots, l - 1$
Q'_{zt}	مقدار منبع تجدیدپذیر z در زمان t که شرکت در انبار ذخیره دارد، $z = 1, 2, \dots, b; t = 0, 1, \dots, l - 1$
μ'_{zt}	قیمت واحد منبع تجدیدپذیر z در زمان t ، $z = 1, 2, \dots, b; t = 0, 1, \dots, l - 1$

d'_{itz}	مقدار منبع تجدیدپذیر z مورد نیاز پروژه i ام در زمان t ، $t = 0, 1, \dots, l-1$ ، $z = 1, 2, \dots, b$
$U_{tz}^R(X_t)$	مقدار کل منبع تجدیدپذیر z ذخیره شده توسط پروژه‌های در حال اجرا در زمان t به علت اشتراک منابع، $z = 1, 2, \dots, b$ ؛ $t = 0, 1, \dots, l-1$
NCF_{it}	جریان نقدی خالص پروژه i ام در زمان t ، $t = 0, 1, \dots, l-1$
$C_t(X_t)$	هزینه‌های تمام پروژه‌های در حال اجرا در زمان t ، $t = 0, 1, \dots, l-1$
$C_t^N(X_t)$	هزینه‌های منابع تجدید ناپذیر برای همه پروژه‌های در حال اجرا در زمان t ، $t = 0, 1, \dots, l-1$
$C_t^R(X_t)$	هزینه‌های منابع تجدیدپذیر برای همه پروژه‌های در حال اجرا در زمان t ، $t = 0, 1, \dots, l-1$
T_i	طول عمر پروژه i ام که بعد از پایان مدت زمان سرمایه‌گذاری آن در نظر گرفته می‌شود
r	نرخ سود مورد نیاز
W_t	سرمایه در دسترس شرکت در زمان t ، $t = 0, 1, \dots, l-1$

محدودیت‌ها - در زمان صفر، اگر منابع تجدید ناپذیر z مورد نیاز پروژه‌های انتخاب شده کمتر از مقدار موجود در انبار (Q_{z0}) باشند، نیازی به خرید بیشتر از آن‌ها نیست. در غیر این صورت اگر منابع تجدید ناپذیر مورد نیاز، بیش از مقدار موجود در انبار باشد، شرکت نیاز به خرید آن‌ها دارد. بنابراین هزینه صرف شده روی بخشی از منابع تجدید ناپذیر در زمان صفر برای پروژه‌های شروع شده ($C_0^N(X_0)$) به صورت رابطه (۲.۱) بیان می‌شود:

$$C_0^N(X_0) = \sum_{z=1}^a \mu_{z0} \left(\sum_{i=1}^n x_{i0} d_{i0z} - U_{0z}^N(X_0) - Q_{z0} \right)^+ \quad (2.1)$$

که در آن $(A - B)^+ = \max\{A - B, 0\}$ است. به طور مشابه در بقیه زمان‌ها، $t = 1, 2, \dots, l-1$ ، شرکت فقط باید مقدار منابع تجدید ناپذیر مورد نیاز را که مازاد بر مقدار موجود در انبار است، خریداری کند. با این تفاوت که در زمان‌های به غیر از زمان صفر، $t = 1, 2, \dots, l-1$ ، مقدار منابع تجدید ناپذیر موجود در انبار باقیمانده آن منابع پس از مصرف در زمان $t-1$ ، $(Q_z - \sum_{s=0}^{t-1} (\sum_{i=1}^n (\sum_{k=0}^s x_{ik}) d_{isz} - U_{sz}^N(X_t)))$ است. بنابراین هزینه‌های صرف شده روی بخشی از منابع تجدید ناپذیر در زمان t ، $t = 1, 2, \dots, l-1$ ، برای همه پروژه‌های در حال اجرا به صورت رابطه (۲.۲) فرمول‌بندی می‌گردد:

$$C_t^N(X_t) = \sum_{z=1}^a \mu_{zt} \left\{ \sum_{i=1}^n \left(\sum_{k=0}^t x_{ik} \right) d_{itz} - U_{tz}^N(X_t) - \left[Q_z - \sum_{s=0}^{t-1} \left(\sum_{i=1}^n \left(\sum_{k=0}^s x_{ik} \right) d_{isz} - U_{sz}^N(X_t) \right) \right]^+ \right\} \quad t = 1, 2, \dots, l-1 \quad (2.2)$$

برای منابع تجدیدپذیر در زمان صفر برای همه پروژه‌های شروع شده، هزینه صرف شده روی بخشی از این منابع، مازاد بر مقدار موجود در انبار، به صورت رابطه (۲.۳) بیان می‌شود:

$$C_0^R(X_0) = \sum_{z=1}^b \mu'_{z0} \left(\sum_{i=1}^n x_{i0} d'_{i0z} - U_{0z}^R(X_0) - Q'_{z0} \right)^+ \quad (2.3)$$

در بقیه زمان‌های t ، $t = 1, 2, \dots, l-1$ ، شرکت فقط نیاز دارد مقداری از منابع که مازاد بر منابع موجود در زمان $t-1$ است، را خریداری نماید. زیرا منابع تجدیدپذیر طبق ماهیتی که دارند می‌توانند دوباره مورد استفاده قرار گیرند.

بنابراین هزینه‌های صرف شده روی قسمتی از منابع تجدیدپذیر برای همه پروژه‌های در حال اجرا در زمان t ، $t = 1, 2, \dots, l-1$ طبق رابطه (۲.۴) محاسبه می‌شوند:

$$C_t^R(X_t) = \sum_{z=1}^b \mu'_{zt} \left[\sum_{i=1}^n \left(\sum_{k=0}^t x_{ik} \right) d'_{itz} - U_{tz}^R(X_t) \right. \\ \left. - \sup_{0 \leq s \leq t-1} \left(\sum_{i=1}^n \left(\sum_{k=0}^s x_{ik} \right) d'_{isz} - U_{sz}^R(X_t), q_{zt} \right) \right]^+ \quad (2.4)$$

که در آن $\sup_{0 \leq s \leq t-1}$ عملگری برای محاسبه حداکثر مقدار منبع تجدیدپذیر z ، قبل از زمان t است. بنابراین کل هزینه‌های صرف شده $(C_t(X_t))$ ، شامل مجموع هزینه‌های صرف شده روی منابع تجدیدپذیر و تجدید ناپذیر از رابطه (۲.۵) به دست می‌آید:

$$C_t(X_t) = C_t^N(X_t) + C_t^R(X_t) \quad t = 0, 1, \dots, l-1 \quad (2.5)$$

از این رو محدودیت‌های سرمایه یعنی بیشتر نبودن کل هزینه‌های صرف شده در زمان t نسبت به سرمایه در دسترس در آن زمان، به صورت رابطه (۲.۶) بیان می‌شوند:

$$C_t(X_t) = C_t^N(X_t) + C_t^R(X_t) \leq W_t \quad t = 0, 1, \dots, l-1 \quad (2.6)$$

همچنین محدودیت (۲.۷) تضمین می‌کند که هر پروژه حداکثر یک بار در مدت زمان سرمایه‌گذاری شروع گردد:

$$\sum_{t=0}^{l-1} x_{it} \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.7)$$

زمانی که سرمایه بازگشتی پروژه محاسبه می‌شود، بایستی ارزش زمانی سرمایه در نظر گرفته شود. بنابراین ارزش فعلی خالص (NPV) را برای محاسبه بازدهی پروژه‌ها در نظر می‌گیریم. معمولاً فرض می‌شود که هزینه‌های صرف شده در ابتدای یک دوره زمانی و جریان‌های نقدی خالص در پایان دوره زمانی اتفاق می‌افتند. از این رو سود شرکت از پروژه‌های انتخاب شده به صورت رابطه (۲.۸) محاسبه می‌شود:

$$NPV = \sum_{i=1}^n \sum_{t=l}^{l+T_i} \left(\frac{NCF_{it}}{(1+r)^t} \left(\sum_{k=0}^{l-1} x_{ik} \right) \right) - \sum_{t=0}^{l-1} \frac{C_t(X_t)}{(1+r)^t} \quad (2.8)$$

که هدف، بیشینه‌سازی آن است. بنابراین به منظور به دست آوردن حداکثر مقدار ارزش فعلی خالص (NPV)، مدل زیر برای شرکت‌های سرمایه‌گذاری جهت انتخاب بهینه سبد پروژه و زمان‌بندی بهینه پروژه‌ها، معرفی می‌گردد:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \quad \sum_{i=1}^n \sum_{t=l}^{l+T_i} \left(\frac{NCF_{it}}{(1+r)^t} \left(\sum_{k=0}^{l-1} x_{ik} \right) \right) - \sum_{t=0}^{l-1} \frac{C_t^N(X_t) + C_t^R(X_t)}{(1+r)^t} \\ \text{subject to:} \\ \sum_{t=0}^{l-1} x_{it} \leq 1 ; \quad i = 1, 2, \dots, n \\ C_t^N(X_t) + C_t^R(X_t) \leq W_t ; \quad t = 0, 1, \dots, l-1 ; x_i \in \{0, 1\} ; i = 1, 2, \dots, n \end{array} \right.$$

قضیه ۲.۱ برای سرمایه در دسترس داده شده W_t ، $t = 0, 1, \dots, l-1$ ، سبد بهینه پروژه با در نظر گرفتن اشتراک منابع، بزرگتر یا مساوی زمانی است که اشتراک منابع در نظر گرفته نشود.

قضیه ۲.۲ برای سرمایه در دسترس داده شده W_t ، $t = 0, 1, \dots, l-1$ ، سبد بهینه پروژه با در نظر گرفتن منابع تجدیدپذیر، بزرگتر یا مساوی زمانی است که منابع تجدیدپذیر در نظر گرفته نشوند.

۳. نتیجه‌گیری

در این مقاله مساله زمان‌بندی و انتخاب بهینه پروژه‌ها از منظر محدودیت منابع تجدیدپذیر و تجدید ناپذیر و همچنین اشتراک آن‌ها بررسی و مدل‌سازی گردید. همچنین وضعیتی که در آن شرکت سرمایه‌گذار منابعی در انبار دارد، مورد بررسی قرار گرفت و چنانچه منابع در انبار موجود نباشد، شرکت می‌تواند آن‌ها را خریداری نماید. سبد بهینه پیشنهادی توسط مدل ارائه شده دارای سودآوری بیشتری نسبت به مدل‌هایی است که ویژگی‌های منابع و اشتراک آن‌ها را در نظر نمی‌گیرند و علاوه بر این تا حد زیادی به توسعه و رقابت بین شرکت‌ها کمک می‌کند.

مراجع

1. HM. Weingartner, *Mathematical programming and the analysis of capital budgeting problems*, Prentice-Hall: Englewood Press, 1963.
2. CP. Lawson, PJ. Longhurst, PC. Ivey, *The application of a new research and development project selection model in SMEs*, Technovation, 26 (2006) 242–250.
3. MA. Badri, D. Davis, D. Davis, *A comprehensive 0–1 goal programming model for project selection*, Int J Proj Manag, 19 (2001) 243–252.
4. R. Slowinski, *Two approaches to problems of resource allocation among project activities-a comparative study*, J Oper Res Soc, 31 (1980) 711–723.
5. AF. Carazo, T. Gómez, J. Molina, et al. *Solving a comprehensive model for multi-objective project portfolio selection*, Comput Oper Res, 37 (2010) 630–639.
6. S. Liu, C. Wang, *Optimizing project selection and scheduling problems with time-dependent resource constraints*, Autom Constr, 20 (2011) 1110–1119.
7. M. Abbassi, M. Ashrafi, ES. Tashnizi, *Selecting balanced portfolios of R&D projects with interdependencies: a cross-entropy based methodology*, Technovation, 34 (2014) 54–63.
8. T. Zhao, H. Xiaoxia, *Optimizing project selection: a perspective from resource constraints*, Optimization, 66 (2017) 1863–1878.